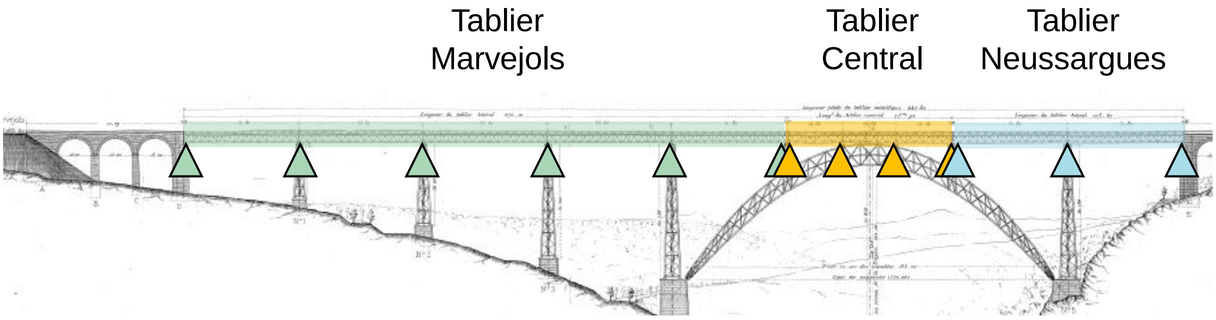
Résistance des Matériaux

—

Étude de cas : le viaduc de Garabit, longerons du tablier Marvejols



Frédéric Menan

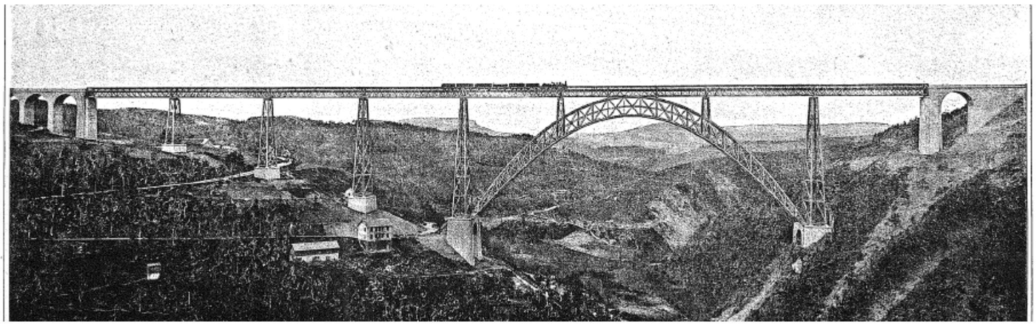
https://lesdocsduprof.com/

fmenan@cesi.fr

Janvier 2026

Introduction

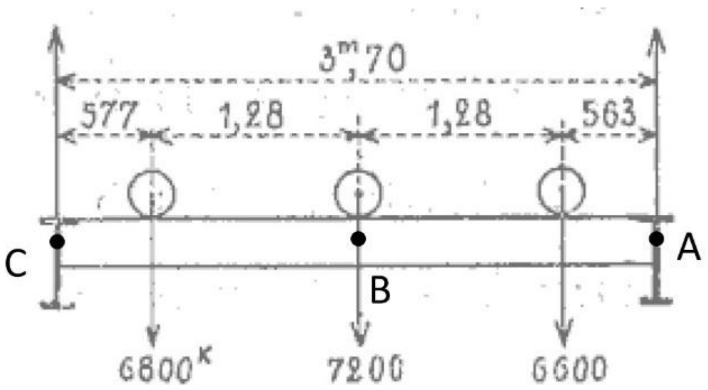
Le viaduc de Garabit est un viaduc ferroviaire situé dans le département du Cantal dans la région Auvergne-Rhône-Alpes construit par Gustave Eiffel dans les années 1880. Il constitue un élément de la ligne ferroviaire entre Marvejols et Neussargues.



Viaduc de Garabit dans le mémoire de Gustave Eiffel de 1888 (Eiffel, 1888, p. 173)

Dans cet exercice on propose de vérifier la résistance des longerons du tablier Marvejols.

Le schéma d'un longeron est donné ci-dessous. Les essieux du train sont représentés par les cercles, avec leurs charges associées, en kg. On utilisera les kg pour l'unité des efforts, comme dans les calculs d'Eiffel.



Tablier Marvejols, longerons (Eiffel, 1888, p. 81)

Données

- Longueur longeron $L = 3{,}70m$
- Charge permanente par mètre de longeron $p = 275\ kg/m$ (fers, bois et rails, plaletage)
- Charge admissible 6 kg/mm^2 (contrainte admissible en traction du matériau)

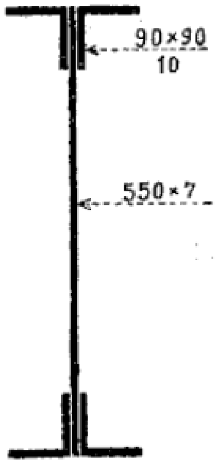


Figure 1. Tablier Marvejols. Section des longerons (Eiffel, 1888, p. 81)

Questions

Partie 1 : contrainte maximale dans le longeron

1. Tracer le diagramme des moments fléchissant dans le longeron.
2. Déterminer le moment quadratique I_{Gz} de la section
3. En déduire la contrainte maximale dans le longeron. La résistance est-elle assurée ?

Partie 2 : analyse des calculs réalisés par Eiffel

Voici comment Eiffel réalise le calcul :

La surcharge maxima se produit quand les roues de la locomotive occupent les positions figurées ci-contre.

Moment dû à la charge permanente :

$$M' = \frac{pl^2}{8} = \frac{275 \times \overline{3,70}^2}{8} = 470$$

Réaction au point A :

$$R = \frac{1}{3,70}(6800 \times 0,577 + 7200 \times 1,857 + 6600 \times 3,137)$$

$$R = 10270$$

Moment dû à la surcharge :

$$M'' = 10270 \times 1,843 - 6600 \times 1,28 = 10480$$

Moment total :

$$M = M' + M'' = 470 + 10480 = 10950$$

1. Quelle simplification réalise Eiffel pour simplifier les calculs ?
2. Comparer le moment fléchissant maximal calculé en partie 1 et le moment fléchissant maximal calculé par Eiffel. Conclure.

Correction

Partie 1

Question 1

On opère par superposition : on additionne le moment fléchissant dû au poids propre du longeron et le moment fléchissant dû aux charges ponctuelles des essieux.

Moment fléchissant dû au poids propre du longeron

Dans la section d'abscisse x,

$$M'(x) = \frac{pl}{2}.x - p.\frac{x^2}{2}$$

Moment fléchissant dû aux charges linéiques

Charge $F_1 = 6800\ kg$ en $x = 0{,}577$

$$\begin{cases} M_1(x) = \dfrac{F_1 \times 3{,}123}{L}.x\ pour\ x \in [0; 0{,}577] \\ M_1(x) = \dfrac{F_1 \times 0{,}577}{L}(L-x)\ pour\ x \in [0{,}577; 3{,}70] \end{cases}$$

Charge F_2 en $x = 1{,}857$

$$\begin{cases} M_2(x) = \dfrac{F_2 \times 1{,}843}{L}.x\ pour\ x \in [0; 1{,}857] \\ M_2(x) = \dfrac{F_1 \times 1{,}857}{L}(L-x)\ pour\ x \in [1{,}857; 3{,}70] \end{cases}$$

Charge $F_3 = 6600\ kg$ en $x = 3{,}137$

$$\begin{cases} M_3(x) = \dfrac{F_2 \times 3{,}123}{L}.x\ pour\ x \in [0; 3{,}137] \\ M_3(x) = \dfrac{F_1 \times 0{,}577}{L}(L-x)\ pour\ x \in [3{,}137; 3{,}70] \end{cases}$$

Le moment fléchissant $M(x)$ total a pour expression

$$M(x) = M'(x) + M_1(x) + M_2(x) + M_3(x)$$

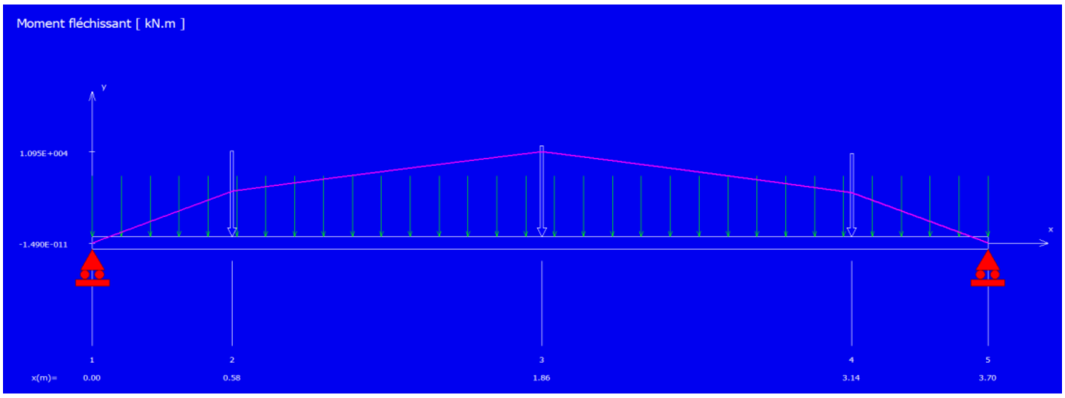


Figure 2. Calcul effectué sur le logiciel RDM7 (Y. Debard)

Moment fléchissant maximal $M_{max} = 10950\ kg.m$

Question 2

Eiffel calcule le moment d'inertie d'un rectangle plein de largeur 187 mm et hauteur 550 mm, puis retire le moment d'inertie des parties « vides » de ce rectangle.

$$I = \frac{1}{12} \times (0{,}187 \times 0{,}550^3 - 2 \times 0{,}530^3 \times 0{,}080 - 2 \times 0{,}370^3 \times 0{,}010)$$

$$I_z = 5{,}23 \times 10^{-4}\ m^4$$

<u>Question 3</u>

La contrainte maximale de flexion dans le longeron a pour valeur

$$\sigma = \frac{M_{max} \cdot v}{I_z} = \frac{10950 \times \frac{0{,}55}{2}}{0{,}000523} = 5{,}76\ kg/mm^2$$

<u>Partie 2</u>

<u>Question 1</u>

Eiffel additionne le moment fléchissant maximal du à la charge permanente avec le moment au droit de la force F_2, car on sait que pour une charge ponctuelle, le moment maximal est au droit du point d'application de la force.

Or la force F_2 est appliquée en $x = 1{,}857m$, tandis que le moment fléchissant dû à la charge permanente est maximal au centre, soit en $x = 1{,}85m$.

Eiffel additionne donc des moments pour des sections différentes.

La simplification réalisée par Eiffel est de considérer que le point B est au centre de la poutre, en $x = 1{,}85m$ et non pas en $x = 1{,}857m$, ce qui lui permet de sommer le moment dû aux charges ponctuelles avec le moment dû à la charge permanente.

<u>Question 2</u>

En $x = 1{,}85\ m$, le moment dû à la charge permanente a pour valeur

$$M' = \frac{pl^2}{8} = \frac{275 \times 3{,}70^2}{8} = 470{,}954\ kgm$$

En $x = 1{,}857\ m$, le moment dû à la charge permanente a pour valeur

$$M' = \frac{pl}{2} . x - p . \frac{x^2}{2} = 470{,}587\ kgm$$

Dans les deux cas on ajoute le moment fléchissant dû aux charges linéiques, en $x = 1{,}857\ m$, qui est de $10480\ kg.m$.

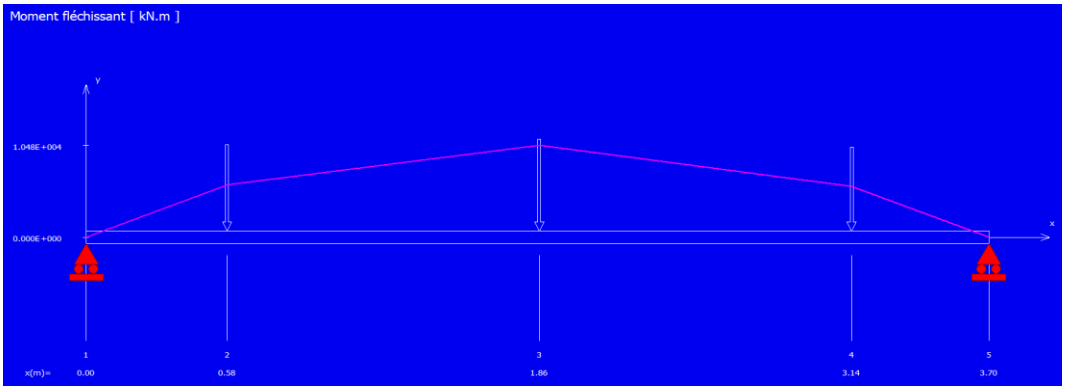


Figure 3. Calcul effectué sur le logiciel RDM7 (Y. Debard)

L'hypothèse simplifie grandement les calculs, au coût d'un infime manque de précision.

Références Bibliographiques

Eiffel, G. (1888) « Mémoire présenté à l'appui du projet définitif du viaduc de Garabit », *Mémoires de la Société des ingénieurs civils. http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49. Conservatoire national des arts et métiers, Conservatoire numérique http://cnam.cnum.fr*, 50, p. 55-184.