

Gustave Eiffel : le dimensionnement du viaduc de Garabit

Frédéric Menan (CESI École d'Ingénieurs. Brest. <https://lesdocsduprof.com/>)

Le viaduc de Garabit est un viaduc ferroviaire situé dans le Cantal, en France (Figure 1). Il a été réalisé par Eiffel et achevé en 1884. Il est, au moment de sa construction, le plus haut viaduc du monde (Tissandier, 1883, p. 193).

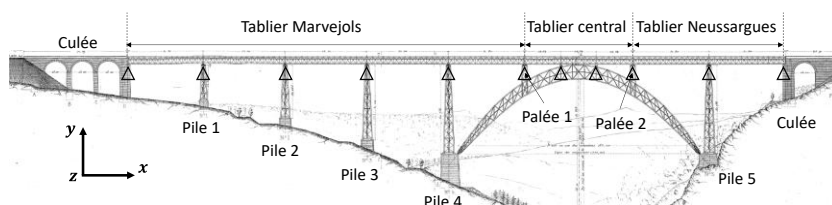


Figure 1. Viaduc de Garabit (Eiffel, 1888a, p. Planche 175)

Eiffel a présenté les calculs de ce viaduc à la Société des Ingénieurs Civils en 1888 : « J'ai l'honneur de présenter à la Société le *Mémoire des calculs du viaduc de Garabit*. Je l'ai établi en même temps que les dessins d'exécution [...] ; il a servi à déterminer les sections des différentes parties constitutives de l'ouvrage » (Eiffel, 1888a, p. 60). Le mémoire d'Eiffel comporte trois parties : l'étude des tabliers, des piles et de l'arc. Efforts, géométrie et matériaux sont définis ; reste à démontrer la résistance mécanique de la structure.

On propose dans cet article de décrire brièvement les calculs réalisés par Eiffel puis de les replacer dans leur contexte historique : utilisation de la statique graphique, matériaux utilisés, écosystème qui entourait Eiffel. Enfin on apportera des points de comparaison avec les calculs qui seraient demandés aujourd'hui.

1 Hypothèses et données d'entrée

1.1 Matériaux

Le viaduc de Garabit est principalement construit en fer. Les culées, les bases des piles et de l'arc sont en maçonnerie. On présente ci-dessous les données exploitées pour les calculs du viaduc (Eiffel, 1888a, p. 123,147) :

- Contrainte admissible du fer $R = 6 \text{ kg/mm}^2$

- Module d'élasticité du fer $E = 16.10^{19}$ (unité non précisée, 160 000 MPa ?).
- Coefficient de dilatation thermique du fer $\alpha = 12 \times 10^{-6} K^{-1}$, conforme aux données actuelles (Eurocode 3, 2005a, Section 3).
- Contrainte admissible en compression de la maçonnerie 12 kg/cm^2
- Contrainte admissible en compression de la pierre d'Étables : 40 kg/cm^2

Très peu de données matériaux ont finalement été exploitées pour un ouvrage aussi complexe et imposant.

1.2 Efforts appliqués sur le viaduc

1.2.1 Charges verticales

Les charges verticales sont de deux natures : poids propre des éléments et poids du train. On parle aujourd'hui de charge permanente et de charge d'exploitation.

Eiffel utilise « un train de locomotives entièrement composé de machines du type 1001 de la Compagnie du Midi » (Figure 2). Il estime une charge par mètre courant de tablier de 4800 kg/m. La somme des efforts des essieux divisée par la longueur de 15,7 m donne bien une charge de 4764 kg/m.

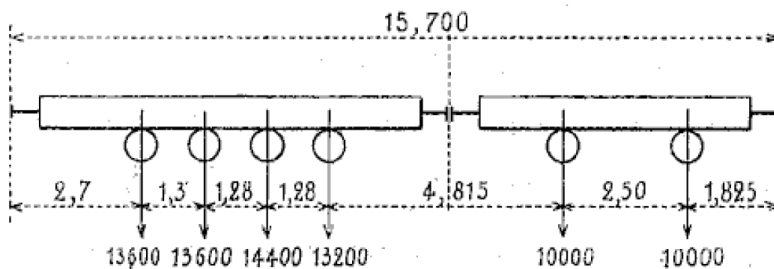


Figure 2. Train de locomotives entièrement composé de machines du type 1001 de la Compagnie du Midi (Eiffel, 1888a, p. 75)

1.2.2 Effets du vent

Selon Eiffel, « le maximum de l'effort du vent généralement admis est de 270 kg par mètre carré ; mais comme sous l'effet d'un vent produisant une pression de 160 à 170 kg par mètre carré les wagons seraient renversés, nous admettons que les trains ne pourront plus circuler sur le pont dès que le vent atteindra une intensité supérieure à 150 kg par mètre carré. » (Eiffel, 1888a, p. 131).

Eiffel considère donc deux cas : 1/ le pont ne porte pas de train et subit une pression horizontale de 270 kg/m² sur les surfaces exposées au vent 2/ le pont porte un train et subit une pression de 150 kg/m².

2 Dimensionnement du viaduc

La démarche de dimensionnement suit un schéma usuel : bilan des efforts extérieurs, calcul des efforts internes, calcul des contraintes dans les sections et comparaison avec la contrainte maximale admissible du fer.

2.1 Dimensionnement des tabliers

2.1.1 Description

Le tablier est discontinu aux palées 4 et 5 (Figure 3) afin de « *supprimer le surcroît de fatigue que produisaient [...] les déplacements verticaux des palées par l'effet des charges dissymétriques. Ces déplacements ne s'exercent plus sur la partie intermédiaire des poutres, mais seulement sur leur extrémité, où l'on sait qu'ils ont peu d'influence* » (Eiffel, 1880, p. 416).

On connaît la sensibilité des poutres continues au tassement des appuis. Le tablier est donc constitué de trois tabliers formant chacun une poutre continue (Figure 1). Les tabliers sont formés de deux poutres principales, constituées de tables horizontales, de montants verticaux et de barres de treillis (Figure 3).

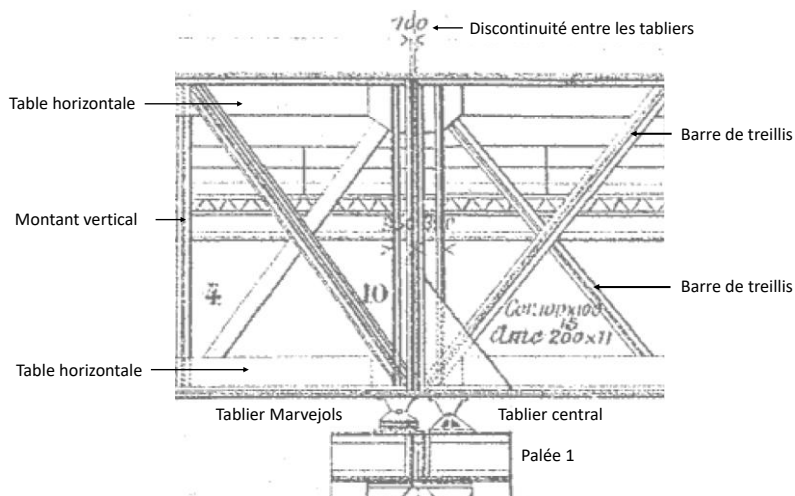


Figure 3. Viaduc de Garabit. Poutre principale des tabliers. Le tablier est discontinu aux palées (Eiffel, 1888a, p. Planche 172)

Pour simplifier l'analyse, la distribution réelle des efforts n'est pas estimée ; Eiffel ne cherche pas la part d'effort reprise par les tables horizontales et la part reprise par le treillis. Il considère que les barres de treillis doivent « *pouvoir résister, à elles seules, aux efforts tranchants* ». De même Eiffel calcule les tables horizontales « *de manière qu'elles puissent résister aux moments fléchissants* » (Figure 4).

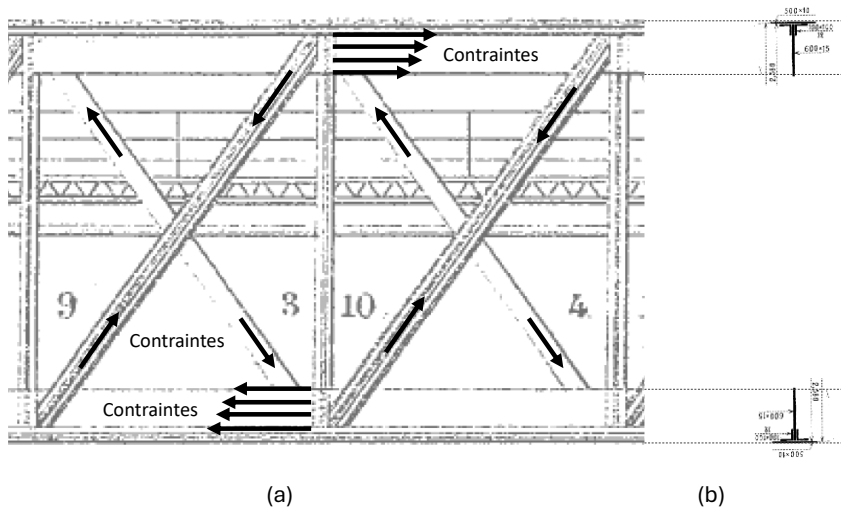
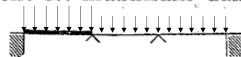


Figure 4. Poutres principales des tabliers. (a) Contraintes dans les tables horizontales et les barres de treillis. (b) Section par défaut des tables horizontales des poutres des tabliers (Eiffel, 1888a, p. 72;175)

2.1.2 Calcul des tables horizontales

Les trois tabliers sont des poutres continues. Pour calculer le moment fléchissant dans ces poutres, Eiffel utilise « la théorie de Clapeyron » (Eiffel, 1888a, p. 60;70;83;87), aussi appelée théorème des trois moments (Collignon, 1865). A partir des efforts extérieurs subis par les tabliers, la théorie de Clapeyron estime le moment fléchissant sur chaque appui. Eiffel en déduit le moment fléchissant dans l'ensemble du tablier. Il réalise ce calcul pour plusieurs cas de charges (Figure 5) et pour le lançage (sur le lançage voir (Ducoat, 1997; Turgan, 1882, p. 4)). Enfin, Eiffel en déduit le moment fléchissant maximal en tout point du tablier (courbe en gras de la Figure 6).

1° — *Première travée chargée.* — Le moment est maximum dans la *première travée.*



2° — *Deuxième travée chargée.* — Le moment est maximum dans la *deuxième travée.*



3° — *Première et deuxième travées chargées.* — Le moment est maximum sur la *première pile.*



Figure 5. Cas de charges étudiés. Exemple du tablier central (Eiffel, 1888a). Les flèches sont ajoutées pour montrer la charge permanente et le poids du train

Eiffel calcule ensuite le « moment résistant » de la section constante des tables horizontales (Figure 4), soit le moment fléchissant que la section peut supporter sans

dépasser une contrainte de 6 kg/mm². Eiffel évalue le gain de moment résistant apporté par 1mm d'épaisseur de semelle et adapte cette épaisseur en chaque point du tablier pour que le moment résistant soit supérieur au moment fléchissant (Figure 6). Cette démarche permet d'ajuster au strict nécessaire la quantité de matière utilisée.

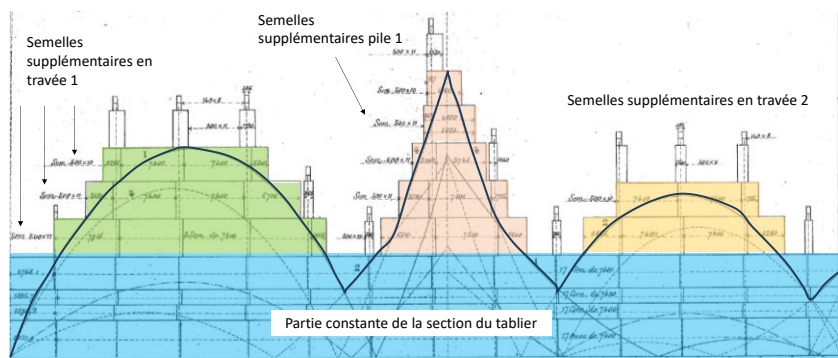


Figure 6. Exemple d'ajustement des sections des tables horizontales des tabliers. La courbe en gras est le moment maximal dans le tablier.

2.1.3 Calcul des treillis

Eiffel indique que « les efforts tranchants [...] obtenus en supposant une charge uniformément répartie sur la longueur entière des travées, [...] ne donnent pas les maxima [...] ; ces derniers sont produits par la surcharge roulante d'un train de locomotives et de tenders. » (Eiffel, 1888a, p. 74). Il modélise donc la surcharge par des efforts ponctuels venant des essieux du train (Figure 2) puis trace le diagramme des efforts tranchants par statique graphique. Finalement, il décompose le treillis en deux treillis simples reprenant chacun la moitié de l'effort (Figure 7) et en déduit la section nécessaire pour garder une contrainte inférieure à R (section déduite des trous de rivet dans le cas de la traction).

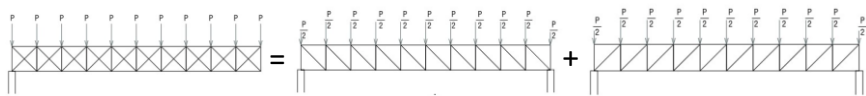


Figure 7. Décomposition du treillis des poutres des tabliers (Techniques de l'Ingénieur, 2005)

2.2 Dimensionnement des piles métalliques

Eiffel convainc le conseil des Ponts et Chaussées d'utiliser « la solution des piles métalliques de son système breveté. » (Eiffel, 1888b, p. 548). La démarche de dimensionnement est résumée ci-dessous.

1/ Bilan des forces appliquées : les piles sont comprimées par le poids des tabliers, le poids du train et leur poids propre, et elles subissent les efforts horizontaux du vent.

2/ Calcul des efforts dans les éléments par statique graphique.

3/ Calcul des contraintes dans les sections des éléments, comparaison avec la contrainte maximale admissible.

Le vent avec surcharge induit l’effort de compression maximal dans les tabliers ; le vent sans surcharge induit l’effort de traction maximal dans les croisillons, les arbalétriers et les amarrages (Figure 8).

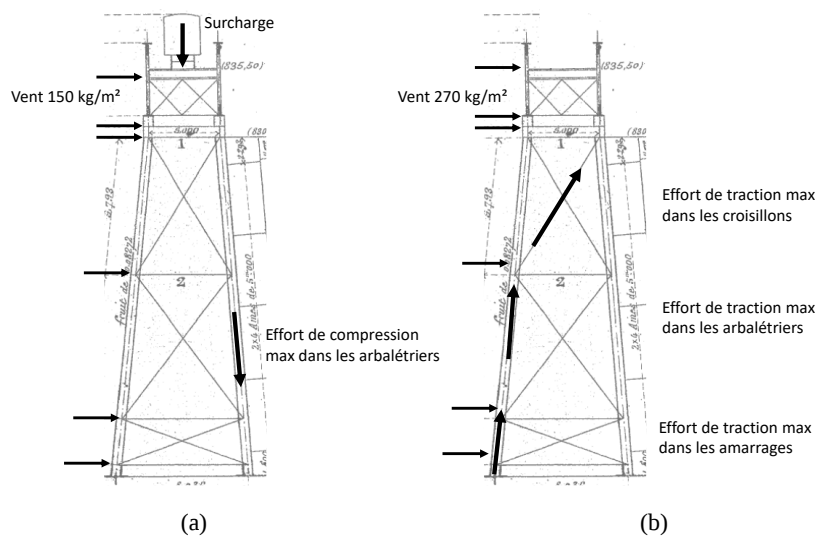


Figure 8. Efforts dans les éléments des piles métalliques (a) vent avec surcharge (b) vent sans surcharge (Eiffel, 1888a)

Pour les piles, Eiffel opère par statique graphique. Il représente les efforts dus au vent par des vecteurs sur le schéma de la pile, avec une échelle donnée. Il trace ensuite le polygone funiculaire des effets du vent (Figure 9) et en déduit la résultante des effets du vent dans chaque étage de la pile puis les efforts dans les membrures et les croisillons (Figure 10). Ce procédé d’une rapidité remarquable remplace le calcul analytique des efforts, qu’il aurait fallu projeter par trigonométrie afin d’écrire le principe fondamental de la statique.

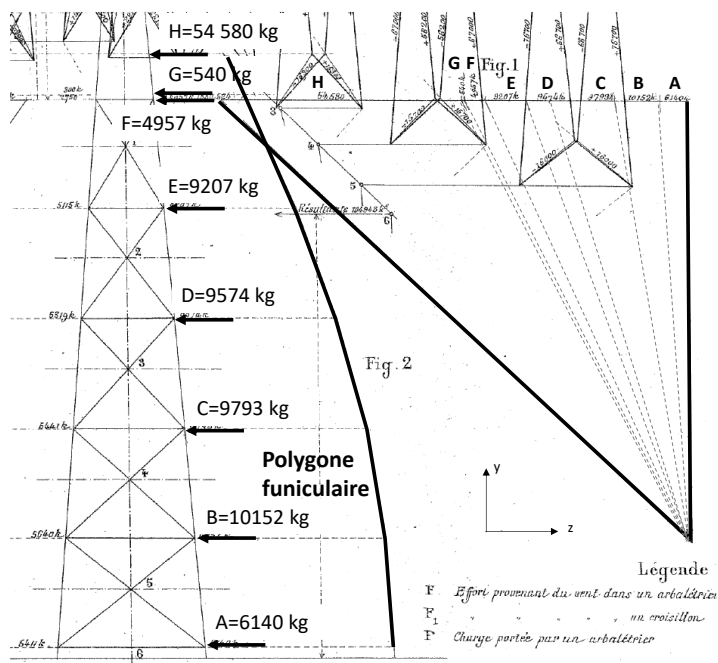


Figure 9. Calcul par statique graphique des efforts vent sur les piles métalliques. Détermination de la résultante du vent dans chaque étage (Eiffel, 1888a).

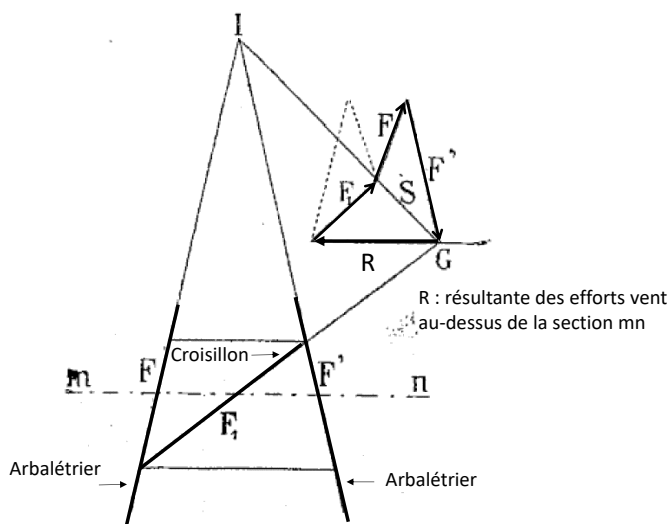


Figure 10. Calcul par statique graphique des efforts dans les arbalétriers et les croisillons des piles dus au vent. GF_1FF' est le polygone des forces de la section mn (Eiffel, 1888a).

Une fois obtenus les efforts dans chaque élément, il suffit de les diviser par la section pour obtenir la contrainte et la comparer à la contrainte admissible du fer.

La stabilité au vent des piles métalliques est étudiée avec la même démarche que pour l'arc (voir chapitre suivant).

2.3 Dimensionnement de l'arc

2.3.1 Effet des charges verticales

L'arc repose sur deux appuis O et O', appelés naissances (Figure 11).

Tout d'abord, Eiffel réalise le bilan des actions extérieures sur l'arc. Ce dernier subit des charges verticales provenant des tabliers (poids des tabliers et du train), le poids propre des palées et le sien, ainsi que les effets du vent. Les charges verticales sont équilibrées en O et O' par des forces de réaction aux appuis, que l'on désignera par Y_O , $Y_{O'}$, Q_O et $Q_{O'}$. La force horizontale Q est appelée la poussée.

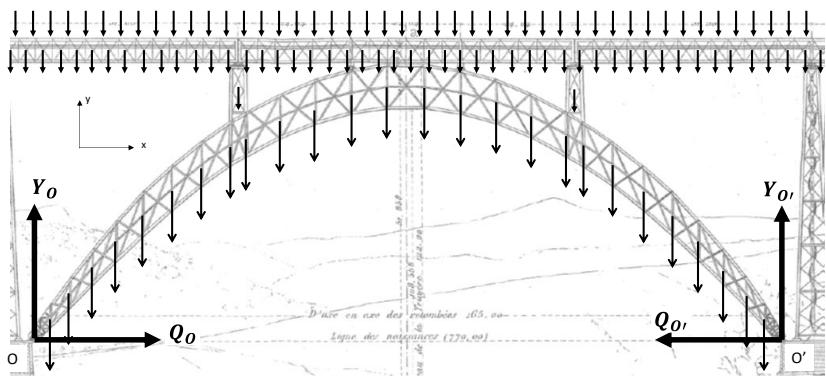


Figure 11. Les charges verticales qui s'exercent sur l'arc (Eiffel, 1888a)

Eiffel considère que les charges verticales et les forces dues au vent s'appliquent au niveau des montants verticaux de l'arc, numérotés de I à XIII sur la moitié gauche, et I' à XIII' sur la moitié droite de la structure (Figure 12).

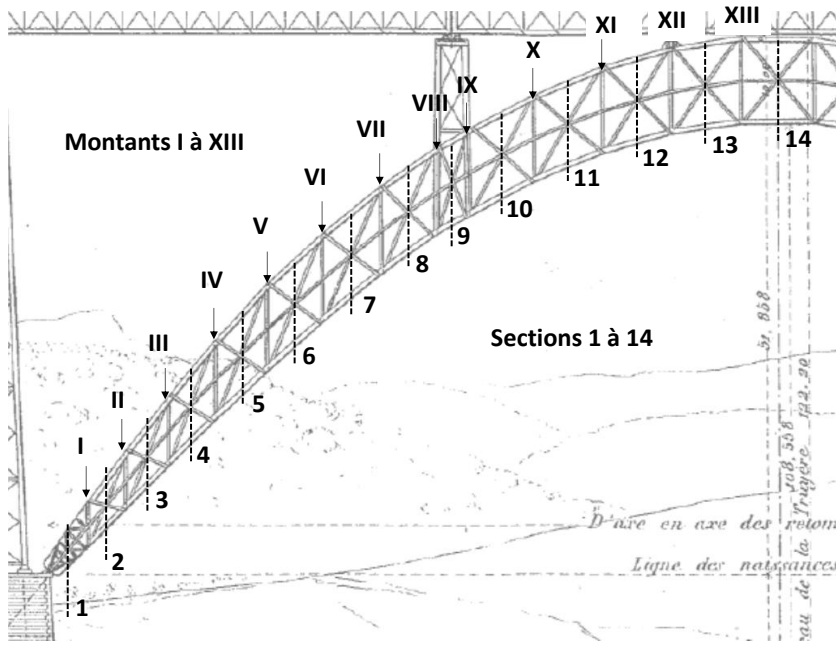


Figure 12. Sections et montants de l'arc centrale (Eiffel, 1888a)

Les forces appliquées sur l'arc doivent s'équilibrer. Malheureusement, la simple prise en compte de l'équilibre des efforts ne fournit pas assez d'équations pour déterminer les réactions Y et Q aux naissances. On dit que l'arc est « hyperstatique »¹. Eiffel procède alors par superposition. Il considère que le déplacement horizontal u du point O' est la somme de deux déplacements, celui dû aux charges verticales que l'on désignera par u_1 et celui dû à la poussée Q appliquée par les appuis. On peut aussi supposer que le déplacement dû à la poussée Q appliquée par les appuis est le déplacement dû à une force de 1kg, multipliée par la poussée Q . Soit u_2 ce déplacement. Alors $u = u_1 + Q \cdot u_2$. Or le déplacement de O' est nul, donc

$$Q = -\frac{u_1}{u_2}$$

Les déplacements u_1 et u_2 sont déterminés à l'aide de la formule de Bresse :

$$\Delta x_1 = \int_{x_0}^{x_1} \frac{N}{E \cdot \Omega} dx - \int_{x_0}^{x_1} \frac{P \cdot dy}{E \cdot \Sigma(\sin^2 \beta \cdot \cos \beta \cdot \omega)} + \int_0^{O'} \frac{\mu}{E \cdot I} \cdot y ds$$

¹ 2 réactions d'appui en O et O' . $d = 2 + 2 - 3 = 1$. L'arc est hyperstatique d'ordre 1.

Maintenant qu'Eiffel connaît toutes les actions sur l'arc, il estime, dans les sections 1 à 14, les efforts internes (Figure 13).

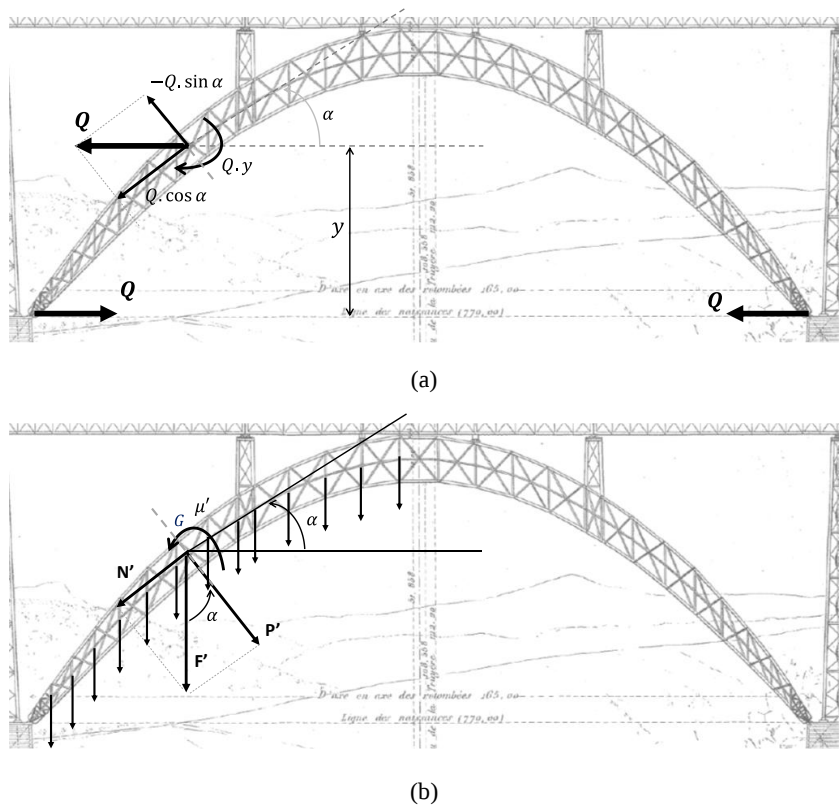


Figure 13. Efforts appliqués sur la section au point G de l'arc. (a) Efforts internes dus à la poussée. (b) Efforts internes dus aux charges verticales N' effort normal. P' effort tranchant. μ' moment fléchissant (Eiffel, 1888a)

2.3.2 Effets du vent

La démarche de calcul des contraintes dues au vent est similaire à la démarche pour les charges verticales, mais les charges sont horizontales.

2.3.3 Contraintes totales dans l'arc

Eiffel suppose que les membrures reprennent le moment fléchissant et l'effort de traction/compression, tandis que les treillis et les contreventements reprennent l'effort tranchant et le moment de torsion dû au vent.

Connaissant la géométrie des sections et les efforts internes, Eiffel en déduit les contraintes dans les éléments. Il additionne les contraintes dues aux charges verticales

et celles dues au vent et vérifie que la somme reste inférieure à la contrainte admissible du fer. On dit aujourd'hui qu'il opère par superposition².

2.4 Renversement sous l'effet du vent

Le vent crée deux moments de basculement m_v et m_h . Le moment m_v est suivant l'axe x , le moment m_h suivant l'axe y . Ces moments entraînent l'arc en rotation (Figure 14).

Au point A, le poids propre génère un effort vertical de haut en bas. Le moment m_v génère un effort vertical de bas en haut qui tend à soulever l'arc. Si l'effort vertical du poids propre est supérieur à l'effort du vent, il retiendra l'arc sur les appuis. Dans le cas contraire, le poids propre ne suffira pas à stabiliser l'arc et les tirants d'amarrages seront sollicités en traction suivant l'axe $\vec{y}$.

Le raisonnement est identique pour le moment m_h , mais les efforts induits en A et B sont horizontaux.

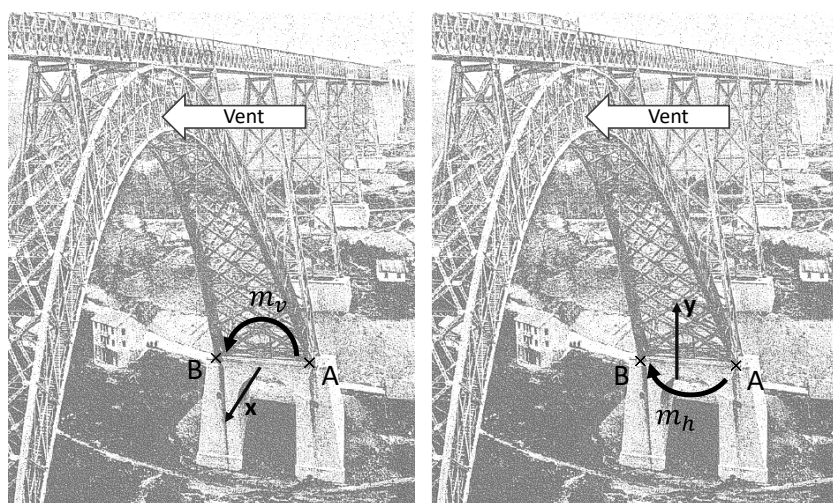


Figure 14. Représentation du basculement de l'arche sous l'effet du vent (Eiffel, 1888a)

Eiffel calcule l'effort de traction dans les tirants d'amarrages et vérifie que la section est suffisante. Etant assuré que les tirants transmettront aux maçonneries les efforts dus au vent, il vérifie enfin que le poids des maçonneries est suffisant pour éviter le renversement.

² Tant que le matériau reste dans le domaine élastique linéaire, et que les déformations et déplacements restent petits devant les dimensions de la structure, les conséquences (déplacements, contraintes....) de plusieurs actions peuvent être considérées comme la somme des conséquences de chaque action prise séparément.

2.5 Influence de la température

L'influence de la dilatation thermique est prise en compte, sur une hypothèse de variation maximale de température $\Delta T = \pm 30^\circ\text{C}$ (Eiffel, 1888a, p. 130). Eiffel définit des jeux pour permettre la dilatation des tabliers (Eiffel, 1888a, p. 66).

Pour l'arc, il n'est bien sûr pas possible de laisser un jeu au niveau des naissances ; le surcroît de charge dans l'arc est donc estimé (Eiffel, 1888a, p. 130). L'augmentation maximale des contraintes dans les membrures de l'arc est de $0,74 \text{ kg/mm}^2$. Pour Eiffel, cette valeur est faible (Eiffel, 1880, p. 419) et il ne les additionne pas aux effets des charges et du vent.

3 Contexte historique

3.1 Utilisation de la statique graphique

La statique graphique est une « *méthode de résolution par le dessin des problèmes de statique d'un système matériel* » (Larralde, 1981). Par de simples mesures à la règle, on peut déterminer l'équilibre d'une structure : forces, moments, déplacements...etc. (Goulet et al., 2019; Lussiez, 2018; Menan, 2026b, 2026a).

Eiffel détermine par statique graphique les efforts internes dans les piles métalliques sous les effets du vent. Il justifie l'application de la statique graphique par le rapport entre sa rapidité et sa précision suffisante, compte-tenu de la précision des données d'entrée : « *Les nouvelles méthodes dont on dispose permettent d'arriver à des résultats presque mathématiques, mais une exactitude exagérée, à laquelle on ne peut atteindre qu'au moyen de calculs très longs et fastidieux, n'est pas nécessaire là où les éléments même du calcul, l'intensité du vent, son action sur les différentes formes des pièces qu'il rencontre, présentent une grande incertitude.* » (Eiffel, 1888a, p. 63).

Eiffel trace probablement le diagramme des moments fléchissant dans les tabliers par statique graphique ; partant des moments sur appui, « *il est facile de tracer, pour chaque cas, la parabole des moments fléchissants* » (Eiffel, 1888a, p. 72).

Dans les tabliers, le diagramme des efforts tranchants est déterminé par statique graphique en considérant les efforts ponctuels des essieux (Eiffel, 1888a, p. 75).

Des données géométriques sur les éléments de l'arc sont également estimées par méthode graphique (voir exemple Figure 15).

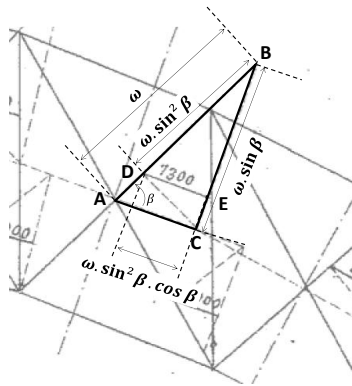


Figure 15. Calcul graphique de $\omega \cdot \sin^2 \beta \cdot \cos \beta$, terme présent dans la formule de Bresse. Si $AB = \omega$, alors $DE = \omega \cdot \sin^2 \beta \cdot \cos \beta$ (Eiffel, 1888a)

Cependant Eiffel ne calcule pas tout l'arc par statique graphique : « Les dimensions exceptionnelles de l'arc et la grande importance du poids propre rendaient difficile la détermination du point de passage de la ligne de pression. [...] Nous avons donné la préférence à l'intégration analytique » (Eiffel, 1888a, p. 61).

Le génie d'Eiffel et ses collaborateurs est, ici, pour chaque problème rencontré, de choisir la méthode la plus pertinente (analytique ou graphique), voire de combiner les deux.

3.2 Les matériaux

Les premiers ponts métalliques construits par Eiffel étaient en fonte puis il utilisa le fer, plus déformable et plus résistant (Chenevier, 1933, p. 8) et enfin l'acier.

La valeur de 6 kg/mm² est imposée dans la circulaire ministérielle de 1877³. Elle est définie à partir de la limite d'élasticité, soit la contrainte maximale que peut supporter le matériau sans se déformer de façon irréversible. Un coefficient de sécurité de 0,5 ou 2/3 est appliqué, pour tenir compte des hétérogénéités du métal, de la rouille, de l'incertitude des formules et dans la modélisation des liaisons (Résal, 1892, p. 56). Partant d'une limite d'élasticité à 12 kg/mm² (120 MPa), on obtient bien 6 à 8 kg/mm² (Molinos & Pronnier, 1857, p. 4; Tresca, 1881, p. 40).

Les aciers de construction courants ont aujourd'hui une limite d'élasticité garantie de 235 à 460 MPa (Muzeau, 2022b, p. 121) ; les aciers à haute limite d'élasticité atteignent 1100 MPa⁴.

³ www.afgc.asso.fr/app/uploads/2024/10/2024_10_17-Garabit-du-19e-au-21e-siecle-et-au-dela.pdf

⁴ www.lemoniteur.fr/article/aciers-a-haute-limite-d-elasticite-hle.1009939

3.3 L'écosystème d'Eiffel

Eiffel a su exploiter un écosystème bouillonnant : écoles, universités, sociétés d'ingénieurs, académies, maisons d'édition (Société des Ingénieurs Civils, 1881, p. 160; 541, 1888).

Eiffel a ainsi établi les calculs préliminaires du viaduc « *comme ceux du pont du Douro, par la méthode de M. de Dion* » (Eiffel, 1888a, p. 60). Henri de Dion⁵ participa à la commission⁶ chargée de valider le projet du pont sur le Douro or « *M. de Dion venait, depuis peu, de développer [...] une nouvelle méthode de calcul, qui lui permet [...] de faire un examen rapide et très approfondi, de la résistance de l'arc* » (Seyrig, 1878, p. 762).

On a cité la théorie de Clapeyron. Cette théorie, établie par Émile Clapeyron dans les années 1850 (Molinos & Pronnier, 1857, p. 34) et aussi connue sous le nom de théorème des trois moments s'est imposée rapidement (Collignon, 1865) et a traversé les âges (Dellus, 1956, p. 208; Goulet et al., 2019, p. 119). Clapeyron est issu de l'École Polytechnique et de l'École des Mines et enseigne à l'École des Ponts et Chaussées. On lui doit de nombreux travaux en mécanique et thermodynamique (Clapeyron, 1858; Lamé, 1864).

Avec Tresca, Eiffel a mesuré la valeur du module d'élasticité du fer qui sera utilisée pour ses calculs (Chenevier, 1933, p. 5).

Pour l'arc, Eiffel utilise la formule de Bresse, toujours appelée comme cela aujourd'hui (Courbon, 1980; Dellus, 1956; Goulet et al., 2019, p. 191). Jacques-Antoine Bresse décrit cette formule dans son cours de mécanique appliquée professé à l'École des Ponts et Chaussées (Bresse, 1859, p. 80). Il fut membre de la commission qui a validé les solutions proposées par Eiffel (Eiffel, 1888a, p. 61). Le génie d'Eiffel et de Koechlin tient aussi de leur capacité à exploiter cette formule dans le cas des poutres à treillis.

« *L'ouvrage a été projeté et exécuté par MM. Bauby et Lefranc [...], M. Boyer et M. Eiffel* » (Ministère des travaux publics, 1889, p. 723). Léon Boyer fut responsable de l'avant-projet et participera, par ses « *indications* », à la démarche de calcul du viaduc (Eiffel, 1888a, p. 63; Turgan, 1882, p. 13).

Parmi les collaborateurs d'Eiffel, citons Théophile Seyrig, Jean Gobert, Émile Nouguier, Adolphe Salles, et Maurice Koechlin, diplômé de l'École Centrale, « *principal collaborateur* » sur les calculs du viaduc (Turgan, 1882, p. 28). Koechlin fut l'élève de Culmann, considéré comme « *le père fondateur* » de la statique graphique (Chatzis, 2004).

⁵ de Dion, président de la Société des Ingénieurs Civils, enseigna à Eiffel à l'école Centrale.

⁶ MM. Molinos et Krantz participèrent également à cette commission. Krantz avait employé Eiffel pour l'exposition universelle de 1867 (Chenevier, 1933, p. 4).

Les notions de statique graphique exploitées par Eiffel ne résultent pas de ses propres recherches. Après les travaux de Pierre Varignon (Varignon, 1725) et Charles-Etienne Camus (Camus, 1751) puis de Jean-Victor Poncelet (Poncelet, 1827), la statique graphique est progressivement oubliée en France. Sa théorie est définitivement fondée en Suisse (Culmann, 1866), en Angleterre (Maxwell, 1864; Rankine, 1864) et en Italie (Cremona, 1885), puis elle revient en France, à partir des années 1860 (Chatzis, 2004; Favaro, 1879, p. VIII; Menan, 2025). Sans la statique graphique, les calculs des constructions métalliques du XIX^e siècle auraient été bien plus fastidieux. Le génie d'Eiffel est, ici, de s'approprier et d'exploiter des notions enseignées en France depuis peu (Levy, 1874; Polonceau, 1888, p. 810) : « *pour les piles [...] les forces extérieures ont été décomposées [...] dans les différentes pièces par la méthode de Culmann* » (Eiffel, 1888b, p. 60).

Ainsi les écoles d'ingénieurs françaises, les universités européennes, les sociétés d'ingénieurs civils et les académies ont constitué de formidables incubateurs qu'Eiffel a su pleinement exploiter.

4 Du dimensionnement du viaduc en 2026

On propose ci-dessous d'esquisser, de façon très succincte, une comparaison entre l'étude réalisée par Eiffel et l'étude qui serait à réaliser aujourd'hui.

4.1 Hypothèses

4.1.1 Modélisation structurale

Eiffel réalise ses calculs avec la géométrie du viaduc non déformée, hypothèse usuelle pour simplifier les calculs. On parle d'analyse au premier ordre (Muzeau, 2022a, p. 101).

S'il avait fallu tenir compte de la déformée de la structure (analyse non-linéaire, dite au second ordre), les calculs analytiques auraient été trop complexes sur une telle structure. De plus les déplacements mesurés lors des épreuves définitives sont faibles : flèches des travées inférieures à 19 mm, tassement des piles de 2 mm et déplacements horizontaux inférieurs à 8 mm, et « *après chaque épreuve les fils revenaient à leur position première* », indiquant l'absence de déformation plastique (Eiffel, 1888b, p. 549). On demanderait aujourd'hui de justifier qu'une analyse du premier ordre peut être réalisée.

La présence d'imperfections serait aujourd'hui également à prendre en compte, de type flèche initiale sur une poutre, défaut d'aplomb...etc (Eurocode 3, 2005a, Section 5.3).

4.1.2 Charges dues au trafic

Eiffel ne considère que l'effet statique du poids du train. En fonction de la vitesse du train, de la géométrie du pont et de ses fréquences propres, il serait demandé

aujourd'hui de prendre en compte les effets dynamiques (accélération, freinage, force centrifuge....) (Eurocode 1, 2004a, Section 6). L'amplification dynamique due aux vibrations du pont seraient également à examiner. Il serait aussi demandé de prendre en compte les effets aérodynamiques dus au passage des trains pour le calcul des structures contiguës aux voies.

4.1.3 Effets du vent

Pour ce type d'ouvrage, la prise en compte des effets du vent ferait aujourd'hui l'objet d'une étude spécifique, combinant modélisation numérique et expérimentations en soufflerie.

Regardons tout de même les pressions proposées par les normes. Les règles NV65 limitent la pression dynamique à prendre à 297,5 daN/m², environ 300 kg/m² (Mayère, 2001, p. 11), valeur proche de la valeur utilisée par Eiffel. Selon ces règles, dans le Cantal, dans la vallée étroite de la Truyère, à une hauteur d'environ 50m, on pourrait estimer une pression maximale à 215 kg/m².

Selon les Eurocodes, en supposant une zone II pour la vallée, on peut estimer une pression maximale à 128 kg/m² (Clavaud, 2014; Eurocode 1, 2005).

La pression dynamique q a pour expression $q = 0,5 \cdot \rho \cdot v^2$ avec v vitesse du vent et ρ masse volumique de l'air. Une pression de 270 kg/m² correspond donc à une vitesse de vent d'environ 234 km/h (Eurocode 1, 2005, Section 4.5). Les tempêtes de 1999 ont montré des vents d'environ 170 km/h⁷, certainement accélérés dans la vallée de la Truyère.

Les valeurs des pressions retenues pour le viaduc semblent élevées mais cohérentes avec les valeurs actuelles. Cependant, l'écoulement de l'air autour des éléments élancés du viaduc n'est pas comparable avec la pression appliquée sur la surface d'un bâtiment.

4.1.4 Charges de neige

Eiffel ne prend pas en compte la neige. La surcharge de neige n'était donc certainement pas règlementée lors de la conception du viaduc. Collignon ne mentionne pas la neige dans le chapitre « *ponts métalliques, cahier des charges spécial* » en 1865 (Collignon, 1865, p. 116).

Les Eurocodes demandent aujourd'hui la prise en compte du poids de la neige sur les structures (Eurocode 1, 2004b).

⁷ planet-terre.ens-lyon.fr/ressource/tempetes-dec1999.xml

4.1.5 Inertie des pièces

Lorsqu'Eiffel ajuste en chaque point la section des poutres du tablier il modifie la répartition des efforts internes. Il devrait donc en toute rigueur recalculer ces efforts. Ce calcul est facilité aujourd'hui par les outils numériques.

4.1.6 Matériaux

Les propriétés matériaux utilisées pour le dimensionnement du viaduc du Garabit sont la contrainte maximale admissible, le module d'élasticité et le coefficient de dilatation thermique. Dans les Eurocodes, des exigences sont aujourd'hui apportées sur la ductilité, la ténacité et les propriétés dans le sens de l'épaisseur (Eurocode 3, 2005a, Section 3).

4.2 Analyses

4.2.1 Situations de projet et états limites

Les calculs actuels sont réalisés sous combinaisons d'actions pondérées (poids propre, neige, vent, ...). En cela, Eiffel réalise ces combinaisons quand il étudie l'effet du vent. Il considère en effet deux valeurs de force du vent, avec et sans train.

Ces combinaisons sont à envisager pour plusieurs situations de projet (conditions normales d'utilisation, exécution, réparation, incendie, choc, défaillance d'un élément, séisme...) (Muzeau, 2022b, p. 24). Eiffel examine bien sûr les conditions normales d'utilisation mais aussi une situation de projet transitoire, l'exécution, car il étudie les efforts dans les tabliers lors du lancement. Par ailleurs, Eiffel place les rails à mi-hauteur des poutres du tablier pour éviter la chute du train en cas de déraillement (Eiffel, 1888a, p. 68). En cela il conçoit selon une situation de projet accidentelle.

Eiffel vérifie la résistance du viaduc et son équilibre sous les effets des charges. Son objectif est sécuritaire. On parle aujourd'hui de vérification aux états limites ultimes (Muzeau, 2022b, p. 39).

Un autre type d'état limite existe aujourd'hui : les états limites de service (ELS). La structure n'est pas endommagée mais elle ne remplit plus le service demandé (fonctionnement, confort des personnes ou encore aspect de la construction).

À l'ELS, on s'assure notamment que les déplacements restent inférieurs à des déplacements admissibles. Eiffel n'étudie pas cet aspect mais lors des épreuves définitives du viaduc, il mesure les déplacements du viaduc sous l'effet des charges appliquées (Eiffel, 1888b; Tissandier, 1883, p. 394). Les ELS demandent aussi de vérifier les vibrations de la structure, pour le confort et pour éviter la résonance (Muzeau, 2022b, p. 329). Ces aspects ne sont pas étudiés par Eiffel, qui recherche avant tout la rigidité de la structure.

4.2.2 Instabilités : flambement, déversement, voilement

Les risques d'instabilité (flambement, déversement, voilement) ne sont pas quantifiés. Cependant, Eiffel indique que « *la forme en caisson donnée aux barres de treillis des entretoisements ne leur permet pas de flamber sous les efforts de compression* » (Eiffel, 1880, p. 416). Par ailleurs, le plancher métallique, « presque jointif », a pour avantage de « contreventer d'une manière parfaite le tablier au niveau de la voie » (Eiffel, 1888a, p. 68).

Les Eurocodes accordent aujourd'hui une place notable à ces instabilités (Eurocode 3, 2005a).

4.2.3 Tenue en fatigue

La fatigue est la modification des propriétés d'un matériau sous l'effet de contraintes ou déformations cycliques (Hénaff & Morel, 2005). Elle peut causer l'apparition de fissures et mener à la ruine de la structure.

La mise en évidence la plus pertinente du phénomène est due aux essais d'August Wöhler menés dans les années 1850 à 1870 (Wöhler, 1858, 1870). Eiffel avait-il connaissance de ces travaux ? L'auteur n'a pas détecté la mention du phénomène de fatigue dans ses écrits. En sa qualité de président de la société des ingénieurs civils en 1889 (Société des Ingénieurs Civils, 1889), Eiffel a probablement eu vent de discussions à ce sujet. Quoi qu'il en soit, ce phénomène n'était pas à envisager dans les règlements ministériels à cette époque.

La prise en compte de la fatigue est aujourd'hui partie intégrante des Eurocodes (Eurocode 3, 2005b, 2007).

5 Conclusion

Dans cet article on a souhaité apporter un éclairage pédagogique et une mise en perspective historique sur les calculs réalisés par Eiffel pour le dimensionnement du viaduc de Garabit.

La démarche de conception n'a pas été abordée ; on a voulu se concentrer sur les calculs de résistance réalisés, une fois fixés la géométrie et les matériaux.

Les étudiants auront relevé que les notions enseignées aujourd'hui sont similaires à celles qui ont permis la conception du viaduc de Garabit, si démesuré et complexe soit-il. Les enseignants auront cueilli un exemple historique à mentionner à leurs classes. Les amateurs de ces structures emblématiques du XIX^e siècle auront aperçu les méthodes employées pour leur construction. Les spécialistes auront peut-être glané quelques informations sur les travaux du « *magicien du fer* » (Chenevier, 1933), l'ingénieur et centralien Gustave Eiffel.

6 Bibliographie

1. Bresse. (1859). *Cours de Mécanique Appliquée. Première partie Résistance des matériaux et stabilité des constructions*. Mallet Bachelier.
2. Camus, C. E. L. (1751). *Cours de mathématique. Partie 3. Eléments de mécanique statique. Tome Premier*. Imprimerie royale. gallica.bnf.fr
3. Chatzis, K. (2004). La réception de la statique graphique en France durant le dernier tiers du XIXe siècle. *Revue d'histoire des mathématiques*, 10, 7-43.
4. Chenevier, R. (1933). Le centenaire de Gustave Eiffel, le magicien du fer. *La science et la vie* (<https://cnum.cnam.fr/redir?SCVIE.187>), Tome XLIII(N° 187), 3.
5. Clapeyron, E. (1858). *Notice sur les travaux de M. Émile Clapeyron, ingénieur en chef des mines*. Source gallica.BnF.fr
6. Clavaud, D. (2014). *C3306 Techniques de l'Ingénieur—Actions du vent sur les bâtiments selon l'Eurocode 1—Partie 1-4. Techniques de l'Ingénieur*.
7. Collignon, É. (1865). *Théorie élémentaire des poutres droites : Ponts métalliques, ponts américains, combles*. Dunod.
8. Courbon. (1980). *C2010 Techniques de l'Ingénieur Résistance des matériaux—Théorie des poutres. Techniques de l'Ingénieur*.
9. Cremona. (1885). *Les figures réciproques en statique graphique*. gallica.bnf.fr
10. Culmann, C. (1866). *Die graphische Statik*. Meyer & Zeller. <https://doi.org/10.3931/E-RARA-20052>
11. Dellus, P. (1956). *Résistance des Matériaux*. Technique & Vulgarisation.
12. Ducout. (1997). *Ponts métalliques—Conception générale C 2 675. Techniques de l'Ingénieur. Techniques de l'Ingénieur*.
13. Eiffel, G. (1880). Mémoire sur le viaduc métallique de Garabit. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils* <https://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.33> - Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique <http://cnam.cnum.fr>, 34, 414.
14. Eiffel, G. (1888a). Mémoire présenté à l'appui du projet définitif du viaduc de Garabit. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*. <http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49>. Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique <http://cnam.cnum.fr>, 50, p55-184.
15. Eiffel, G. (1888b). Note sur les épreuves définitives du Viaduc de Garabit. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils. Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique* <http://cnam.cnum.fr>, 49, p547.
16. Eurocode 1. (2004a). *NF EN 1991-2 Actions sur les structures—Partie 2 : Actions sur les ponts, dues au trafic*.

17. Eurocode 1. (2004b). *NF EN 1991-1-3—Actions sur les structures—Partie 1-3 : Actions générales—Charges de neige*.
18. Eurocode 1. (2005). *NF EN 1991-1-4 actions sur les structures—Partie 1-4 : Actions générales—Actions du vent*.
19. Eurocode 3. (2005a). *NF EN 1993-1-1—Calcul des structures en acier—Partie 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments*.
20. Eurocode 3. (2005b). *EN 1993-1-9 Calcul des structures en acier—Partie 1-9 : Fatigue*.
21. Eurocode 3. (2007). *NF EN 1993-2 Calcul des structures en acier—Partie 2 : Ponts métalliques*.
22. Favaro, A. (1879). *Leçons de statique graphique. Première partie, Géométrie de position. Traduit de l'italien par Paul Terrier* (Terrier, Trad.). Gauthier Villars.
<http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb304221901>
23. Goulet, J., Boutin, J.-P., & Lerouge, F. (2019). *Résistance des matériaux* (10^e éd.). Dunod : Editions le Moniteur.
24. Hénaff, G., & Morel, F. (2005). *Fatigue des structures : Endurance, critères de dimensionnement, propagation des fissures, rupture*. Ellipses.
25. Lamé, G. (1864). *Notice sur É. Clapeyron*. Gauthier Villars. Source gallica.bnf.fr
26. Larralde, J.-P. (1981). *Mécanique statique II - Statique graphique*. Masson E.A.P.
27. Levy, M. (1874). *La statique graphique et ses applications aux constructions*. gallica.bnf.fr
28. Lussiez, P. (2018). *L'essentiel de mécanique*. Dunod.
29. Mayère. (2001). *C3305 Techniques de l'Ingénieur Règles Neige et Vent NV 65. Techniques de l'Ingénieur*.
30. Menan, F. (2025). La statique graphique : Oubliée au XX^e siècle, nouvel axe de recherche au XXI^e ? : Comment un outil de résolution des problèmes statiques par le dessin, conçu au XVI^e siècle, utilisé jusqu'au XIX^e siècle, délaissé au XX^e siècle, redevient un axe de recherche innovant avec le numérique. *e-Phaistos, XIII*(2). <https://doi.org/10.4000/159pn>
31. Menan, F. (2026a). Site web « Les Docs du Prof ». <https://lesdocsduprof.com/>
32. Menan, F. (2026b). Les Docs du Prof - chaîne Youtube.
<https://www.youtube.com/@Lesdocsduprof>
33. Ministère des travaux publics. (1889). *Notices sur les modèles, dessins et documents divers relatifs aux travaux des ponts et chaussées et des mines réunis par les soins du ministère des travaux publics. Ponts et chaussées* (p. 719-723). <https://cnum.cnam.fr/redir?8XAE329>
34. Molinos, & Pronnier. (1857). *Traité théorique et pratique de la construction des ponts métalliques*. gallica.bnf.fr

35. Muzeau, J.-P. (avec Association pour la promotion de l'enseignement de la construction acier). (2022a). *La construction métallique avec les Eurocodes : Interprétation et exemples de calcul* (2e éd). Éditions Eyrolles Afnor éditions.
36. Muzeau, J.-P. (avec Association pour la promotion de l'enseignement de la construction acier). (2022b). *Manuel de construction métallique : Extraits des Eurocodes 0, 1 et 3* (4e éd). Éditions Eyrolles AFNOR éditions.
37. Polonceau. (1888). Communication sur l'ouvrage de M. Arthur Thiré. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*. <http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49> - Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique <http://cnam.cnum.fr>, 50, p810.
38. Poncelet. (1827). *Cours de mécanique industrielle (rédigé par M. le capitaine de génie Gosselin)*. gallica.bnf.fr
39. Résal, J. (1892). *Constructions métalliques, élasticité et résistance des matériaux, fonte, fer et acier*. (Source gallica.bnf.fr / BnF).
40. Seyrig, T. (1878). *Le pont sur le Douro de MM. G. Eiffel et Cie* (Société des ingénieurs civils-Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique <http://cnam.cnum.fr>, Vol. 31, p. 741-816). <https://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.30>
41. Société des Ingénieurs Civils. (1881). L'association des ingénieurs allemands—Société américaine des ingénieurs civils. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*. Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique <http://cnam.cnum.fr>, 36, p160;p541.
42. Société des Ingénieurs Civils. (1888). Existe-t-il des institutions, etc... ? *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*. <https://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.48>. Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique <http://cnam.cnum.fr>, Vol 49, p115-116.
43. Société des Ingénieurs Civils. (1889). *Mémoires de la société des ingénieurs civils*. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*, 51. <http://cnum.cnam.fr/>
44. Techniques de l'Ingénieur. (2005). Tba1320 Recherche des efforts dans les structures à barres (treillis). *Techniques du bâtiment : l'enveloppe du bâtiment*. <https://doi.org/10.51257/a-v1-tba1320>
45. Tissandier, G. (1883). Le viaduc de Garabit, en France, et le viaduc de Kinzua, aux Etats-Unis. *La Nature, Onzième année, premier semestre, No 508*, p193.
46. Tresca. (1881). Communication faite par M. TRESCA sur les formules de résistance des matériaux de M. le docteur WEYRAUCH. Séance du 1er juillet 1881. *Société des ingénieurs civils*. Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique <http://cnam.cnum.fr>, Vol 36, p39.
47. Turgan, J. (1882). *Les Grandes usines de France : Tableau de l'industrie française au XIXe siècle*. Calmann-Levy. <https://cnum.cnam.fr/redir?4KY15.18>
48. Varignon, P. (1725). *Nouvelle mécanique, ou Statique. Ouvrage posthume* (Vol. 1). gallica.bnf.fr

49. Wöhler, A. (1858). Bericht über die Versuche, welche auf der königl. Niederschlesisch-märkischen eisenbahn mit Apparaten zum Messen der Biegung und Verdehnung von Eisenbahnwagenachsen während der Fahrt angestellt wurden. *Zeitschrift für Bauwesen*.
50. Wöhler, A. (1870). *Über die Festigkeitsversuche mit Eisen und Stahl. Auf Anordnung des Ministers für Handel, Gewerbe u. Öffentl. Arbeiten, Grafen Itzenplitz, angestellt.*

7 Annexe : le formulaire du viaduc de Garabit

Théorème des trois moments

$$\mu_{i-1} \cdot \frac{L_i}{6EI_i} + 2\mu_i \left(\frac{L_i}{6EI_i} + \frac{L_{i+1}}{6EI_{i+1}} \right) + \mu_{i+1} \frac{L_{i+1}}{6EI_{i+1}} = \Omega_{i,d}^0 - \Omega_{i,g}^0$$

Moment quadratique I_z par-rapport à l'axe z d'une poutre rectangulaire de largeur b et de hauteur h

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

Théorème de Huygens, section ω , distance r de l'axe Δ , section de moment quadratique I par-rapport à son centre de gravité

$$I_{\Delta} = I + \omega \cdot r^2$$

Contrainte normale σ , effort normal N, section de surface Ω

$$\sigma = \frac{N}{\Omega}$$

Contrainte normale de flexion, moment fléchissant M_f , moment quadratique I_z

$$\sigma(y) = -\frac{M_f \cdot y}{I_z}$$

Allongement ΔL d'une barre de longueur L et de coefficient de dilatation α , pour une variation de température ΔT

$$\Delta L = \alpha \cdot L \cdot \Delta T$$

Formule de Bresse

$$\Delta x_1 = \int_{x_0}^{x_1} \frac{N}{E \cdot \Omega} dx - \int_{x_0}^{x_1} \frac{P \cdot dy}{E \cdot \Sigma(\sin^2 \beta \cdot \cos \beta \cdot \omega)} + \int_0^{o'} \frac{\mu}{E \cdot I} \cdot y ds$$