Résistance des Matériaux

—

Étude de cas : le pont sur le Douro, étude du tablier central

LE

PONT SUR LE DOURO

De MM. G. EIFFEL & Cie

MÉMOIRE

Par T. SEYRIC

Frédéric Menan

https://lesdocsduprof.com/

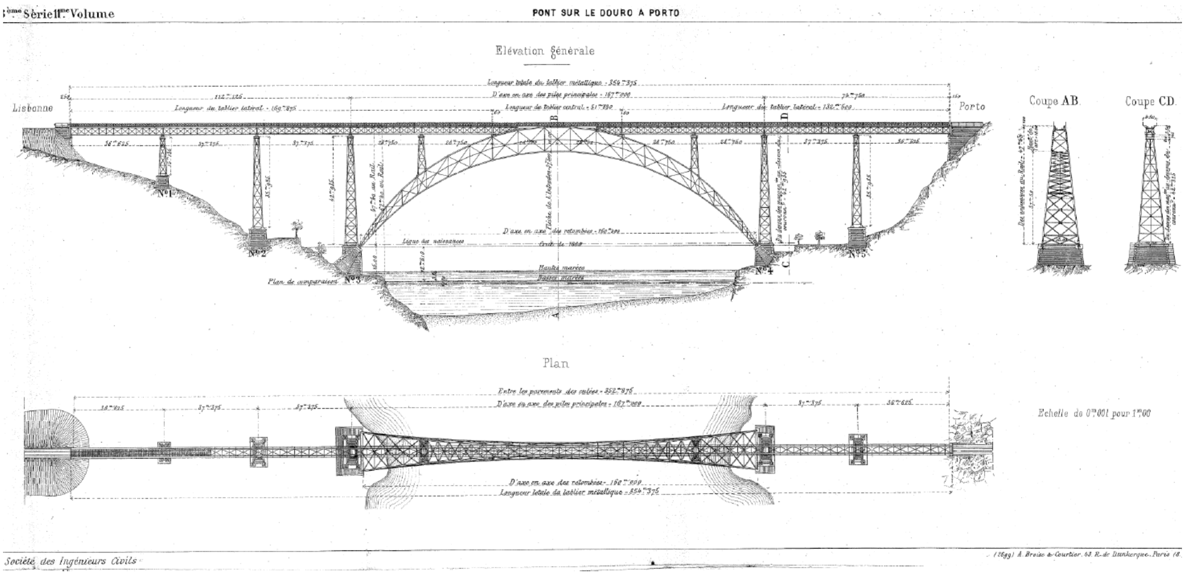
fmenan@cesi.fr

Janvier 2026

Introduction

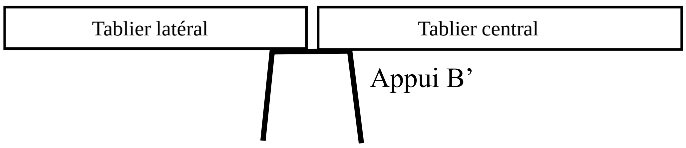
Le pont sur le Douro, appelé aujourd’hui pont Maria Pia, est un viaduc ferroviaire conçu et calculé par Théophile Seyrig et Gustave Eiffel dans les années 1870. Il enjambe le Douro et relie les villes de Lisbonne et Porto, au Portugal.

 Théophile Seyrig (1843-1923)	 Gustave Eiffel (1832-1923)



Le pont sur le Douro. Plans du mémoire de Théophile Seyrig dans la Société des Ingénieurs Civils (Seyrig, 1878)

Le tablier métallique est discontinu aux appuis B’ et B et est donc composé de trois poutres continues : un tablier central et deux tabliers latéraux. L’ensemble repose sur des piles métalliques et sur une grande arche, chef d’œuvre de ce viaduc.



Appui B'. Le tablier latéral côté Lisbonne et le tablier central reposent sur le même appui mais ne sont pas reliés, constituant chacun une poutre continue

Le tablier central est une poutre constituée de 5 travées de même longueur L.

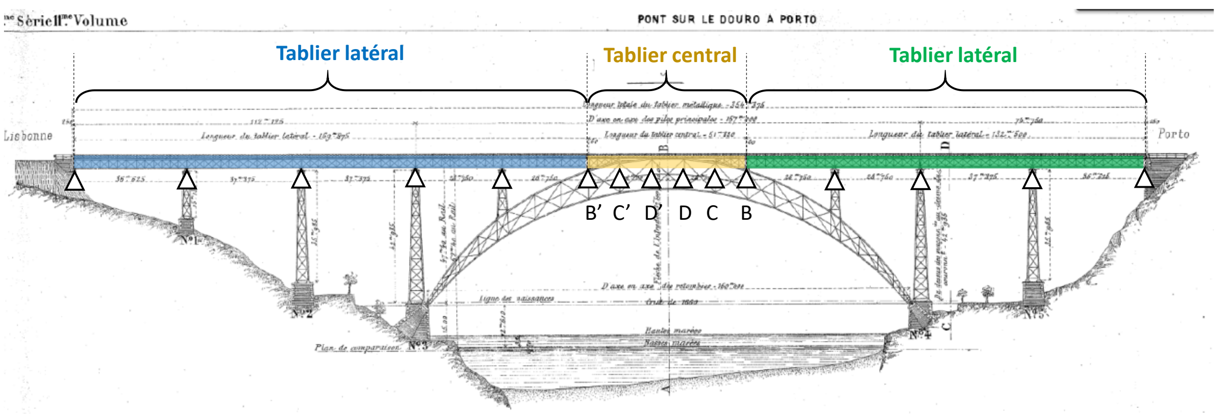
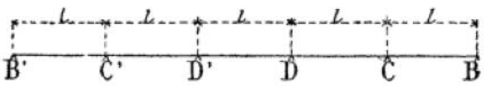


Schéma général du pont sur le Douro

Afin de calculer les efforts extérieurs sur l'arche centrale, on souhaite déterminer les réactions aux appuis du tablier central. On propose dans cet exercice de retrouver les réactions aux appuis B', C', D', D, C et B sur le tablier central, calculées par Théophile Seyrig et données ci-dessous (Seyrig, 1878).

Tablier central. — Un poids p par mètre courant, uniformément

Fig. 4



réparti sur la longueur des cinq travées égales dont ce tablier se compose, donne :

En B et B' $\quad R = 0.395\ pl,$
En C et C' $\quad T_1 = 1.131\ pl,$
En D et D' $\quad T_2 = 0.974\ pl.$

1° Réactions produites par la surcharge sur tout le tablier :

Au point D (Fig. 3)
$T_1 = 0.974 \times 4000 \times 10.40 = 40518^k$
Au point C
$T = 1.131 \times 4000 \times 10.40 = 47050^k$
Au point B
$R = 0.395 \times 4000 \times 10.40 = 16432$

Les longueurs seront exprimées en m. Les charges sont exprimées en kg et kg/m. L'effort tranchant sera donc exprimé en kg, et le moment fléchissant en kg.m.

Questions

1. Que valent les moments fléchissant sur les appuis B' et B ?
2. Par l'étude des symétries, comparer les moments fléchissant aux appuis C, D, C' et D'
3. A l'aide du théorème des trois moments, exprimer les moments sur les appuis C' et D' en fonction de p et L
4. En déduire l'expression du moment fléchissant $M(x)$ et de l'effort tranchant $V(x)$ dans le tablier central en fonction de p et L
5. On a $L = 10{,}40\ m$ et $p = 4000\ kg/m$. Tracer les diagrammes du moment fléchissant et de l'effort tranchant.
6. Calculer les réactions aux appuis B', C' et D' et comparer avec les résultats donnés par Seyrig.

7. Exprimer les réactions aux appuis B’, C’ et D’ en fonction de p et L. Comparer avec les résultats indiqués par Seyrig

Correction

1/ Appuis de rive en B et B’ donc

$$M_B = 0$$
$$M'_B = 0$$

2/ Par symétrie,

$$M_D = M_{D'}$$
$$M_C = M_{C'}$$

3/ Théorème des trois moments sur l’appui C’

$$2M_{C'}.\left(\frac{L}{6}+\frac{L}{6}\right)+M_{D'}.\frac{L}{6} = -\frac{pL^3}{24}-\frac{pL^3}{24}$$

Théorème des trois moments sur l’appui D’

$$M_{C'}.\frac{L}{6}+2M_{D'}.\frac{L}{3}+M_{D'}.\frac{L}{6} = -\frac{pL^3}{24}-\frac{pL^3}{24}$$

Après simplification, on a

$$\begin{cases} 4M_{C'}+M_{D'} = -\dfrac{pL^2}{2} \\ M_{C'}+5M_{D'} = -\dfrac{pL^2}{2} \end{cases}$$

Après résolution, il vient

$$\begin{cases} M_{C'} = -\dfrac{4pL^2}{38} \\ M_{D'} = -\dfrac{3pL^2}{38} \end{cases}$$

4/ Travée 1

$$M_1(x) = \frac{pL}{2}x-\frac{p}{2}x^2+M_{C'}.\frac{x}{L}$$
$$V_1(x) = -\frac{dM_1(x)}{dx} = -\frac{pL}{2}+px-\frac{M_{C'}}{L}$$
$$\frac{dM_1}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = \left(\frac{pL}{2}+\frac{M_{C'}}{L}\right).\frac{1}{p}$$

Travée 2

$$M_2(x) = \frac{pL}{2}x-\frac{p}{2}x^2+M_{C'}.\left(1-\frac{x}{L}\right)+M_{D'}.\frac{x}{L}$$
$$V_2(x) = -\frac{pL}{2}+px+\frac{M_{C'}}{L}-\frac{M_{D'}}{L}$$
$$\frac{dM_2}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = \left(\frac{pL}{2}-\frac{M_{C'}}{L}+\frac{M_{D'}}{L}\right).\frac{1}{p}$$

Travée 3

$$M_3(x) = \frac{pL}{2}x-\frac{p}{2}x^2+M_D$$

$$V_3(x) = -\frac{dM}{dx} = -\frac{pL}{2} + px$$

$$\frac{dM_3}{dx} = \frac{pL}{2} - px = 0 \Leftrightarrow x = \frac{L}{2}$$

Travée 4

$$M_4(x) = \frac{pL}{2}x - \frac{p}{2}x^2 + M_D\left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_C.\frac{x}{L}$$

$$V_4(x) = -\frac{pL}{2} + px + \frac{M_D}{L} - \frac{M_C}{L}$$

$$\frac{dM_4}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = \left(\frac{pL}{2} - \frac{M_D}{L} + \frac{M_C}{L}\right).\frac{1}{p}$$

Travée 5

$$M_5(x) = \frac{pL}{2}x - \frac{p}{2}x^2 + M_C\left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

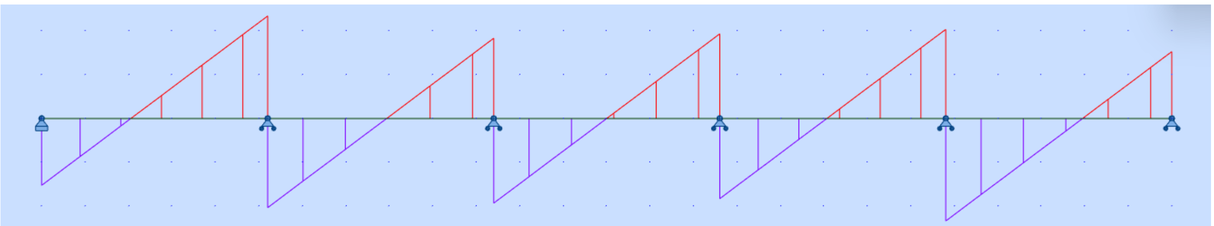
$$V_5(x) = -\frac{pL}{2} + px + \frac{M_C}{L}$$

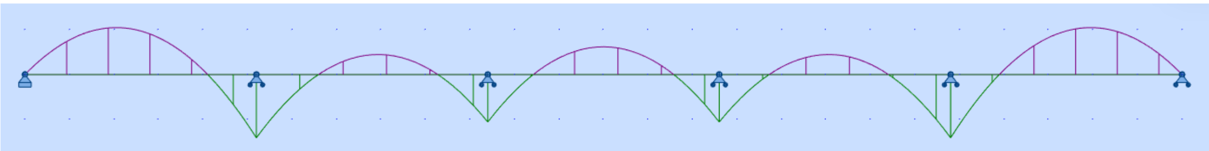
$$\frac{dM_5}{dx} = 0 \Leftrightarrow x = \left(\frac{pL}{2} - \frac{M_C}{L}\right).\frac{1}{p}$$

5/ Avec $L = 10{,}40\ m$ et $p = 4000\ kg/m$ on obtient les valeurs ci-dessous

Travée	1	2	3	4	5
Valeur de x pour Mmax (m)	4,105	5,474	5,20	4,926	6,295
Mmax (kgm)	33 706	14 381	19 924	14 381	33 706
V(0) (kg)	-16 421	-21 895	-20 800	-19 705	-25 179
V(L) (kg)	25 179	19 705	20 800	21 895	16 421

On obtient les diagrammes ci-dessous :





6/

$$Y_D = Y_{D'} = 40\,505\ kg$$

$$Y_C = Y_{C'} = 47\,074\ kg$$

$$Y_B = 16\,421\ kg$$

On retrouve des valeurs proches de celles indiquées par Seyrig.

1° Réactions produites par la surcharge sur tout le tablier :

Au point D (Fig. 3)

$T_1 = 0.974 \times 4000 \times 10.40 \quad = 40518^k$

Au point C

$T = 1.131 \times 4000 \times 10.40 \quad = 47050^k$

Au point B

$R = 0.395 \times 4000 \times 10.40 \quad = 16432$

7/

Appui B

$$Y_B = -V_1(0) = \frac{pL}{2} - \frac{4pL}{38} = \frac{19pL - 4pL}{38} = \frac{15pL}{38} = 0{,}395pL$$

Appuis C' et C

$$Y_C = V_1(L) - V_2(0) = \frac{23pL}{38} + \frac{20pL}{38} = 1{,}131pL$$

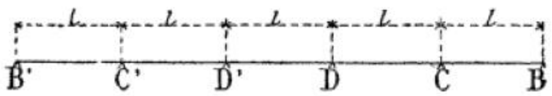
Appuis D et D'

$$Y_D = V_2(L) - V_3(0) = \frac{pL}{2} - \frac{4pL}{38} + \frac{3pL}{38} + \frac{pL}{2} = \frac{37pL}{38} = 0{,}974pL$$

On retrouve les expressions indiquées par Seyrig à la société des ingénieurs civils en 1878.

Tablier central. — Un poids p par mètre courant, uniformément

Fig. 4



réparti sur la longueur des cinq travées égales dont ce tablier se compose, donne :

En B et B' $\quad R = 0.395\ pl,$

En C et C' $\quad T_1 = 1.131\ pl,$

En D et D' $\quad T_2 = 0.974\ pl.$

Références Bibliographiques

Seyrig, T. (1878) « Le pont sur le Douro de MM. G. Eiffel et Cie », in, p. 741-816. Disponible sur: https://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.30.

Couverture : Le pont sur le Douro (photo Jose Goncalves – Wikipedia) aussi appelé pont Maria Pia