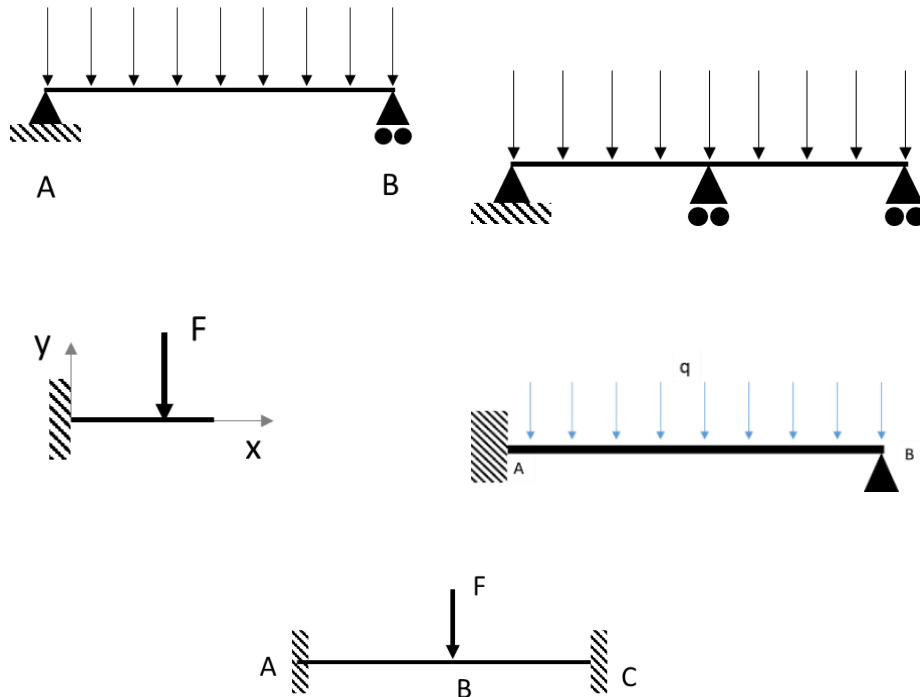


Exercices corrigés de Résistance des Matériaux

Degré d'hyperstaticité

1. Degré d'hyperstaticité d'une poutre

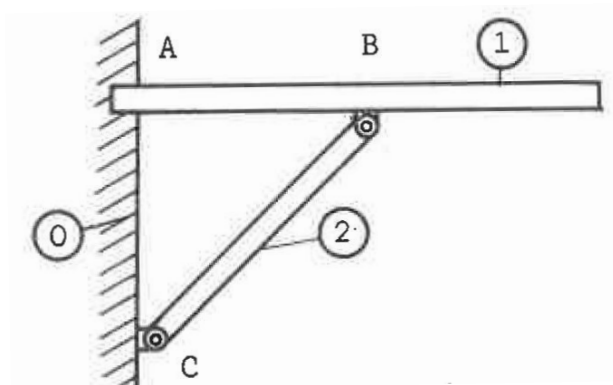
Déterminer le degré d'hyperstaticité global, interne et externe des structures ci-dessous.



[Voir la correction](#)

2. Degré d'hyperstaticité [1]

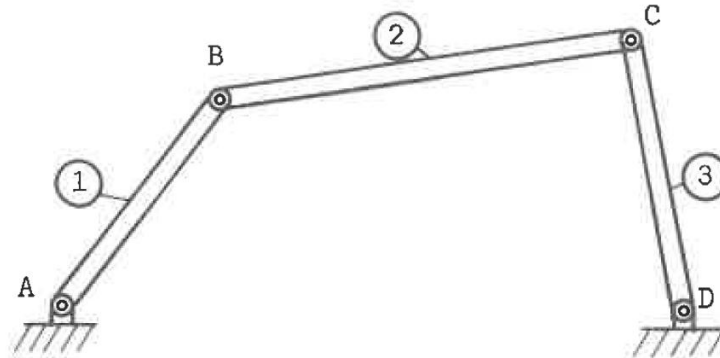
Déterminer le degré d'hyperstaticité global, externe et interne de la structure ci-dessous.



[Voir la correction](#)

3. Degré d'hyperstaticité [1]

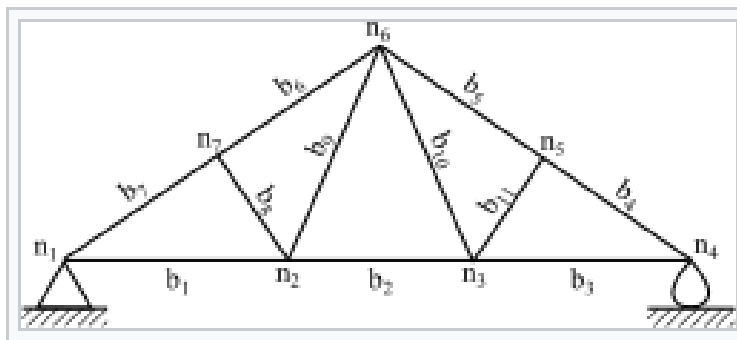
Déterminer le degré d'hyperstaticité global, externe et interne de la structure ci-dessous.



[Voir la correction](#)

4. Exercice : degré d'hyperstaticité, ferme Polonceau

Déterminer le degré d'hyperstaticité global, interne et externe de la ferme Polonceau ci-dessous.

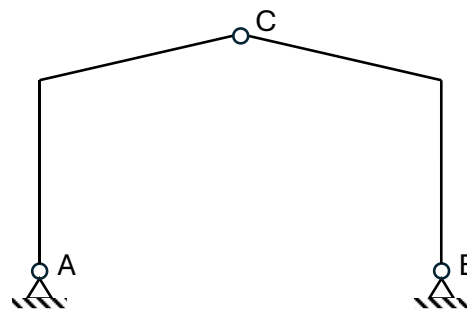


Source Wikipedia

[Voir la correction](#)

5. Exercice : degré d'hyperstaticité, bâtiment agricole [2]

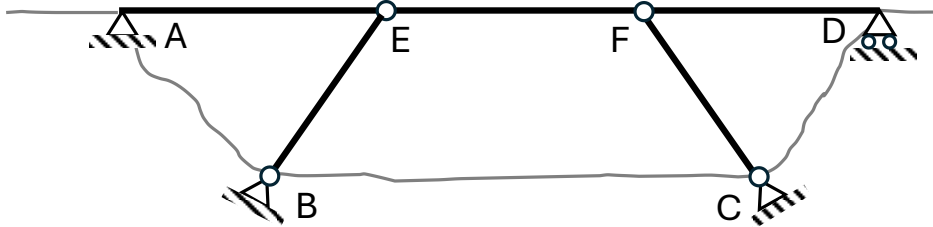
Soit le bâtiment agricole ci-contre, articulé en A, B et C. Déterminer le degré d'hyperstaticité global, interne et externe.



[Voir la correction](#)

6. Exercice : degré d'hyperstaticité, pont à béquilles [2]

Soit le pont à béquilles ci-dessous articulé en A, B, C, E et F et simplement appuyé en C. Déterminer le degré d'hyperstaticité global, interne et externe.



Pont des Gorges de la Dala dans le Valais en Suisse, inauguré en 1989 (Crédit Björn Sothmann)

[Voir la correction](#)

7. Le viaduc du Viaur [3]

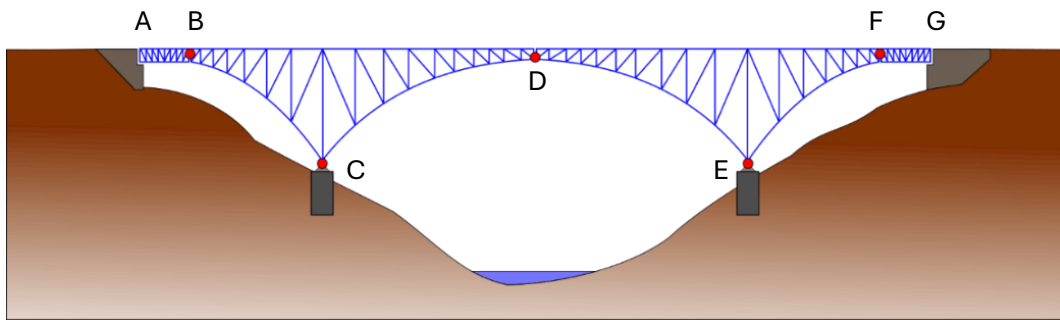
Le viaduc du Viaur est un viaduc ferroviaire situé dans le sud de la France. Il a été conçu par Bodin en 1887.



Wikipedia – Crédit Jean-Jacques Lasmolles

Ce pont est articulé en C et E (déplacement horizontal et vertical bloqués), et simplement appuyé en A et G (déplacement vertical bloqué). Les nœuds B, D et F sont des articulations internes.

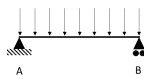
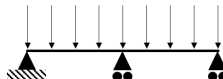

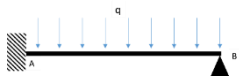
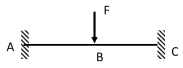
Déterminer les degrés d'hyperstaticité interne, externe et global du viaduc.



Wikipedia – Crédit Pechristener

Corrections

1. Degré d'hyperstaticité d'une poutre

| | de | di | dg |
|--|-------------|--|----|
|  | $3-3=0$ | $l_i = 0$ $b=1$ $0 - (3 \times 1 - 3) = 0$ | 0 |
|  | $2+1+1-3=1$ | | 1 |
|  | $3-3=0$ | | 0 |
|  | $3+2-3=2$ | | 2 |
|  | $3+3-3=3$ | | 3 |

2. Degré d'hyperstaticité [1]

Degré externe

$$d_e = 3 + 2 - 3 = 2$$

Degré interne

On voit en effet que deux liaisons pivots donnent une réaction d'appui en trop sur la structure.

$$d_i = l_i + (3b - 3) = 2 - (3 \times 2 - 3) = -1$$

l_i : nombre de liaisons internes. Liaison pivot : $l_i = 2$

b : nombre d'éléments. $b = 2$

La structure est hypostatique intérieurement. On voit en effet que la structure seule, non reliée au mur, a un degré de liberté : la rotation au niveau de la liaison pivot.

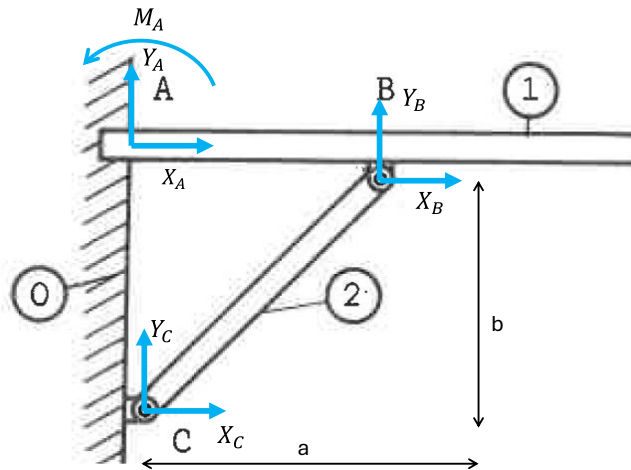
Degré global

$$d = d_e + d_i = 2 - 1 = 1$$

La structure est globalement hyperstatique de degré 1.

Il va manquer une équation pour déterminer toutes les inconnues de liaison.

On peut modéliser le problème comme ci-dessous :



En isolant 1 on a

$$X_A + X_B = 0$$

$$Y_A + Y_B = 0$$

$$M_A + Y_B \cdot AB = 0$$

En isolant 2 on a

$$X_B + X_C = 0$$

$$Y_B + Y_C = 0$$

Somme des moments en C : $Y_B \cdot a - X_B \cdot b = 0$

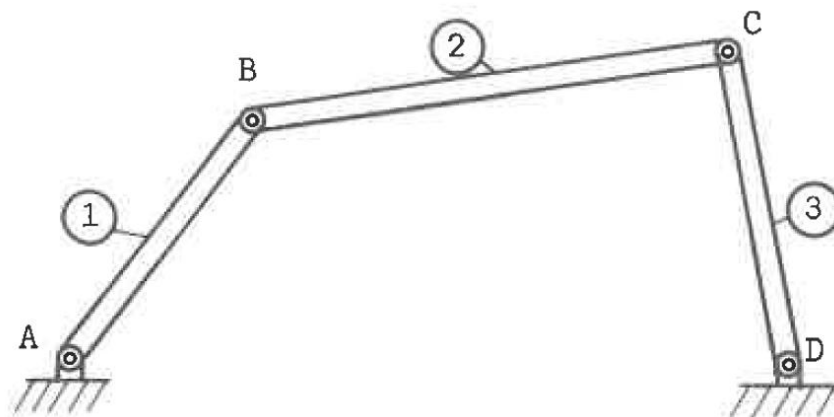
Remarque : cette dernière équation donne

$$\frac{X_B}{Y_B} = \frac{a}{b} = \tan \alpha$$

Ce qui transcrit bien le fait que la pièce 2 étant une barre articulée soumise à deux forces, ces forces ont pour direction l'axe de la barre.

On a bien au total 7 inconnues pour 6 équations.

3. Degré d'hyperstaticité [1]



$$d_e = 2 + 2 - 3 = 1$$

$$d_i = l_i + (3b - 3) = 2 + 2 - (3 \times 2 - 3) = -2$$

l_i : nombre de liaisons internes. Liaison pivot : $l_i = 2$

b : nombre d'éléments. $b = 2$

La structure est hypostatique intérieurement. On voit en effet que la structure seule, non reliée au sol, a deux degrés de liberté : les rotations au niveau des deux liaisons pivot.

Degré global

$$d = d_e + d_i = 1 - 2 = -1$$

La structure est globalement hypostatique de degré 1. Il faudrait bloquer un ddl de plus pour la rendre stable.

4. Exercice : degré d'hyperstaticité, ferme Polonceau

Articulation à gauche : 2 réactions ; Appui à droite : 1 réaction donc

$$d_e = r - 3 = 2 + 1 - 3 = 0$$

Nombre d'éléments : $b = 11$

Liaisons internes :

| n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | n_6 | n_7 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2 | 6 | 6 | 2 | 4 | 6 | 4 |

$$d_i = l_i - (3b - 3) = 30 - (33 - 3) = 0$$

$$d_g = d_e + d_i = 0$$

Structure isostatique.

5. Exercice : degré d'hyperstaticité, bâtiment agricole

$$d_e = r - 3 = 2 + 2 - 3 = 1$$

$$d_i = l_i - (3b - 3) = 2 - (3 \times 2 - 3) = -1$$

$$d_g = 0$$

Structure isostatique.

6. Exercice : degré d'hyperstaticité, pont à béquilles

$$d_e = 2 + 2 + 2 + 1 - 3 = 4$$

2 inconnues en A, B, C et 1 inconnue en D

$$d_i = l_i - (3b - 3) = 2 + 2 - (9 - 3) = -2$$

Liaisons internes : 2 inconnues en E et F

$b = 3$ éléments (poutre AEFC, béquilles BE et CF)

$$d_g = 2$$

La structure est globalement hyperstatique de degré 2.

7. Le viaduc du Viaur

$$d_{\text{externe}} = r - 3 = 1 + 2 + 2 + 1 - 3 = 3$$

$$d_{\text{interne}} = l_i - (3b - 3) = 6 - (3 * 4 - 3) = -3$$

r nombre de réactions d'appuis

l_i inconnues de liaison internes

b nombres d'éléments qui composent la structure

$$d_g = 0$$

Références

- [1] J. P. Larralde, Éd., *Mécanique statique I - Méthode analytique*. in Collection des industries mécaniques. Paris ; New York : Issy-les-Moulineaux: Masson et EAP, 1981.
- [2] E. Ringot, *Calcul des ouvrages: résistance des matériaux et fondements du calcul des structures*. Paris: Eyrolles, 2017.
- [3] Théry, « Notes sur la construction du viaduc du Viaur (ligne de Carmaux à Rodez). Troisième partie : calculs », *Annales des Ponts et Chaussées* (<http://gallica.bnf.fr>), n° 3eme trimestre, p. 244-335, 1901.