fmenan@cesi.fr
https://lesdocsduprof.com/

Exercice de résistance des matériaux : poutres continues, cas de charges des Eurocode

Thématique : poutres continues, Eurocodes

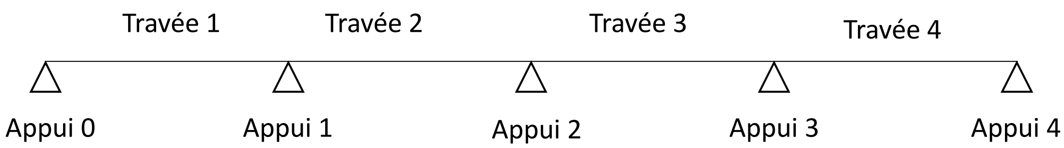
Dans l'Eurocode 3 (EN 1993-1-1 Annexe AB), il est indiqué que pour les poutres continues avec dalles, sans porte-à-faux, il est suffisant de ne considérer que les dispositions de charges suivantes :

a) une travée sur deux supportant les charges permanentes et variables
b) deux travées adjacentes quelconques supportant les charges permanentes et variables, toutes les autres supportant uniquement la charge permanente de calcul

Le cas a) induira les moments fléchissant max en travée ; les moments sur appuis sont maximaux pour le cas b).

On propose dans cet exercice de vérifier ces hypothèses.

Soit une poutre continue constituée de 4 travées de même longueur $L = 1m$.



Soit la charge permanente $G_k = 2\ kN/m$ et la charge variable $Q_k = 3\ kN/m$.

On peut penser que les valeurs maximales des moments, sur travée comme sur appuis, seront pour le cas où l'ensemble des travées supportent G_k et Q_k. On va donc également étudier ce cas de charge.

Soient les trois cas de charge ci-dessous.

Charge	Travée 1	Travée 2	Travée 3	Travée 4
Cas 1	$G_k + Q_k$	G_k	$G_k + Q_k$	G_k
Cas 2	$G_k + Q_k$	$G_k + Q_k$	G_k	G_k
Cas 3	$G_k + Q_k$	$G_k + Q_k$	$G_k + Q_k$	$G_k + Q_k$

Pour chaque cas de charge,

1. Déterminer les moments fléchissant sur les appuis 0, 1 et 2, que l'on notera M_1, M_2 et M_3
2. Tracer le diagramme des moments fléchissant dans la poutre, entre l'appui 0 et l'appui central (appui 2).
3. Conclure sur les hypothèses proposées par l'Eurocode

fmenan@cesi.fr
https://lesdocsduprof.com/

Correction

1/ Formules communes à tous les cas

Théorème des trois moments sur les appuis 1, 2 et 3

$$\begin{cases} M_0.L + 2M_1(2L) + M_2.L = 6EI(\Omega_d - \Omega_g) \\ M_1.L + 2M_2(2L) + M_3.L = 6EI(\Omega_d - \Omega_g) \\ M_2.L + 2M_3(2L) + M_4.L = 6EI(\Omega_d - \Omega_g) \end{cases}$$

$M_0 = 0$ (appui de rive) et $M_4 = 0$ (appui de rive)

Cas 1

$$\begin{cases} 4M_1 + M_2 = \left(-(G_k)\frac{L^2}{4} - (G_k + Q_k)\frac{L^2}{4}\right) \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = \left(-(G_k + Q_k)\frac{L^2}{4} - (G_k)\frac{L^2}{4}\right) \\ M_2 + 4M_3 = \left(-(G_k)\frac{L^2}{4} - (G_k + Q_k)\frac{L^2}{4}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4M_1 + M_2 = -1{,}75 \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = -1{,}75 \\ M_2 + 4M_3 = -1{,}75 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} M_1 = -0{,}375\ kNm \\ M_2 = -0{,}25\ kNm \\ M_3 = -0{,}375\ kNm \end{cases}}$$

Cas 2

$$\begin{cases} 4M_1 + M_2 = \left(-(G_k + Q_k)\frac{L^2}{4} - (G_k + Q_k)\frac{L^2}{4}\right) \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = \left(-(G_k + Q_k)\frac{L^2}{4} - (G_k)\frac{L^2}{4}\right) \\ M_2 + 4M_3 = \left(-(G_k)\frac{L^2}{4} - (G_k)\frac{L^2}{4}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4M_1 + M_2 = -2{,}5 \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = -1{,}75 \\ M_2 + 4M_3 = -1 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} M_1 = -0{,}5625\ kNm \\ M_2 = -0{,}25\ kNm \\ M_3 = -0{,}1875\ kNm \end{cases}}$$

Cas 3

$$\begin{cases} 4M_1 + M_2 = \left(-(G_k)\frac{L^2}{4} - (G_k + Q_k)\frac{L^2}{4}\right) \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = \left(-(G_k + Q_k)\frac{L^2}{4} - (G_k)\frac{L^2}{4}\right) \\ M_2 + 4M_3 = \left(-(G_k)\frac{L^2}{4} - (G_k + Q_k)\frac{L^2}{4}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4M_1 + M_2 = -2{,}5 \\ M_1 + 4M_2 + M_3 = -2{,}5 \\ M_2 + 4M_3 = -2{,}5 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} M_1 = -0{,}5357\ kNm \\ M_2 = -0{,}3571\ kNm \\ M_3 = -0{,}5357\ kNm \end{cases}}$$

2/ Formules communes à tous les cas

fmenan@cesi.fr
https://lesdocsduprof.com/

Dans la travée 1

$$M(x) = m_0(x) + M_0.\left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_1.\left(\frac{x}{L}\right) = m_0(x) + M_1.\left(\frac{x}{L}\right)$$

$m_0(x)$: moment dans la travée isostatique associée

Dans la travée 2

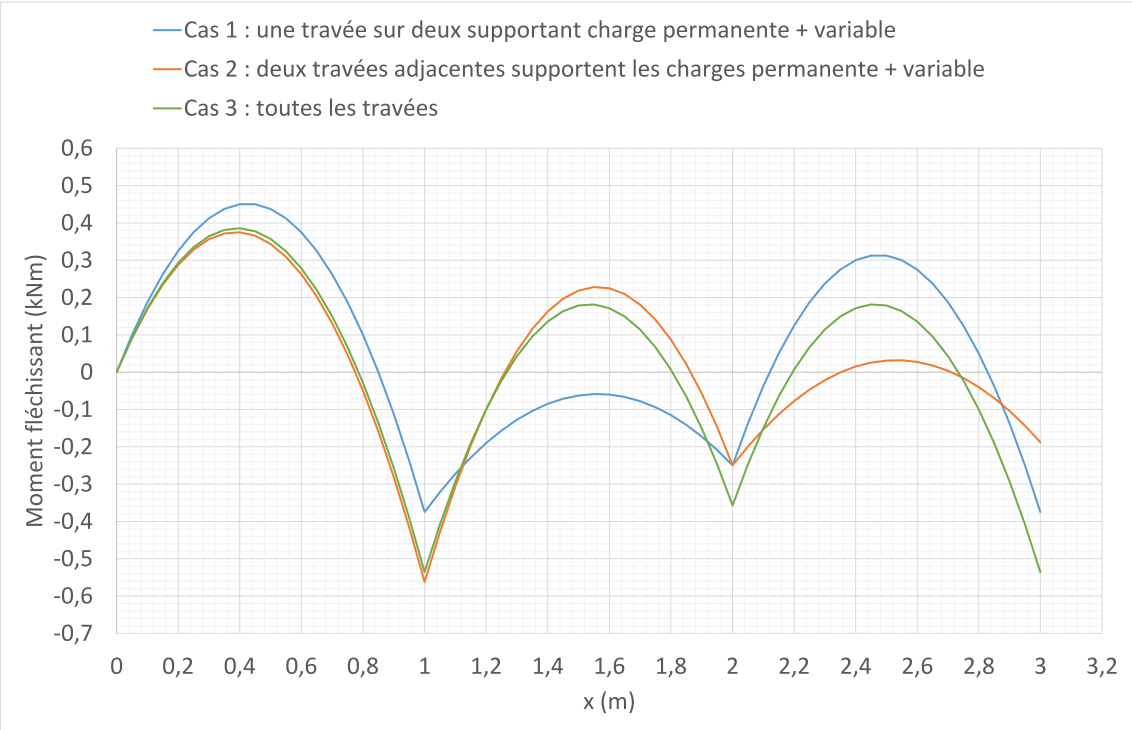
$$M(x) = m_0(x) + M_1.\left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_2.\left(\frac{x}{L}\right)$$

Dans la travée 3

$$M(x) = m_0(x) + M_2.\left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_3.\left(\frac{x}{L}\right)$$

Cas	Travée 1	Travée 2	Travée 3
1	$M(x) = -2{,}5.x^2 + 2{,}5.x - 0{,}375\,.x$	$M(x) = -x^2 + x - 0{,}375\,.(1-x) - 0{,}25x$	$M(x) = -2{,}5x^2 + 2{,}5x - 0{,}25.(1-x) - 0{,}375x$
2	$M(x) = -2{,}5.x^2 + 2{,}5.x - 0{,}5625\,.x$	$M(x) = -2{,}5x^2 + 2{,}5x - 0{,}5625\,.(1-x) - 0{,}25x$	$M(x) = -x^2 + x - 0{,}25.(1-x) - 0{,}1875x$
3	$M(x) = -2{,}5.x^2 + 2{,}5.x - 0{,}5357.x$	$M(x) = -2{,}5.x^2 + 2{,}5.x - 0{,}5357.(1+x) - 0.3571.x$	$M(x) = -2{,}5.x^2 + 2{,}5.x - 0{,}3571.(1+x) - 0.5357.x$

3/ Synthèse



Contrairement à ce que l'on pourrait imaginer, ce n'est pas le cas où toutes les travées supportent la charge permanente et la charge variable que les moments sont les plus importants dans la poutre.

Les moments fléchissant en travée sont maximaux pour le cas « une travée sur deux supportant les charges permanentes et variables » ; les moments sur appuis sont maximaux pour le cas « deux travées adjacentes quelconques supportant les charges permanentes et variables, toutes les autres supportant uniquement la charge permanente de calcul ». On vérifie bien l'hypothèse de l'Eurocode.