

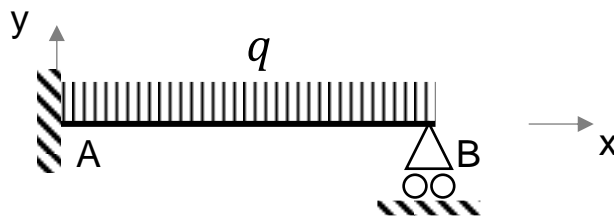
Exercices corrigés de Résistance des Matériaux

Systèmes hyperstatiques

1.1 Poutre hyperstatique

Soit une poutre de longueur L encadrée en A et simplement appuyée en B (appui glissant).

Soient M_A le moment d'encastrement en A, X_A et Y_A les réactions d'encastrement en A et Y_B la réaction d'appui en B.



Q1/ Déterminer le degré d'hyperstaticité de la structure.

Q2/ A l'aide du PFS en A, montrer que

$$M_A = Y_A \cdot L - \frac{qL^2}{2}$$

Pour déterminer toutes les inconnues de liaison, on va apporter des équations supplémentaires à l'aide de considérations sur la déformée.

Q3/ Déterminer l'équation de la déformée $y(x)$ de la poutre en fonction de Y_A , q , L et M_A

Q4/ Que vaut la déformée $y(x)$ en B ?

Q5/ En déduire que

$$M_A = \frac{L}{3} \cdot \left(Y_A - \frac{qL}{4} \right)$$

Q6/ En déduire que

$$Y_A = \frac{5}{8} qL$$

Q6/ En déduire M_A et Y_B

[Voir la correction](#)

Corrections

1.2 Poutre hyperstatique

Q1/ dg=1. Structure hyperstatique. Le PFS ne suffit pas.

Q2/ Somme des moments en B :

$$M_A - Y_A \cdot L + \frac{qL^2}{2} = 0$$

Q3/ Le moment fléchissant a pour expression

$$M_f = -M_A + Y_A \cdot x - \frac{qx^2}{2} = EI \cdot y''(x)$$

Donc

$$EI \cdot y'(x) = -M_A \cdot x + \frac{Y_A x^2}{2} - \frac{q}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + C$$

En $x=0$, $y'(x) = 0$ (encastrement) donc $C=0$

$$EI y(x) = -\frac{M_A}{2} x^2 + \frac{Y_A}{2} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{q}{6} \cdot \frac{x^4}{4} + D$$

En $x=0$, $y(x) = 0$ (encastrement) donc $D=0$

$$y(x) = \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{M_A}{2} x^2 + \frac{Y_A}{2} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{q}{6} \cdot \frac{x^4}{4} \right)$$

Q4/ en B, $y(x)=0$

Q5/ On sait que pour $x=L$, $y(x)=0$ donc

$$\begin{aligned} -\frac{M_A}{2} L^2 + \frac{Y_A}{2} \cdot \frac{L^3}{3} - \frac{q}{6} \cdot \frac{L^4}{4} &= 0 \\ -M_A + Y_A \cdot \frac{L}{3} - \frac{q}{3} \cdot \frac{L^2}{4} &= 0 \end{aligned}$$

$$M_A = \frac{L}{3} \cdot \left(Y_A - \frac{qL}{4} \right)$$

Q6/

$$M_A = \frac{L}{3} \cdot \left(Y_A - \frac{qL}{4} \right)$$

De plus on a vu en Q1 que

$$M_A = Y_A \cdot L - \frac{qL^2}{2}$$

$$Y_A = \frac{5}{8} qL$$

<https://lesdocsduprof.com/>

Q7/ PFS