

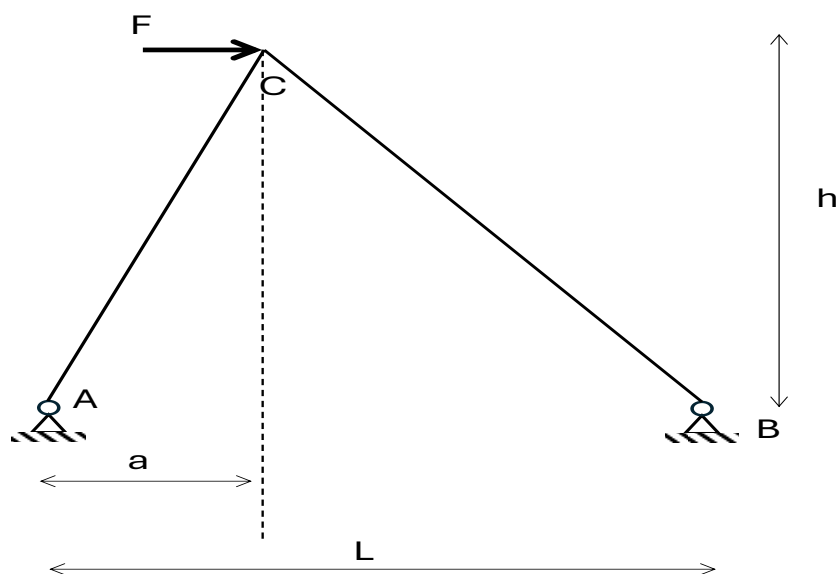
# Résistance des Matériaux

## Méthode des forces

### Exercice : triangle

Soit la structure ACB ci-dessous soumise en C à une force horizontale  $F$ .

Le module  $E$  et l'inertie  $I$  de la structure sont constants.



1/ Calculer les degrés d'hyperstaticité interne, externe, et global

2/ Déterminer les réactions aux appuis à l'aide de la méthode des forces. On prendra comme structure isostatique associée celle qui libère le déplacement horizontal de B.

3/ Tracer les réactions horizontales  $X_A$  et  $X_B$  en fonction de  $a$

4/ Calculer le moment fléchissant  $M(x)$  dans la structure

Données

- $F = 10 \text{ kN}$
- $h = 9 \text{ m}$
- $L = 14 \text{ m}$
- $E = 210\,000 \text{ MPa}$
- $I = 5500 \text{ cm}^4$

# Correction

## Exercice

1/

$$d_e = 2 + 2 - 3 = 1$$

$$d_i = l_i - (3b - 3) = 3 - (3 * 2 - 3) = 0$$

$$d_g = 1$$

Structure globalement hyperstatique d'ordre 1.

2/

Soit  $u_{01}$  le déplacement de B sur la structure isostatique associée soumise à F.

Soit  $u_{11}$  le déplacement de B sur la structure isostatique associée soumise à 1N en B.

$$0 = u_{01} + X_B \cdot u_{11}$$

$$X_B = -\frac{u_{01}}{u_{11}}$$

Soit  $M_0$  le moment fléchissant sur la structure isostatique associée soumise à F.

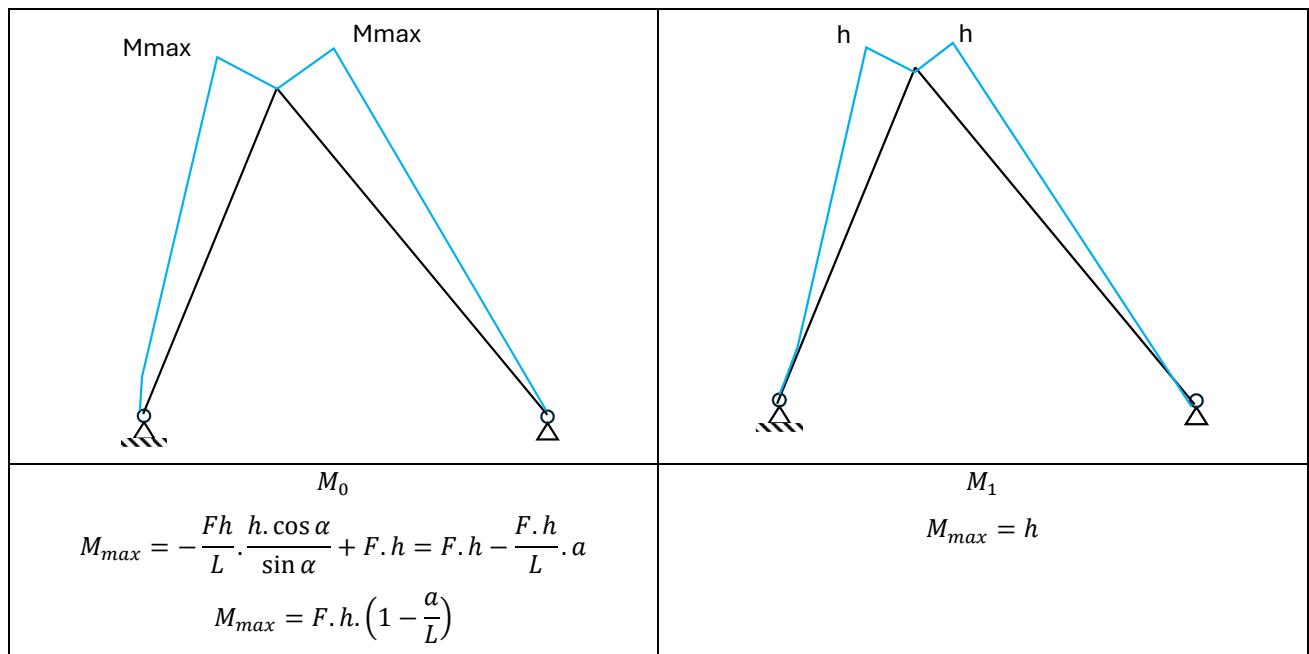
Soit  $M_1$  le moment fléchissant sur la structure isostatique associée soumise à 1N.

Par le théorème de la charge unitaire,

$$u_{01} = \int \frac{M_0 M_1}{EI} ds$$

$$u_{11} = \int \frac{M_1 M_1}{EI} ds$$

Diagrammes de  $M_0$  et  $M_1$



$$u_{10} = \frac{1}{3} \cdot l_1 \cdot h \cdot M_{max} + \frac{1}{3} \cdot h \cdot l_2 \cdot M_{max}$$
$$u_{11} = \frac{1}{3} \cdot l_1 \cdot h^2 + \frac{1}{3} \cdot l_2 \cdot h^2$$
$$X_B = -\frac{u_{10}}{u_{11}}$$

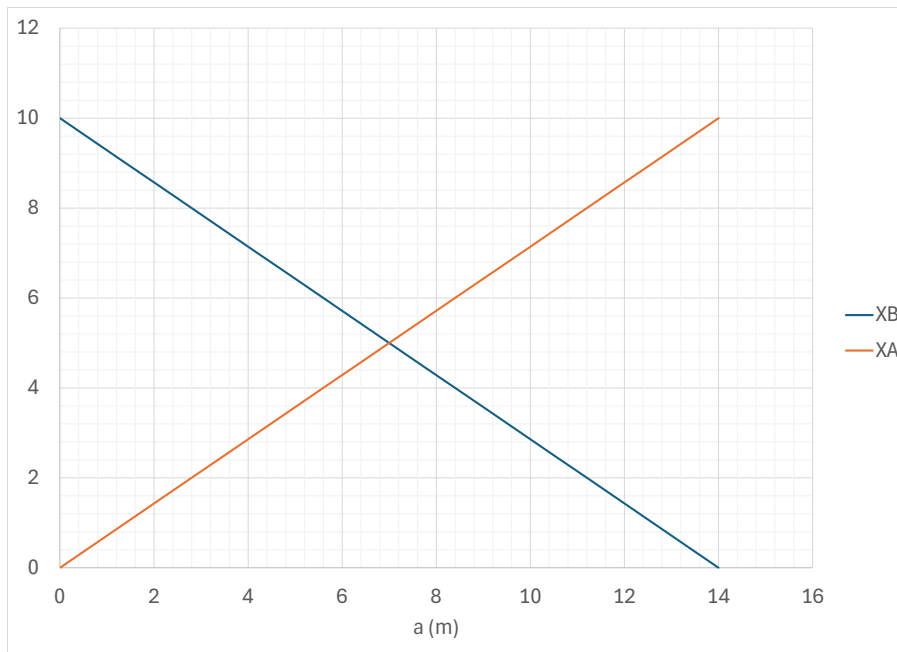
Après simplification il vient

$$X_B = -\frac{l_1 \cdot M_{max} + l_2 \cdot M_{max}}{l_1 \cdot h + l_2 \cdot h} = -\frac{M_{max}}{h}$$

$$X_B = -F \cdot \left(1 - \frac{a}{L}\right)$$

$$X_A = -\frac{F \cdot a}{L}$$

3/ On voit que  $X_A$  augmente avec  $a$ . Pour  $a=L/2$ , on a  $X_A=X_B$ .



4/ Moment fléchissant sur la structure hyperstatique : il est nul sur toute la structure