

# Dimensionnement du viaduc de Garabit

---

-

## Calcul des piles métalliques



Photo Nicolas Janberg

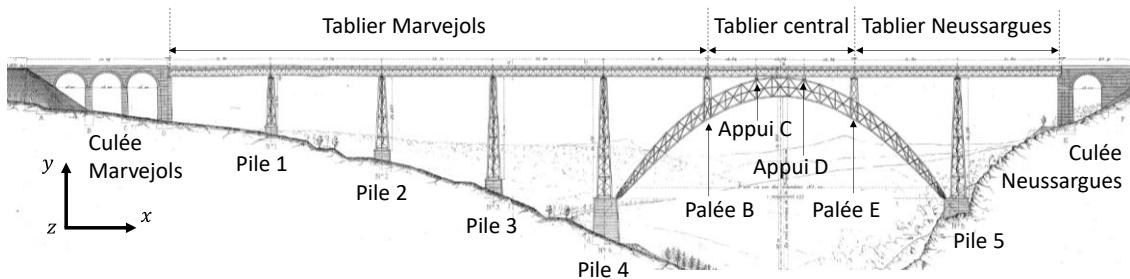
## Table des Matières

<b>1    DESCRIPTION.....</b>	<b>3</b>
1.1    DISPOSITIONS GENERALES, DIMENSIONS PRINCIPALES.....	3
1.2    CAS DE CHARGES .....	7
1.3    DIMENSIONNEMENTS REALISES DANS LE MEMOIRE.....	8
<b>2    PILE 1.....</b>	<b>9</b>
2.1    PILE 1. AMARRAGES .....	9
2.1.1 <i>Problématique : le renversement dû au vent .....</i>	9
2.1.2 <i>Descente de charges et moment de stabilité .....</i>	10
2.1.3 <i>Moment de renversement.....</i>	10
2.1.4 <i>Synthèse .....</i>	12
2.2    PILE 1. MAÇONNERIES.....	14
<b>3    PILES 4 ET 5 .....</b>	<b>15</b>
3.1    DISTRIBUTION DES FERS : SECTIONS DES ELEMENTS METALLIQUES.....	15
3.1.1 <i>Cas du vent avec surcharge : effort de compression maximal dans les arbalétriers ...</i>	15
3.1.2 <i>Cas du vent sans surcharge.....</i>	30
3.1.3 <i>Synthèse : distribution des fers .....</i>	31
3.2    PILES 4 ET 5. AMARRAGE .....	33
3.3    PILES 4 ET 5. MAÇONNERIES .....	33
3.4    PILES 4 ET 5. JOINTS DES ARBALETRIERS.....	34
<b>4    PILE 3.....</b>	<b>37</b>
4.1    DISTRIBUTION DES FERS : SECTIONS DES ELEMENTS METALLIQUES.....	38
4.1.1 <i>Vent avec surcharge.....</i>	38
4.1.2 <i>Vent sans surcharge.....</i>	41
4.2    MODELISATION ABAQUS DE LA PILE 3 .....	43
4.2.1 <i>Description du modèle ABAQUS Standard .....</i>	44
4.2.2 <i>Eléments de validation du modèle .....</i>	46
4.2.3 <i>Comparaison ABAQUS – Statique graphique .....</i>	47
4.3    PILE 3. MAÇONNERIES.....	47
<b>5    PILE 2.....</b>	<b>49</b>
5.1    PILE 2. AMARRAGES .....	49
5.2    PILE 2. MAÇONNERIES.....	49
<b>REFERENCES.....</b>	<b>50</b>

# 1 Description

## 1.1 Dispositions générales, dimensions principales

Les piles 1 à 4 supportent le tablier Marvejols ; la pile 5 supporte le tablier Neussargues.



« Ces piles sont divisées en un certain nombre d'étages variant de trois à six, d'une hauteur courante de 10m » (Eiffel, 1888, p. 96) (Tableau 1).

HAUTEURS	COTÉ MARVEJOLS				COTÉ NEUSSARGUES
	PILE 1	PILE 2	PILE 3	PILE 4	
3 étages	4 étages	5 étages	6 étages	6 étages	
Hauteur du 1 <sup>er</sup> étage . . . . .	9,7594 m	9,7594 m	9,7594 m	9,4660 m	9,4660 m
» du 2 <sup>e</sup> » . . . . .	9,9586	9,9586	9,9586	9,9316	9,9316
» du 3 <sup>e</sup> » . . . . .	3,1868	9,9586	9,9586	9,9316	9,9316
» du 4 <sup>e</sup> » . . . . .		5,1785	9,9586	9,9316	9,9316
» du 5 <sup>e</sup> » . . . . .			7,9586	9,9316	9,9316
» du 6 <sup>e</sup> » . . . . .				9,9316	9,9316
Hauteur depuis l'axe du dernier étage jusqu'à la maçonnerie . . . . .	0,8896	0,8896	0,8896	0,8940	0,8940
Hauteur totale depuis le dessous du couronnement jusqu'à la maçonnerie . . . . .	23,7944 m	35,7447 m	50,4834 m	60,0180 m	60,0180 m
Hauteur du couronnement supérieur . . . . .	0,718	0,718	0,718	0,718	0,718
Hauteur totale pour chaque pile . . . . .	24,5124 m	36,4627 m	51,2014 m	60,7360 m	60,7360 m

Tableau 1. Piles métalliques – dimensions

« Les piles ont la forme de troncs de pyramides, dont les arêtes ou arbalétriers sont constitués par des caissons en tôles et cornières convenablement entretoisés » (Eiffel, 1888, p. 94) (Figure 1).

Les arbalétriers ont une section en U composée de deux âmes reliées à des semelles dont l'épaisseur varie suivant la hauteur suivant l'axe y global du viaduc (Figure 2). On verra en effet que l'effort de compression dans les arbalétriers dépend de l'ordonnée y de la section étudiée, à

cause du poids propre de la pile. La section en  $\square$  des arbalétriers est une innovation par rapport à la plupart des ponts construits par Eiffel avant le viaduc de Garabit, constitués d'arbalétriers en caissons rectangulaires fermés. Contrairement à une section fermée, la section en  $\square$  donne accès à l'ensemble des surfaces de la pièce, ce qui facilite l'inspection visuelle des arbalétriers et leur maintenance. (Eiffel, 1888, p. 94).

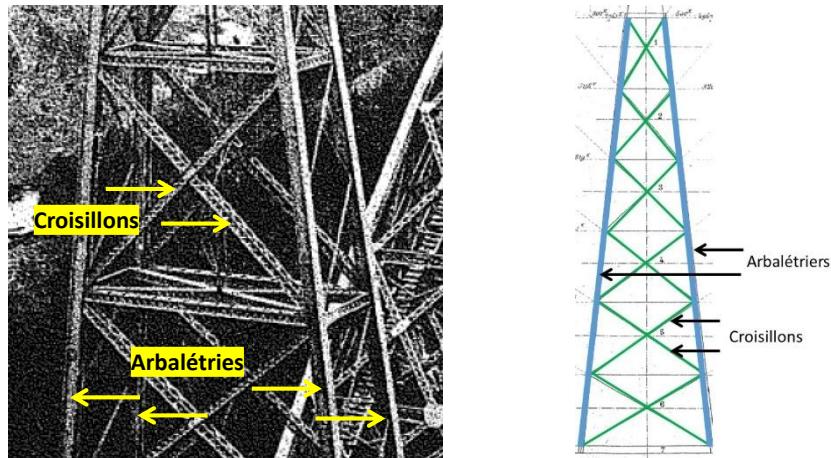


Figure 1. Arbalétriers et croisillons des piles métalliques

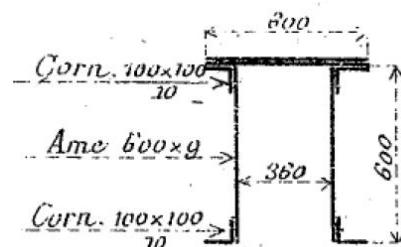


Figure 2. Sections des arbalétriers. Piles 4 et 5. (Eiffel, 1888, p. Planche 179)

« Dans le plan de la grande face, chacun des étages de 10m est constitué par une entretoise horizontale et une croix de Saint-André. » (Eiffel, 1888, p. 97) (Figure 3).

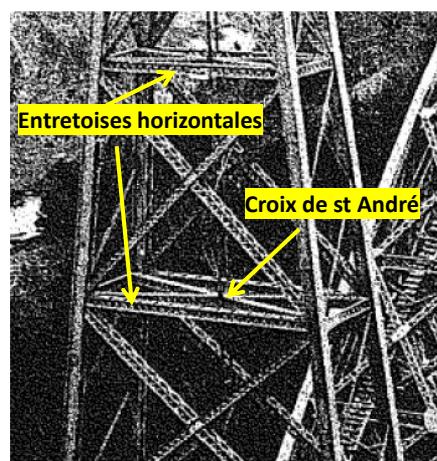


Figure 3. Détails des piles métalliques

*Les barres formant les croisillons et les entretoises ont la forme d'un caisson composé de 4 cornières de 70mm, réunies par treillis double en fer plant. Ces caissons [...] viennent s'attacher sur les deux âmes des arbalétriers en pénétrant dans l'intérieur de l'U. » (Eiffel, 1888, p. 97) (Figure 2).*

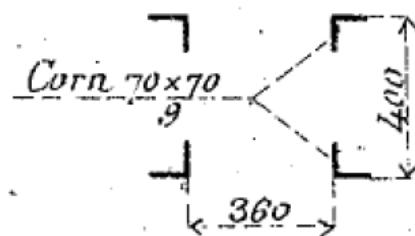


Figure 4. Section des croisillons et entretoises. Piles 4 et 5. (Eiffel, 1888, p. Planche 179)

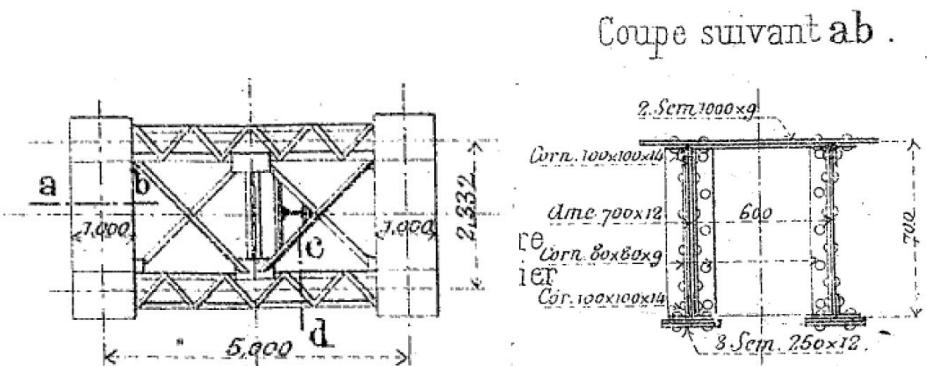
Par rapport à des entretoisements en cornières, la section en caisson des entretoises et des croisillons apporte une meilleure résistance au flambement et donc une meilleure résistance aux effets du vent. De plus pour des entretoisements en cornières « *il se produit des vibrations très sensibles quand, par suite du balancement de la pile sous l'action du vent, les diagonales passent presque subitement de l'effort de compression à un effort de traction [...] rien d'analogique ne se produira pas avec nos diagonales indéformables* » (Eiffel, 1888, p. 95).

Remarque : sur le viaduc du Douro, construit par Eiffel et son associé Théophile Seyrig quelques années avant le viaduc de Garabit, les arbalétriers forment un caisson fermé et les entretoises et croisillons sont en cornières (**référence Seyrig**).



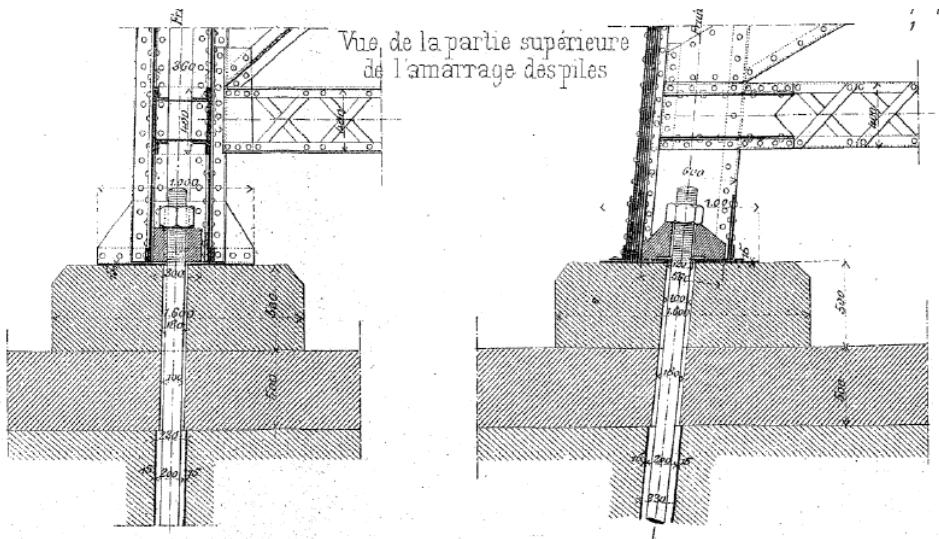
Figure 5. Viaduc du Douro (Rochès & Muzeau, 2024)

« *A leur sommet, les piles sont terminées par un couronnement qui reçoit les appuis du tablier* » (Eiffel, 1888, p. 97) (Figure 6).



*Figure 6. Plan du couronnement des piles 4 et 5*

« Chaque arbalétrier repose sur la maçonnerie par l'intermédiaire d'une plaque d'assise en tôle de 1 m en carré, assemblée par des goussets aux faces de l'arbalétrier » (Eiffel, 1888, p. 97) (Figure 7). « L'amarrage de l'arbalétrier se fait par un tirant pénétrant dans l'intérieur de la pile à une profondeur calculée pour intéresser un cube suffisant de maçonnerie. Ce tirant est claveté à sa partie inférieure sur un sommier en fer, logé dans une galerie établie, logé dans une galerie établie sous les arbalétriers de la petite face et qui réunit les amarrages de ceux-ci. » (Eiffel, 1888, p. 98) (Figure 8).



*Figure 7. Assise des arbalétriers. Vue de la partie supérieure de l'amarrage des piles (Eiffel, 1888, p. Planche 175)*

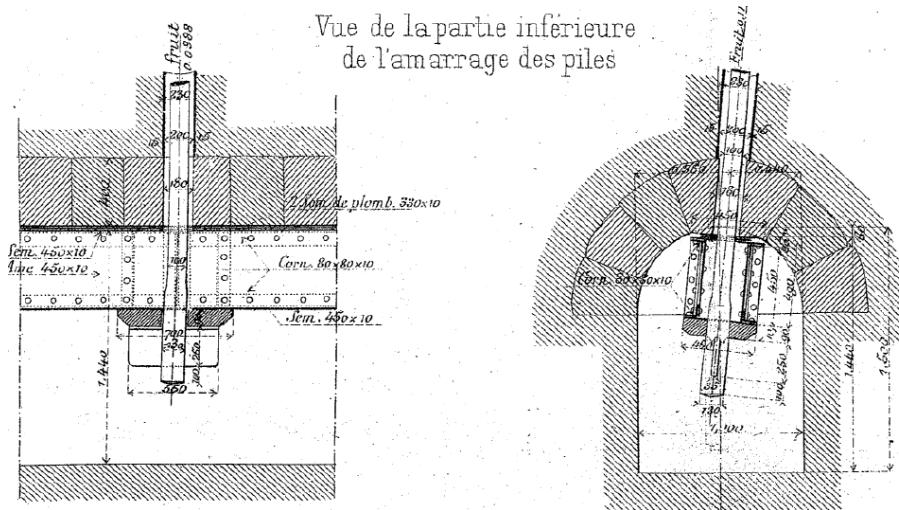


Figure 8. Assise des arbalétriers. Vue de la partie inférieure de l'amarrage des piles

## 1.2 Cas de charges

Selon Eiffel, les wagons seront renversés pour une pression de vent d'environ  $160-170 \text{ kg/m}^2$ . Il considère donc que les trains ne circuleront pas pour une intensité du vent supérieure à  $150 \text{ kg/m}^2$  (Eiffel, 1888, p. 131). Or la pression maximale du vent est de  $270 \text{ kg/m}^2$ . Il doit donc étudier deux cas extrêmes :

« 1° Le tablier porte la surcharge d'épreuve et l'effort du vent est de 150 kg par mètre carré. Ce cas donne l'effort de compression maximum dans un arbalétrier.

*2° Le tablier n'est point surchargé, mais l'effort du vent est de 270 kg par mètre carré. Ce cas donne le maximum de tension dans les arbalétriers et dans les tiges d'amarrage, ainsi que l'effort maximum dans les croisillons. »* (Eiffel, 1888, p. 98).

La Figure 9 schématise les deux cas de charge et les efforts dans les éléments des piles. Lorsque le train circule, on a une sollicitation composée flexion + compression. L'effort de compression induit par le train s'ajoute aux contraintes de compression due à la flexion dans la partie comprimée de la pile. Lorsque le train ne roule pas, la pile est une simple poutre console (encastrée à une extrémité, libre à l'autre).

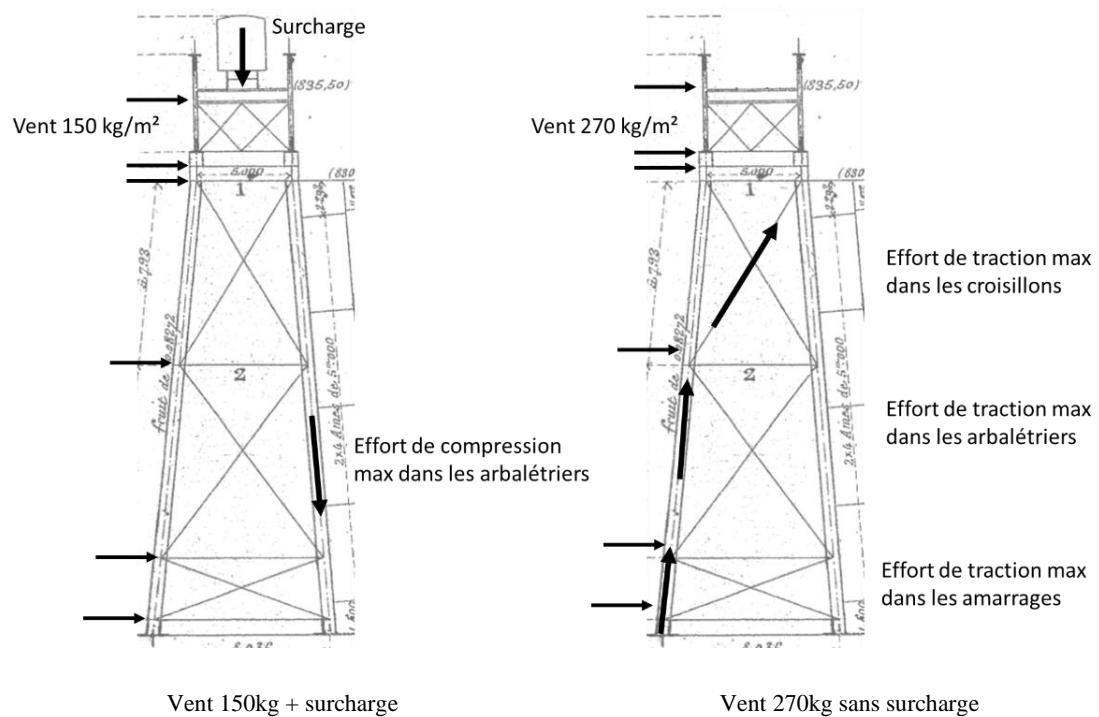


Figure 9. Piles métalliques. Illustration des cas de charge

### 1.3 Dimensionnements réalisés dans le mémoire

On résume ci-dessous les calculs réalisés sur les piles métalliques et leur maçonnerie :

- Section des arbalétriers : effort de compression et effort de traction maximale
- Section des croisillons : effort de traction
- Vérification du renversement des piles : section des amarrages, vérification de la tenue des maçonneries

## 2 Pile 1

### 2.1 Pile 1. Amarrages

#### 2.1.1 Problématique : le renversement dû au vent

Le vent crée un moment de renversement suivant l'axe x du viaduc (direction du train). Le poids de la structure crée un moment qui s'y oppose. On parle de moment de stabilité. Si le poids de la structure n'est pas suffisant, alors les tirants d'amarrages se trouvent sollicités en traction.

La situation est schématisée en Figure 10. L'équilibre des moments en A, suivant l'axe x donne :

$$M_{renversement} + M_{stabilité} + M_{amarrage} = 0$$

Si  $M_{renversement} + M_{stabilité} > 0$ , le vent entraîne la pile en rotation autour de l'axe x et le tirant d'amarrages en B se trouve en traction.

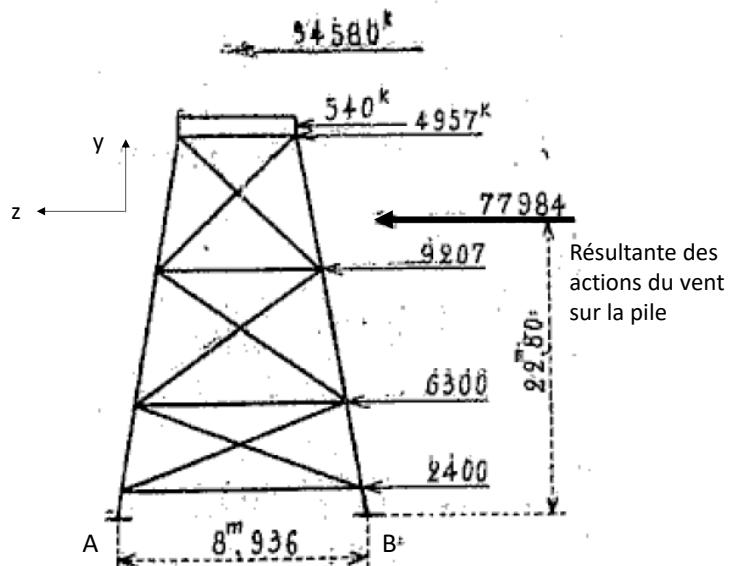


Figure 10. Equilibre de la pile 1

Les étapes du calcul sont donc :

1. Descente des charges verticales, estimation du moment de stabilité
2. Efforts vent, estimation du moment de renversement
3. Vérification de la stabilité des piles : comparaison moment de stabilité – moment de renversement
4. Si moment de stabilité insuffisant : contraintes dans les tirants d'amarrages

## 2.1.2 Descente de charges et moment de stabilité

L'effort de traction maximal dans les tirants apparaît dans le cas d'un vent à  $270\text{kg/m}^2$  et sans surcharge. Le poids venant des tabliers est donc estimé avec le poids propre des tabliers seulement.

Selon Eiffel, la charge verticale venant du tablier est de  $204\,224\text{ kg}$ . Le poids du couronnement est de  $5000\text{ kg}$ . Le poids propre de la pile est de  $62\,816\text{ kg}$ . On obtient un poids total de  $272\,040\text{ kg}$  (Eiffel, 1888, p. 110).

Avec un poids propre de  $3390\text{ kg/m}$ , on obtient bien un effort sur la pile 1 de  $204\,232\text{ kg}$  (Figure 11).

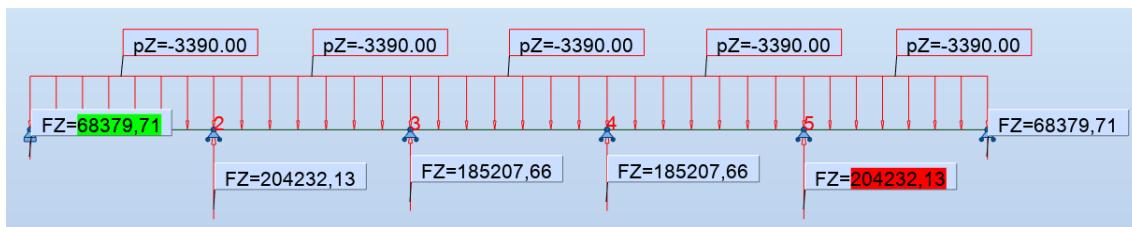


Figure 11. Effort sur la pile 1 du au poids propre du tablier Marvejols. Calcul RSA

Le moment de stabilité sur la pile a pour valeur

$$M_{stabilité} = -\frac{P}{2} \cdot AB = -\frac{272\,048}{2} \times 8,936 = -1\,215\,510\text{ kg.m}$$

## 2.1.3 Moment de renversement

Le schéma ci-dessous représente les efforts du vent sur la pile.

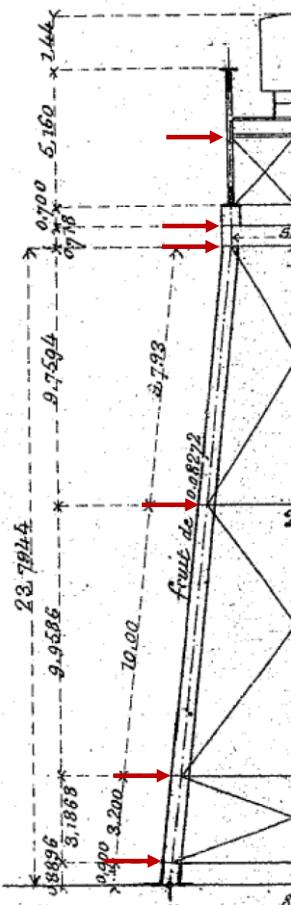


Figure 12. Pile 1. Points d'application des efforts vent

On résume ci-dessous le calcul du moment de renversement en A dû au vent. On a calculé le moment de renversement créé par chaque effort vent aux différents étages de la pile. Le moment de renversement total est la somme des moments de renversement de chaque effort. On obtient un moment total de 1 780 788 kg.m.

Fi étage (kg)	Hauteur i (m)	y <sub>i</sub> (m)	Moment en A (kg.m)
2400	0,8896	0,8896	2135
6300	3,1868	4,0764	25681
9207	9,9586	14,035	129220
4957	9,7594	23,7944	117949
540	0,9700	24,7644	13373
54579	2,5800	27,3444	1492430

Tableau 2. Pile 1. Moment de renversement

Remarque : le calcul réalisé par Eiffel est différent. Eiffel détermine la position de la résultante des efforts vent par statique graphique et multiplie la résultante des efforts vent par cette position pour obtenir le moment de renversement :

$$M_{renversement} = 77\,984 \times 22,80 = 1\,778\,035 \text{ kg.m}$$

Ce moment est tout à fait similaire à celui que nous avons obtenu.

Remarque : on peut également confirmer la position de la résultante obtenue par Eiffel. En effet, la position de la résultante des efforts vent est le barycentre des positions des efforts du vent pondérés par leur intensité

$$y_i(\text{résultante}) = \frac{\sum R_i \cdot y_i}{\sum R_i} = 22,84 \text{ m}$$

#### Vérification de la stabilité de la pile

Le moment de renversement est supérieur en valeur absolue au moment de stabilité apporté par le poids des éléments, donc le moment de stabilité ne suffit pas à stabiliser la pile. Le moment que les tirants d'amarraiges doivent équilibrer a pour valeur calculée par Eiffel  $M_{renversement} + M_{stabilité} = 562\ 560 \text{ kg} \cdot \text{m}$ ; l'effort induit dans les tirants d'amarraiges a pour valeur

$$\frac{562\ 560}{8,936} = 63\ 000 \text{ kg}$$

On considère que cet effort se répartit de façon égale sur les tirants A et A' (Figure 13).

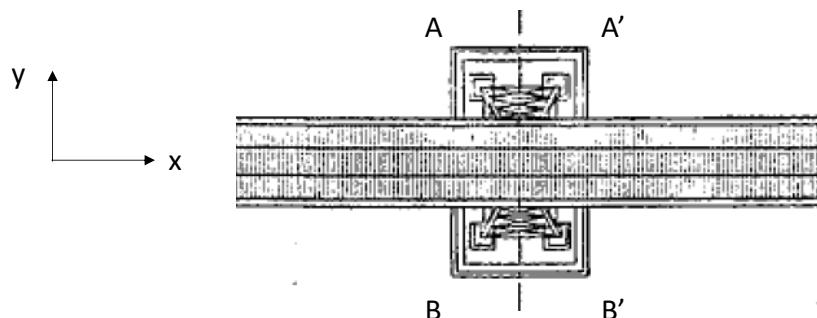


Figure 13. Pile 1. Vue des 4 appuis

L'effort de traction dans chaque tirant vaut donc 31 500 kg et la contrainte dans les tirants d'amarraiges a pour valeur 2,79 kg/mm<sup>2</sup> (pour un diamètre de tirant de 120 mm).

#### 2.1.4 Synthèse

On donne ci-dessous la synthèse des résultats pour l'ensemble des piles.

	Pile 1	Pile 2	Pile 3	Piles 4 et 5
Tablier Marvejols 3390 kg/m	204232	185208	185208	/
Tablier Neussargues 3440 kg/m	/	/	/	222740
Poids couronnement (kg)	5000	5000	5000	5000
Poids pile (kg)	62816	94367	133275	158477
TOTAL (kg)	272048	284575	323483	386217

Tableau 3. Descente de charges pour le calcul des tirants d'amarraiges

	Pile 1	Pile 2	Pile 3	Pile 5
Poids total P (kg)	272048	284575	323483	386217
P face AB (kg)	136024	142287,5	161741,5	193109
Moment de stabilité (kg.m)	-1215510	-1552783	-2159573	-3535817

Tableau 4. Piles. Moments de stabilité

Pile	S (m <sup>2</sup> )	Fi étage (kg)	Fi face AB (kg)	Hauteur i (m)	y <sub>i</sub> (m)	Moment (kg.m)	Fi.y <sub>i</sub>
1		2400	1200	0,8896	0,8896	1 068	1 068
		6300	3150	3,1868	4,0764	12 841	12 841
		9207	4604	9,9586	14,035	64 610	64 610
		4957	2479	9,7594	23,7944	58 974	58 974
		540	270	0,9700	24,7644	6 686	6 686
	/	54579	27289	2,5800	27,3444	746 215	746 215
2		3400	1700	0,8896	0,8896	1 512	1 512
		7450	3725	5,1785	6,0681	22 604	22 604
		9574	4787	9,9586	16,0267	76 720	76 720
		9207	4604	9,9586	25,9853	119 623	119 623
		4957	2479	9,7594	35,7447	88 593	88 593
		540	270	0,7180	36,4627	9 845	9 845
	/	54579	27289	2,5800	39,0427	1 065 456	1 065 456
3	22,7	6129	3065	0,8896	0,8896	2 726	2 726
	37,6	10152	5076	9,9586	10,8482	55 065	55 065
	36,27	9792,9	4896	9,9586	20,8068	101 879	101 879
	35,46	9574,2	4787	9,9586	30,7654	147 277	147 277
	34,1	9207	4604	9,9586	40,724	187 473	187 473
	18,3	4941	2471	9,7594	50,4834	124 719	124 719
	2	540	270	1,4180	51,9014	14 013	14 013
	/	54579	27289	2,5800	54,4814	1 486 770	1 486 770
4-5		6140	3070	0,894	0,8940	2 745	2 745
		10368	5184	9,9316	10,8256	56 120	56 120
		10152	5076	9,9316	20,7572	105 364	105 364
		9793	4897	9,9316	30,6888	150 268	150 268
		9574	4787	9,9316	40,6204	194 450	194 450
		9207	4604	9,9316	50,5520	232 716	232 716
		4957	2479	9,466	60,0180	148 755	148 755
		540	270	0,718	60,7360	16 399	16 399
	64685	32343	2,93	63,6660	2 059 118	2 059 118	

Figure 14. Efforts vent sur les piles pour le calcul des amarrages

	Pile 1	Pile 2	Pile 3	Pile 5
Position résultante du vent (m)	22,84	30,86	40,41	47,30
Résultante vent (kg)	77983	89707	104915	125416
Moment de renversement (kg.m)	1780788	2768706	4239847	5931865

Figure 15. Piles. Moment de renversement

	Pile 1	Pile 2	Pile 3	Pile 5
Moment total (kg.m)	565 278	1 215 922	2 080 275	2 396 049
F amarrages (kg)	63 258	111 420	155 802	130 860
F par tirant (kg)	31 629	55 710	77 901	65 430
Contrainte tirants (kg/mm <sup>2</sup> )	2,80	4,93	5,06	5,79
Contrainte article (kg/mm <sup>2</sup> )	2,79	4,5	5,49	5,82

Tableau 5. Piles. Efforts et contraintes dans les tirants

## 2.2 Pile 1. Maçonneries

Maintenant que l'effort de traction dans les tirants d'amarrages est connu, Eiffel vérifie que le poids propre des maçonneries évitera un soulèvement de la structure sous cet effort de traction.

« Le cube de maçonnerie intéressée peut s'évaluer à  $3,87 \times 2,80 \times 2,80 = 30,5 \text{ m}^3$  ce qui représente un poids de  $30,5 \times 2000 = 61 000 \text{ kg}$ , bien supérieur à l'effort de traction » (Eiffel, 1888, p. 111). L'effort de traction dans les tirants d'amarrage est en effet de 31 500 kg selon l'article.

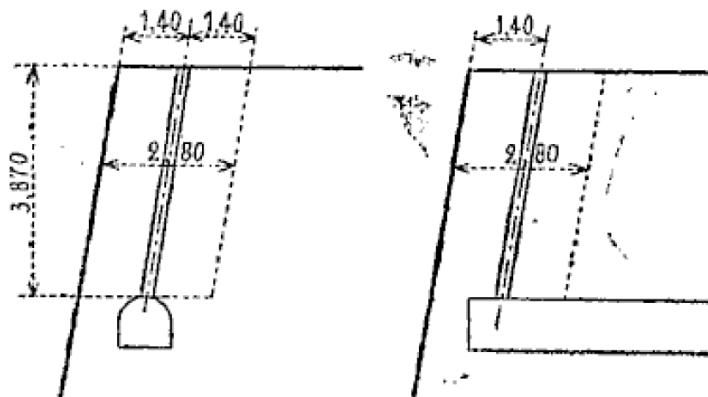


Figure 16. Pile 1. Schéma des maçonneries (Eiffel, 1888, p. 111)

## 3 Piles 4 et 5

Les données pour ces piles sont présentées ci-dessous.

- Poids propre du tablier : 3440 kg/m
- Poids du train : 4800 kg/m
- Poids de chaque pile ; 158 477 kg
- Hauteur des piles : 60,018 m
- Poids d'un couronnement : 5000 kg

### 3.1 Distribution des fers : sections des éléments métalliques

Dans ce chapitre, les sections des éléments métalliques des piles sont déterminées.

#### 3.1.1 Cas du vent avec surcharge : effort de compression maximal dans les arbalétriers

##### 3.1.1.1 Calcul par statique graphique de l'effort de compression maximal dans les arbalétriers

« *Le tablier porte la surcharge d'épreuve et l'effort du vent est de 150 kg par mètre carré. Ce cas donne l'effort de compression maximum dans un arbalétrier.* » (Eiffel, 1888, p. 98).

Les étapes du calcul sont les suivantes :

- Étape 1 : calcul des charges verticales sur les arbalétriers
  - Étape 1.1 : charges provenant du poids du tablier et du train (descente de charges)
  - Étape 1.2 : charges provenant du poids propre de la pile
- Étape 2 : efforts horizontaux dus au vent
  - Étape 2.1 : Efforts du vent sur le tablier et le train ; transmission de ces efforts à la pile
  - Étape 2.2 : Efforts du vent sur les éléments métalliques de la pile
- Étape 3 : efforts totaux dans les arbalétriers, contraintes dans les arbalétriers, comparaison avec la contrainte maximale admissible

##### Étape 1 : charges verticales (train, charge permanente tablier, poids propre pile)

- Étape 1.1 : charges verticales provenant du poids du tablier et du train

Il faut d'abord effectuer la descente de charges du tablier vers la pile 5 (Figure 17).

Eiffel étudie l'effort tranchant sur le tablier et en déduit la réaction maximale sur la pile : « *Première et deuxième travée chargées,  $T'_1 = 133\ 385\ kg$ ,  $T_1 = 133\ 385\ kg$ . La réaction maxima provenant*

du tablier et de la surcharge est pour la pile 5 [...] :  $2 \times 266\,770 = 533\,340 \text{ kg}$ . Cette réaction correspond à une charge permanente de  $3440 \text{ kg}$  et à une surcharge de  $4800 \text{ kg}$  ».  $T'_1$  et  $T_1$  sont les efforts qu'Eiffel a calculés sur chaque poutre, à gauche et à droite de la pile 5. La réaction sur chacune des deux poutres du tablier est donc de  $266\,770 \text{ kg}$ , et donc de  $533\,340 \text{ kg}$  au total sur la pile 1.

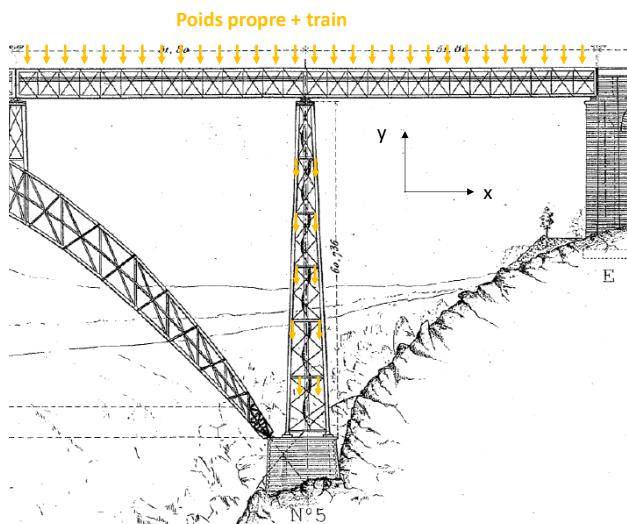


Figure 17. Pile 5. Charges verticales (train, poids propre tablier, poids propre pile) et efforts vent

Pour une charge linéique  $q = 8240 \text{ kg/m}$ , un calcul sur RSA confirme une réaction sur la pile 5 de  $533\,540 \text{ kg}$  (Figure 18).

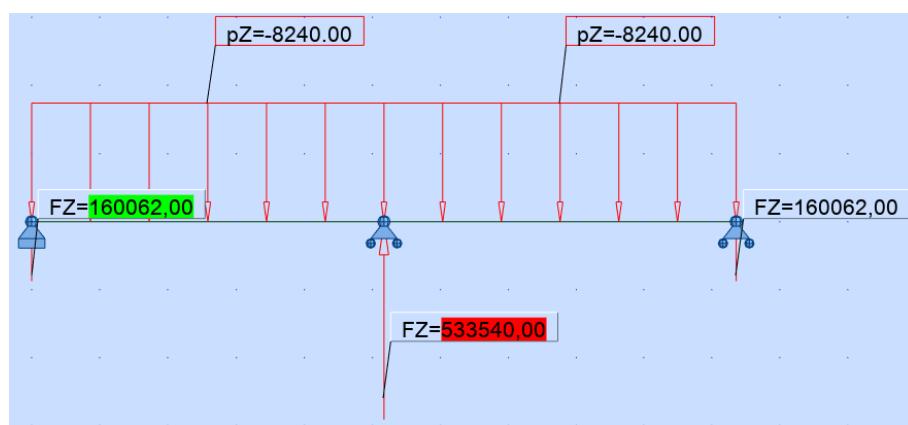


Figure 18. Pile 5. Réaction d'appui sur la pile 5 sur RSA. On a  $q = 8240 \text{ kg/m}$ . On obtient une réaction de  $533\,540 \text{ kg}$  sur l'appui du milieu, qui correspond à la pile 5.

Il faut ajouter le poids du couronnement, de  $5\,000 \text{ kg}$ , soit un effort total de compression de  $538\,540 \text{ kg}$  sur le haut de la pile. Cet effort se répartit sur les 4 arbalétriers de la pile, soit  $134\,635 \text{ kg}$  sur chaque arbalétrier (Eiffel, 1888, p. 103) (Eiffel calcule  $134\,630 \text{ kg}$ , une des rares erreurs de calcul de ses collaborateurs ?).

- Étape 1.2 : charges verticales provenant du poids propre de la pile

« Le poids de la pile elle-même est environ de 158 477 kg, ce qui, pour une hauteur de 60,018m, donne un poids de 2640 kg par mètre de hauteur » (Eiffel, 1888, p. 98). A l'étage i (Figure 19), l'effort vertical  $P_i$  par arbalétrier est donc défini par :

$$P_i = 134\,635 + \frac{2640}{4} \cdot h$$

Avec  $h$  hauteur de pile au-dessus de l'étage i (hauteurs des étages 1 à i).

L'effort total  $P$  dans les étages est résumé dans le Tableau 6. On illustre en Figure 19 l'effort  $P$  dans chaque arbalétrier.

No étages	1	2	3	4	5	6
Hauteur étage (m)	9,466	9,9316	9,9316	9,9316	9,9316	9,9316
h (m)	9,466	19,3976	29,3292	39,2608	49,1924	59,124
P calcul (kg)	140 883	147 437	153 992	160 547	167 102	173 657
P article (kg) (Eiffel, 1888, p. 103)	140 873	147 429	153 985	160 541	167 097	173 653

Tableau 6. Valeur de  $P$  dans les 6 étages dans la pile

Remarque : les étages ont une hauteur d'environ 10 m. Cela représente un effort de  $10 \times 2640/4 = 6\,600 \text{ kg}$  par arbalétrier. On voit en effet qu'à chaque étage,  $P$  augmente d'environ 6 600 kg.

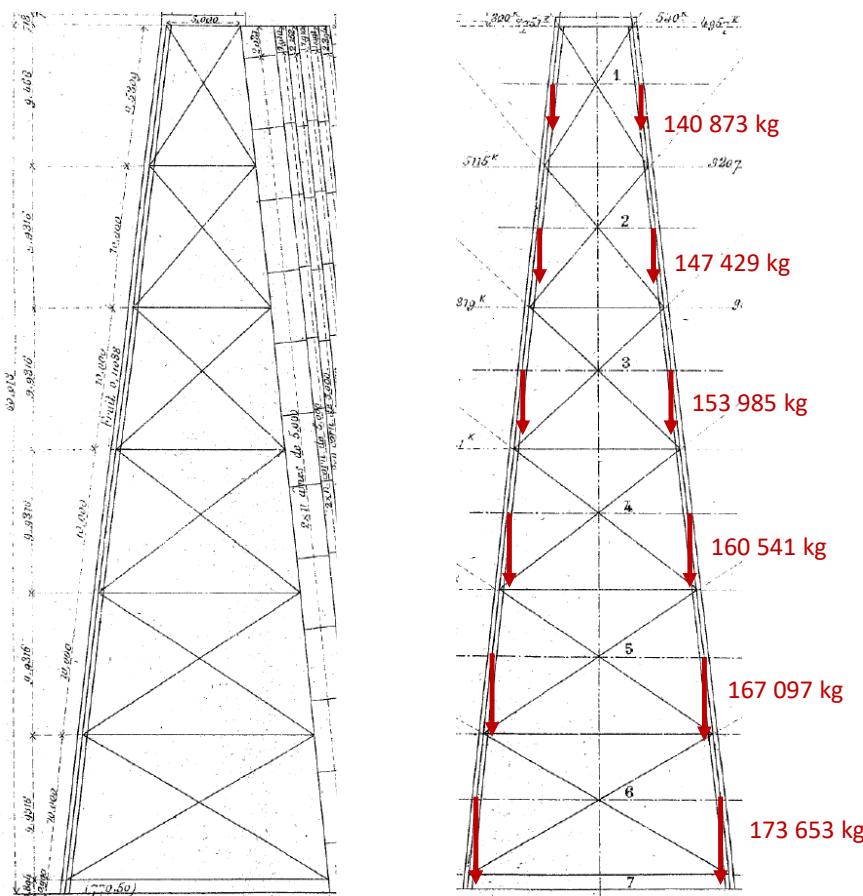


Figure 19. Piles 4 et 5. Géométrie et charges verticales dans les six étages des piles

#### Etape 2 : efforts venant du vent

- Étape 2.1 : efforts du vent sur le tablier et le train ; transmission de cet effort à la pile

La démarche pour cette étape 2.1 est la suivante :

1. Calcul des surfaces du train et du tablier exposées au vent et efforts sur le train et le tablier
2. Calcul de l'effort horizontal sur les piles, provenant du tablier

Le schéma ci-dessous permet d'estimer les surfaces exposées au vent pour le train et le tablier :

- Surface offerte au vent par le train :  $S = 1,44 + 1,06 - 0,90 = 1,60 \text{ m}^2$  par mètre de train.
- Surface offerte au vent par le tablier :  $S = 3,70 \text{ m}^2$  par mètre de tablier.

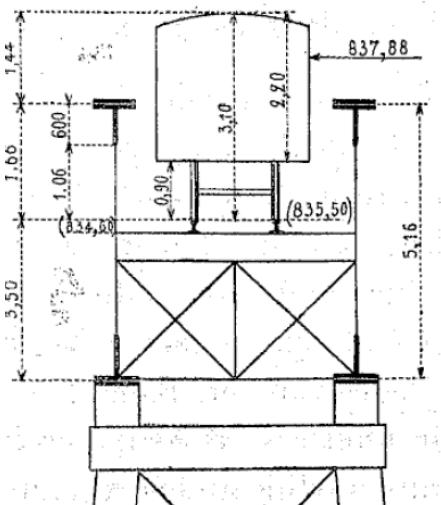


Figure 20. Surface offerte au vent par le train (Eiffel, 1888, p. 99)

Remarque : une des innovations du viaduc de Garabit est que le train est placé à mi-hauteur des poutres principales. Cela évite la chute du train en cas de déraillement, mais cela permet aussi de réduire les surfaces exposées au vent, le train étant partiellement couvert par les poutres principales. Eiffel suppose en effet un vent horizontal dans une direction à peu près normale à la paroi frappée, et suppose que « *les parties horizontales antérieures recouvrent et protègent les mêmes parties placées par derrière, ce qui est admissible pour de faibles écartements* » (Eiffel, 1888, p. 99).

On en déduit l'effort total du vent sur le tablier et sur le train, par mètre courant, pour une intensité de vent de  $150 \text{ kg/m}^2$

$$F_{vent} = F_{tablier} + F_{train} = 3,70 \times 150 + 1,60 \times 150 = 795 \text{ kg/m}$$

Pour calculer l'effort résultant dans la pile 5, Eiffel part de l'effort total du vent sur le tablier puis suppose que la pile 5 reprend la même proportion de cet effort que l'effort qu'elle reprend des charges permanentes verticales. Or pour une charge verticale linéique de  $3\ 440 \text{ kg/m}$ , Eiffel avait calculé une réaction verticale sur la pile 5 de  $222\ 740 \text{ kg}$ . Eiffel réalise alors le calcul suivant et obtient un effort de  $51\ 478 \text{ kg}$ .

- Effort dans la pile du au vent sur le tablier  $222\ 740 \times \frac{555}{3440} = 35\ 935 \text{ kg}$
- Effort dans la pile du au vent sur le train  $222\ 740 \times \frac{240}{3440} = 15\ 543 \text{ kg}$

On propose de retrouver ce résultat par la démarche ci-après. La charge permanente verticale de  $8240 \text{ kg/m}$  implique un effort vertical total dans le tablier, pour la longueur de  $103,60 \text{ m}$  du tablier, de  $8240 \times 103,60 = 853\ 664 \text{ kg}$ . On a vu que la réaction de la pile 5 est de  $533\ 540 \text{ kg}$ , soit  $533\ 540 / 853\ 664 = 62,5\%$ . L'effort total induit par le vent est de  $795 \text{ kg/m}^2$  par mètre de tablier, soit  $795 \times 103,6 = 82\ 362 \text{ kg}$ . L'effort horizontal dans la pile 5 est donc  $82\ 362 \times 62,5\% = 51\ 476 \text{ kg}$ .

- Étape 2.2 : Efforts du vent sur les éléments métalliques de la pile

La démarche pour cette étape 2.2 est la suivante :

1. Efforts du vent sur les éléments métalliques de la pile
2. Pour chaque étage, tracé de la résultante des effets du vent et de sa position
3. Pour chaque étage, tracé du polygone des forces et détermination des efforts dans les arbalétriers

#### Efforts du vent sur les éléments de la pile

« Nous avons admis qu'en raison du grand écartement des faces et de la faible importance des pièces horizontales, les deux parois des petites faces étaient également frappées. Nous avons concentré, en outre, les surfaces dans les plans de chacun des étages » (Eiffel, 1888, p. 99) (Figure 21).

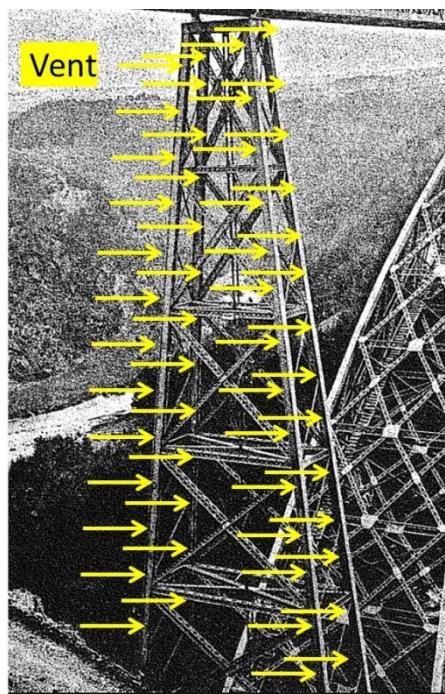


Figure 21. Piles 4 et 5. Efforts du vent sur les petites faces des piles

Les efforts vent sur les piles sont donnés ci-dessous.

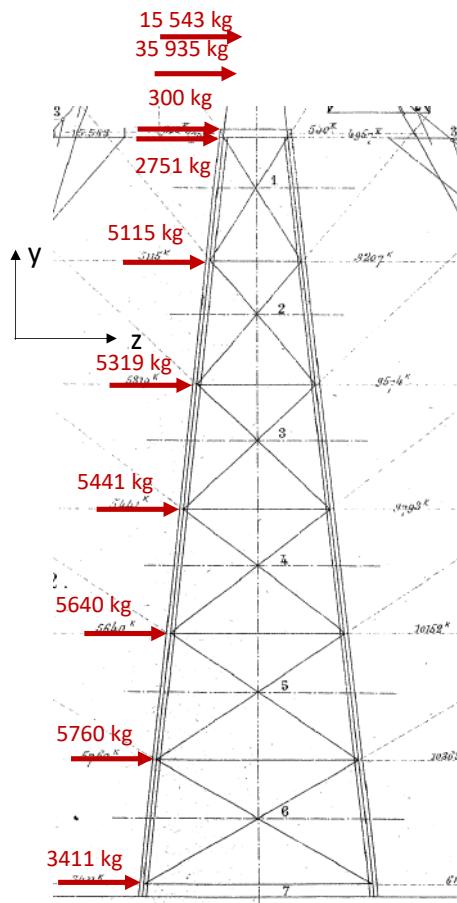


Figure 22. Pile 5. Actions du vent pour  $150\text{kg/m}^2$

Les efforts du vent sur la pile sont maintenant connus (Figure 22). Il reste à déterminer les efforts dans les arbalétriers et les croisillons, puis les contraintes dans ces mêmes éléments.

Selon Eiffel, « *la méthode habituellement employée consiste à prendre les moments  $M$  aux divers étages d'une largeur  $a$  et à supposer que l'effort dans les arbalétriers est égal à  $M/a$ , ce qui implique le parallélisme des arbalétriers sur la hauteur d'un panneau* » (Eiffel, 1888, p. 100). On propose d'expliquer la formule  $M/a$  obtenue. On présente ci-dessous la section d'une pile avec arbalétriers parallèles, le moment fléchissant induit par le vent dans cette section et les efforts dans les arbalétriers.

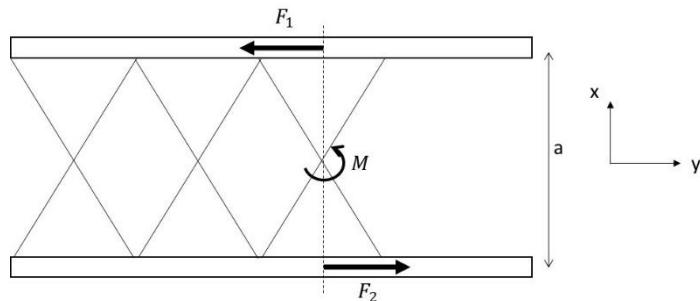


Figure 23. Moment du vent et efforts induits dans les arbalétriers pour une pile à arbalétriers parallèles

La somme des forces en Y et la somme des moments au centre de la section sont exprimées par les équations ci-dessous ; on a bien un effort  $F_1 = F_2 = F$  dans les arbalétriers égal à  $M/a$ .

$$\begin{cases} -F_1 + F_2 = 0 \\ M + F_1 \cdot \frac{a}{2} + F_2 \cdot \frac{a}{2} = 0 \end{cases}$$

Cependant, comme indiqué par Eiffel, « cette méthode devient tout à fait inexakte pour de grandes inclinaisons ». On illustre ce résultat sur la figure ci-dessous : comme indiqué Par Eiffel, « cette inexactitude est rendue manifeste dans le cas d'une pile complètement pyramidale dans laquelle les arbalétriers se couperaient à leur sommet. Dans ce cas, en effet, l'effort du vent provenant du tablier se décomposera directement suivant les arbalétriers sans produire d'effort dans les treillis ».

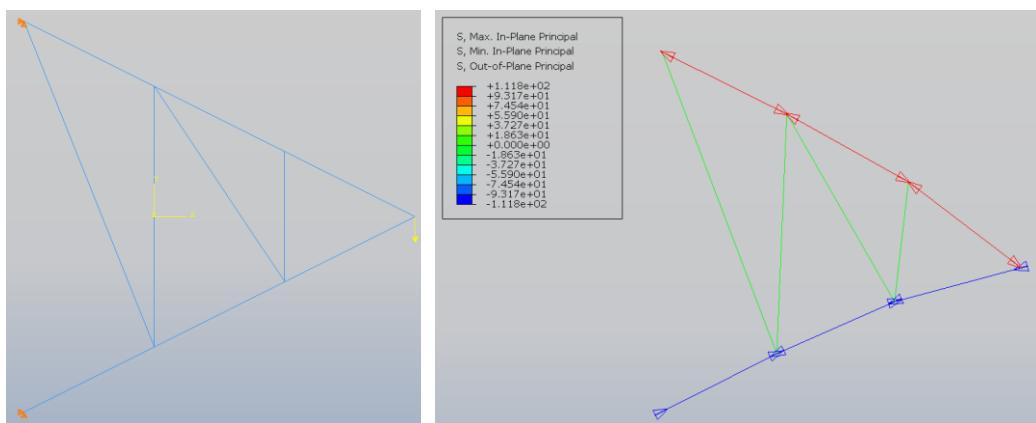


Figure 24. Distribution de l'effort vent dans une pile complètement pyramidale dans laquelle les arbalétriers se couperaient à leur sommet. Calcul ABAQUS CAE

Eiffel préfère donc « employer une méthode graphique qui tienne compte des inclinaisons réelles ». Les étapes de la méthode graphique utilisée par Eiffel sont résumées ci-dessous :

1. Décomposition de la pile en deux systèmes
2. Détermination de la position et de l'intensité de la résultante des efforts vent pour chaque section 1 à 6 (polygone funiculaire)
3. Équilibre des forces dans chaque section, pour déterminer les efforts dans les arbalétriers et les croisillons (polygone des forces)
4. Calcul des contraintes et comparaison avec la contrainte maximale admissible par les éléments

On détaille ci-dessous chaque étape.

#### Décomposition de la pile en deux systèmes

Eiffel indique d'abord que la géométrie de la pile permet de la décomposer en deux systèmes qui, du fait de leur symétrie, reprennent chacun la moitié des efforts vent (Figure 25).

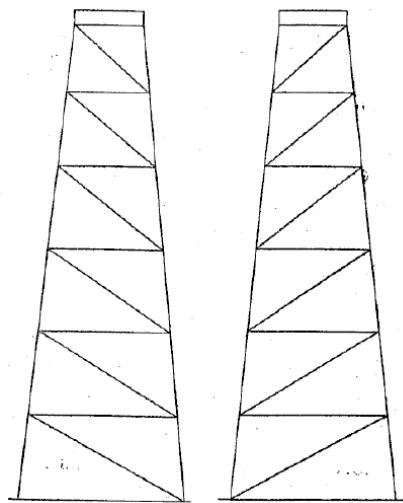


Figure 25. Calcul des piles métalliques (Eiffel, 1888, p. 101)

Détermination de la position et de l'intensité de la résultante des efforts vent pour chaque section 1 à 6 (polygone funiculaire)

Pour chaque section de la pile (numérotées 1 à 6 sur la Figure 22), Eiffel détermine la position et la valeur de la résultante des effets du vent. Dans un premier temps, Eiffel trace le polygone funiculaire des actions du vent. « *Nous avons porté, figure 1 de l'épure 179, sur une horizontale, tous les efforts du vent ; nous avons pris à une distance quelconque de cette horizontale un pôle P et nous avons tracé le polygone funiculaire fig. 2* ». Dans un second temps, pour chaque étage, la position et l'intensité de la résultante sont déterminées. La position de la résultante est le point d'intersection de la première et dernière parallèle au-dessus de la section mn (Figure 26). Des exemples sont donnés en Figure 27.

Le lecteur trouvera en annexe des apports théoriques en statique graphique.

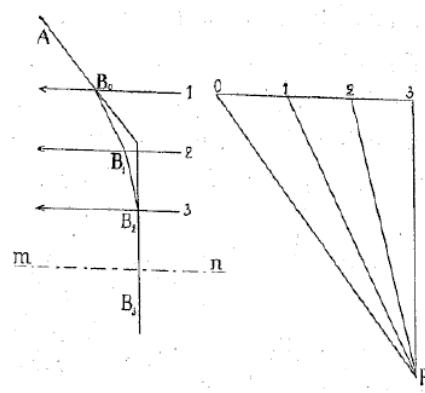


Figure 26. Position de la résultante des efforts vent par statique graphique. « Pour avoir la position de la force extérieure pour une section mn, il suffira de prolonger le premier côté  $AB_0$  et le côté  $B_2B_3$  coupé par la section ; la force extérieure à la section passe par le point d'intersection de ces deux lignes ».

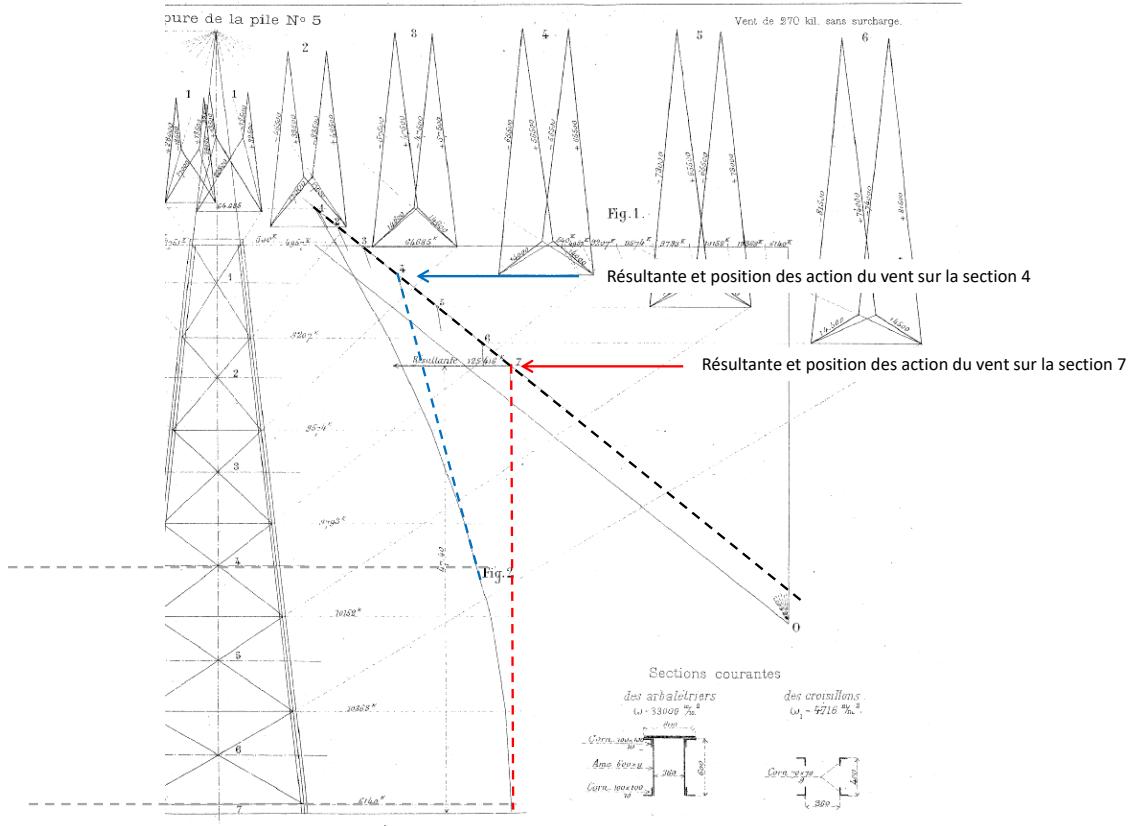


Figure 27. Méthodologie employée pour déterminer la résultante des actions du vent au-dessus de la section *mn* et exemple pour le vent 270 kg/m<sup>2</sup>. Exemple sur les sections 4 et 7

Les résultantes des efforts vent sont résumées dans le Tableau 7.

H étage (m)	y <sub>i</sub> (m)	Vent 150 kg	Vent 270 kg
		Résultante (kg)	Résultante (kg)
0,894	0,894	3411	6140
9,932	10,8256	5760	10368
9,932	20,7572	5640	10152
9,932	30,6888	5441	9793
9,932	40,6204	5319	9574
9,932	50,552	5115	9207
9,466	60,018	2751	4957
0,718	60,736	300	540
2,930	63,666	35935	64685
		15543	

Tableau 7. Résultante des efforts vent. Y<sub>i</sub> : position de la résultante suivant l'axe *ȳ*.

Équilibre des forces dans chaque section : efforts dans les arbalétriers et les croisillons (polygone des forces)

« Ayant ainsi déterminé la position des diverses résultantes des forces extérieures pour chacune des sections, il est facile de les décomposer suivant les trois directions des pièces rencontrées par la section mn » (Eiffel, 1888, p. 102).

Ces 3 directions correspondant aux deux arbalétriers et au croisillon (on rappelle qu'on étudie un des deux systèmes de la pile entière, donc un seul croisillon, voir Figure 25). Ces efforts appelés  $\vec{F}$  et  $\vec{F}'$  dans les arbalétriers et  $\vec{F}_1$  dans le croisillon doivent équilibrer la résultante  $\vec{R}$  du vent au-dessus de la section (Figure 28).

$$\vec{R} + \vec{F}_1 + \vec{F} + \vec{F}' = \vec{0}$$

Les directions des forces  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}'$ , et  $\vec{F}_1$  sont connues ; la résultante  $\vec{R}$  est connue. Il est donc possible de déterminer les intensités des forces  $\vec{F}$ ,  $\vec{F}'$ , et  $\vec{F}_1$  en traçant le polygone des forces de la section mn (Figure 28). Le polygone des forces pour chaque section est donné en Figure 29.

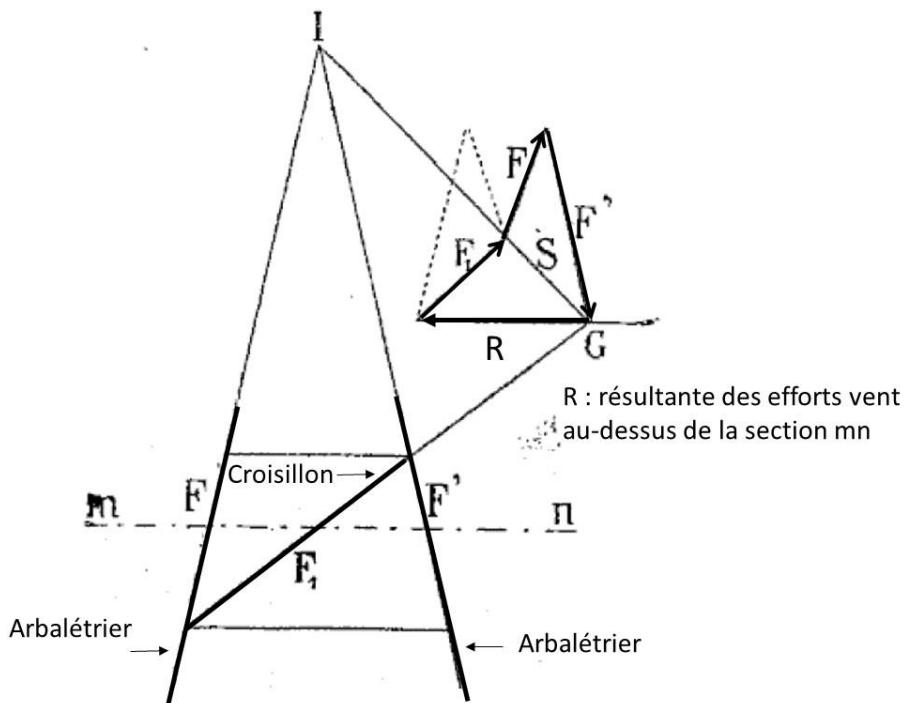


Figure 28. Pile 5. Efforts dans une section mn. Méthode graphique. Cela donne les efforts dans les arbalétriers et les croisillons.  $F$  : effort arbalétrier gauche.  $F'$  : effort arbalétrier droit.  $F_1$  : effort dans la barre de treillis

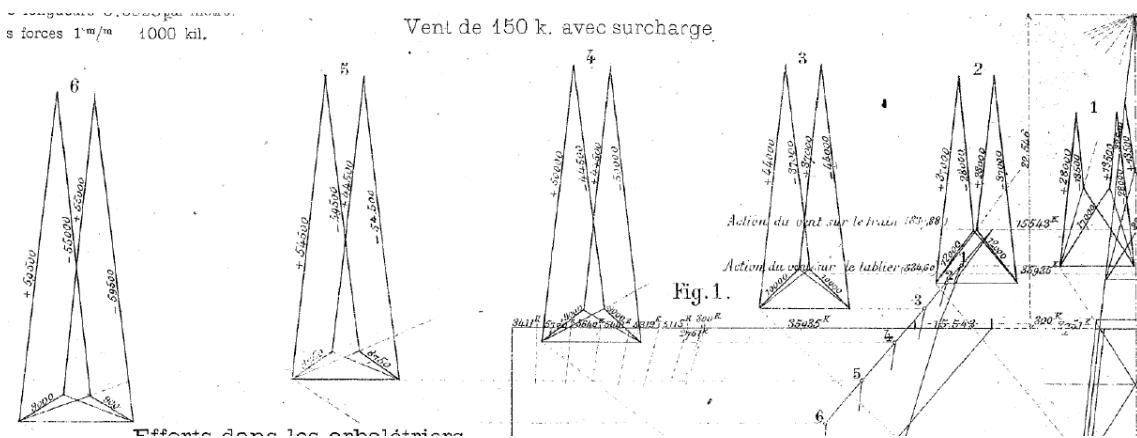


Figure 29. Pile 5. Efforts dans les arbalétriers. Résultats pour le vent de  $150 \text{ kg/m}^2$

On a vu que la pile était décomposée en deux systèmes. Il faut donc sommer les efforts de ces deux systèmes pour obtenir l'effort total dans les éléments métalliques. « *La décomposition a été faite dans l'épure pour un seul système ; celle pour le second système a été obtenue en renversant la première figure : cette seconde est représentée en pointillé* » (Eiffel, 1888, p. 102). Un exemple est donné pour la section 5.

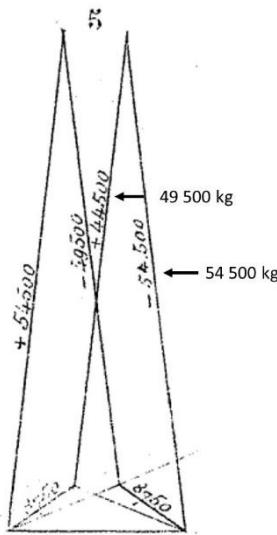


Figure 30. Tracé par statique graphique des efforts dans les éléments de la section 5

Etage	Effort F
1	$28000 + 13500 = 41500$
2	$37000 + 28000 = 65000$
3	$44000 + 37000 = 81000$
4	$50000 + 44500 = 94500$
5	$54500 + 49500 = 104000$
6	$59500 + 55000 = 114500$

Tableau 8. Effort vent F dans les arbalétriers (Eiffel, 1888, p. Planche 179)

On représente ci-dessous les efforts de traction et compression dans les arbalétriers, dus au vent.

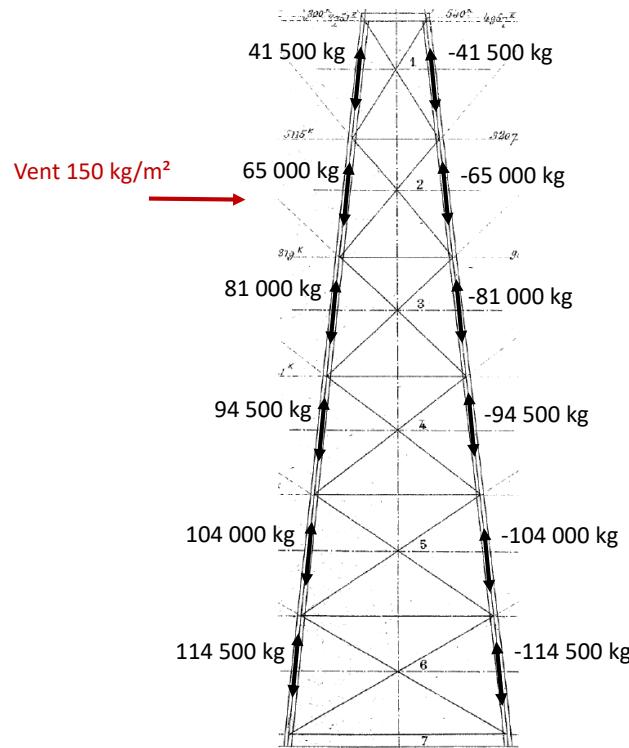


Figure 31. Piles 4 et 5. Effort vent dans les arbalétriers

Étape 3 : efforts totaux dans les arbalétriers, contraintes dans les arbalétriers, comparaison avec la contrainte maximale admissible

« En ajoutant aux efforts  $F$  les efforts  $P$ , nous obtiendrons les efforts dans les arbalétriers opposés au vent et, en retranchant la force  $F$  de la force  $P$ , les efforts dans les arbalétriers de la face située du côté du vent » (Eiffel, 1888, p. 103) (Tableau 9).

On représente ci-dessous les efforts totaux dans les arbalétriers. Ils sont obtenus par addition de la Figure 17 et de la Figure 31.

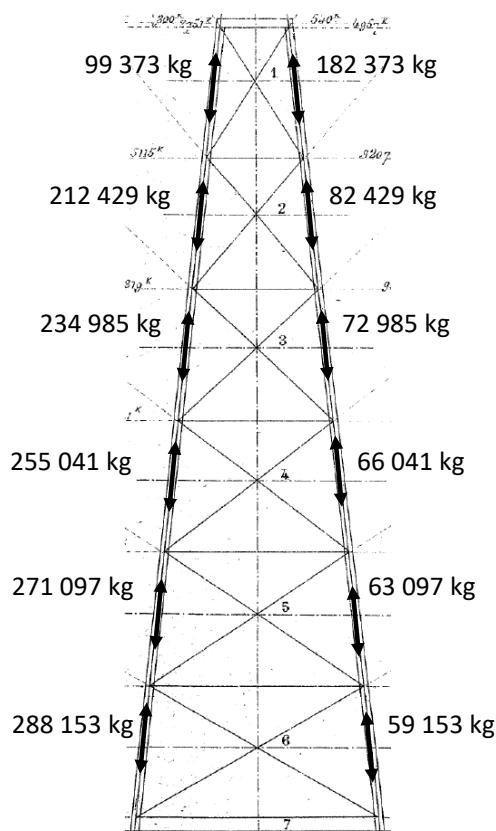


Figure 32. Efforts totaux dans les arbalétriers. Vent avec surcharge

Les contraintes dans les arbalétriers sont données par l'effort ( $P+F$  ou  $P-F$ ) divisé par la section  $\omega$  des éléments. On voit que tous les éléments sont sollicités à moins de  $6 \text{ kg/mm}^2$ , sans surdimensionnement notable.

**Effort dans les arbalétriers. — Vent de 150 kil. avec surcharge.**

NUMÉROS des SECTIONS	1	2	3	4	5	6
F . . . . .	41 500 kg	65 000	81 000	94 500	104 000	114 500
P . . . . .	140 873 kg	147 429	153 985	160 541	167 097	173 653
P + F . . .	182 373 kg	212 429	234 985	255 041	271 097	288 153
P - F . . .	99 373 kg	82 429	72 985	66 041	63 097	59 153
$\omega . . . . .$	$33 000 \text{ mm}^2$	38 400	43 800	43 800	49 200	49 200
R <sub>1</sub> . . . . .	5,53 kg	5,52	5,38	5,84	5,50	5,87
R <sub>2</sub> . . . . .	3,02 kg	2,14	1,63	1,51	1,28	1,20

Tableau 9. Pile 5. Efforts dans les arbalétriers. Vent 150kg avec surcharge.  $F$  : effort dans un arbalétrier provenant du vent.  $P$  : charge portée par un arbalétrier.  $\omega$  : section d'un arbalétrier.  $R_1$  et  $R_2$  coefficients de travail dans les arbalétriers (contrainte en kg/mm<sup>2</sup>).

Remarque : il semble qu'Eiffel ne tienne pas compte de l'inclinaison des arbalétriers pour le calcul de l'effort normal du au poids  $P$  des éléments.

### 3.1.1.2 Calcul analytique des efforts dans les arbalétriers et croisillons

On donne ci-dessous un début de calcul analytique des efforts dans les arbalétriers et croisillons, avec comme exemple la section 6.

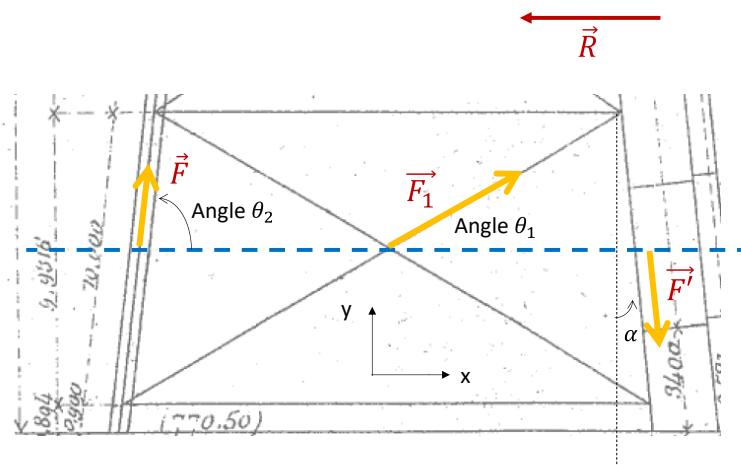


Figure 33. Pile 5. Calcul analytique, exemple de la section 6

Projection des efforts et de la résultante du vent dans la base ( $\vec{x}$ ;  $\vec{y}$ )

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} -R \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{F}_1 = \begin{pmatrix} F_1 \cos \theta_1 \\ F_1 \sin \theta_1 \end{pmatrix} \quad \vec{F} = \begin{pmatrix} F \cos \theta_2 \\ F \sin \theta_2 \end{pmatrix} \quad \vec{F}' = \begin{pmatrix} -F' \cos \alpha \\ F' \sin \alpha \end{pmatrix}$$

Equilibre de la section (principe fondamental de la statique)

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum \vec{F} = \vec{R} + \vec{F}_1 + \vec{F} + \vec{F}' = \vec{0} \\ \sum \vec{M} = \vec{0} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -R + F_1 \cos \theta_1 + F \cos \theta_2 - F' \sin \alpha = 0 \\ F_1 \sin \theta_1 + F \sin \theta_2 + F' \cos \alpha = 0 \\ -F \times b + b \times F' + R \cdot Bdl = 0 \end{array} \right.$$

Compte-tenu des nombreuses projections à réaliser, avec des angles différents pour chaque étage, on comprend le choix d'Eiffel d'utiliser une méthode purement graphique.....

### 3.1.2 Cas du vent sans surcharge

« Le tablier n'est point surchargé, mais l'effort du vent est de 270 kg par mètre carré. Ce cas donne le maximum de tension dans les arbalétriers et dans les tiges d'amarrage, ainsi que l'effort maximum dans les croisillons. » (Eiffel, 1888, p. 98).

Le raisonnement est identique au raisonnement pour un vent de  $150 \text{ kg/m}^2$ , mais le train n'est pas pris en compte. Nous n'y reviendrons pas (). Mentionnons tout de même que le cas du vent sans surcharge fournit l'effort de traction maximal dans les croisillons. Cet effort est également lu par statique graphique (Figure 34) dans le polygone des forces.

**Effort dans les arbalétriers. Vent de 270 kil. sans surcharge.**

NUMÉROS des SECTIONS	1	2	3	4	5	6
F . . . . .	46 000 kg	80 000	105 000	122 000	138 500	155 000
P . . . . .	63 178 kg	69 734	76 290	82 840	89 402	95 958
P + F . . . .	109 178 kg	149 734	181 290	204 846	227 902	250 958
P — F . . . .	17 178 kg	— 10 266	— 28 710	— 39 154	— 49 098	— 59 042
$\omega$ . . . . .	33 000 $\text{mm}^2$	38 400	43 800	43 800	49 200	49 200
R <sub>1</sub> . . . . .	3,31 kg	3,90	4,14	4,67	4,60	5,10
R <sub>2</sub> . . . . .	0,52 kg	— 0,27	— 0,66	— 0,91	— 1,00	— 1,20

**Efforts dans les croisillons.**

NUMÉROS des ÉTAGES	1	2	3	4	5	6
F <sub>1</sub> . . . . .	22 800 kg	17 000	14 600	14 000	14 100	14 500
$\omega_1$ . . . . .	4 716 $\text{mm}^2$	4 716	4 716	4 716	4 716	4 716
R . . . . .	4,84 kg	3,61	3,10	2,97	2,99	3,08

Tableau 10. Pile 5. Efforts dans les arbalétriers. Vent 270kg avec surcharge.

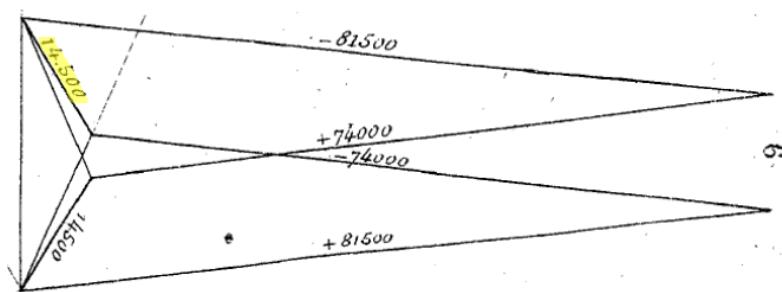


Figure 34. Pile 5. Efforts dans les croisillons. Exemple de la section 6.

### 3.1.3 Synthèse : distribution des fers

Les calculs dans les éléments métalliques des piles permettent de définir la distribution des fers donnée en planche 179 du mémoire, soit les sections des différents éléments métalliques des piles.

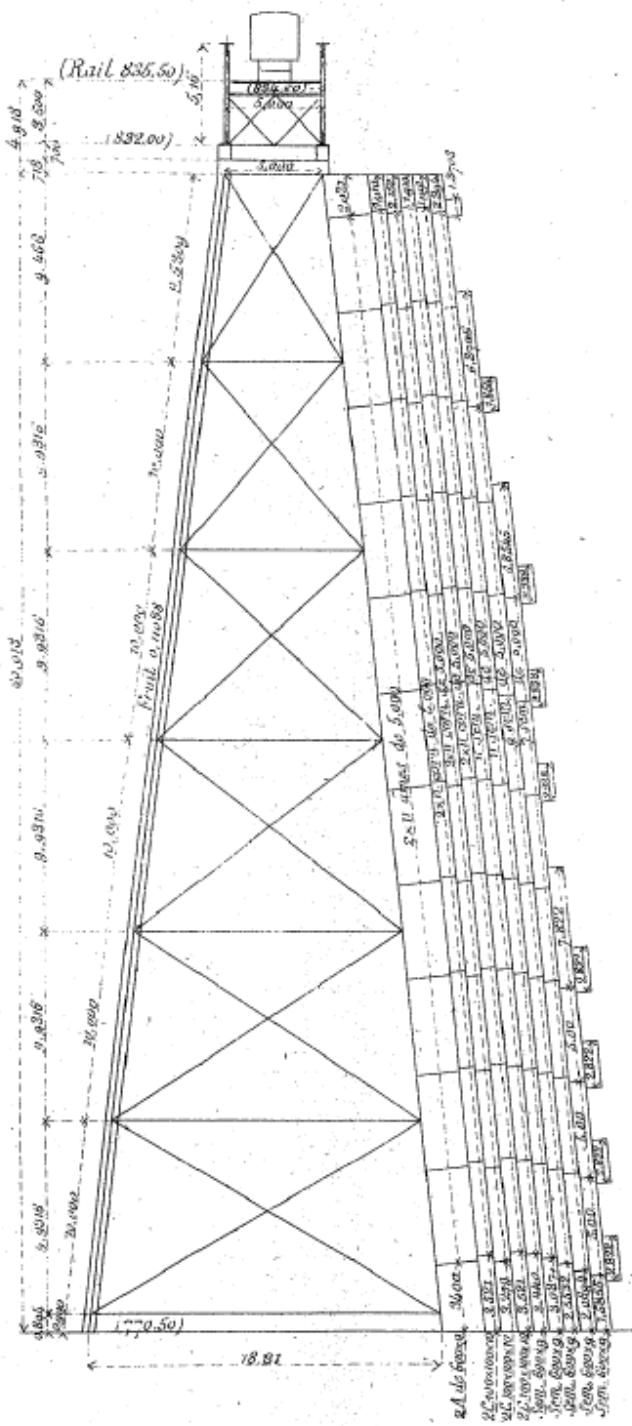


Figure 35. Piles 4 et 5. Distribution des fers (Eiffel, 1888, p. Planche 179)

## 3.2 Piles 4 et 5. Amarrage

Le calcul des amarrages des piles du viaduc suit toujours la même démarche. On la présentera pour la pile 1 ; les résultats des autres piles seront simplement synthétisés.

## 3.3 Piles 4 et 5. Maçonneries

Connaissant l'effort de traction dans les amarrages, Eiffel évalue le « *cube de maçonnerie intéressée* », soit le cube de maçonnerie directement au-dessus du tirant et qui, par son simple poids, équilibrera l'effort de traction dans les tirants (Figure 36).

« *Le cube de maçonnerie intéressée peut s'évaluer à  $7 \times 3,16 \times 4 = 88,48 \text{ m}^3$ , ce qui représente un poids de  $88,48 \times 2000 = 176\,960 \text{ kg}$ , bien supérieur à l'effort de traction* » (Eiffel, 1888, p. 105).

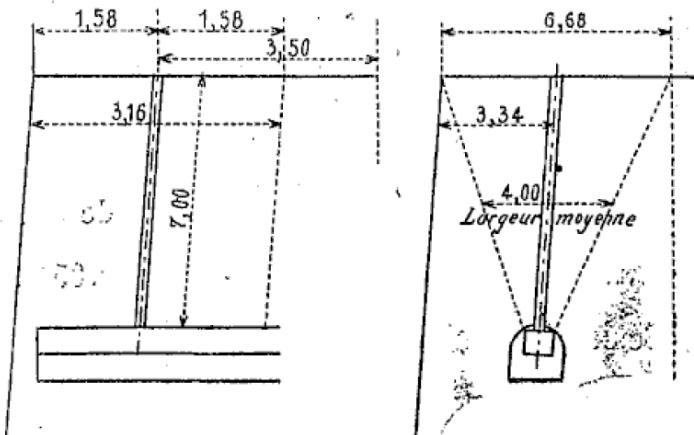


Figure 36. Pile 5. Calcul des maçonneries (Eiffel, 1888, p. 105)

Les piles reposent sur des dés en pierre de taille, reposant eux-mêmes sur la maçonnerie (Figure 37).

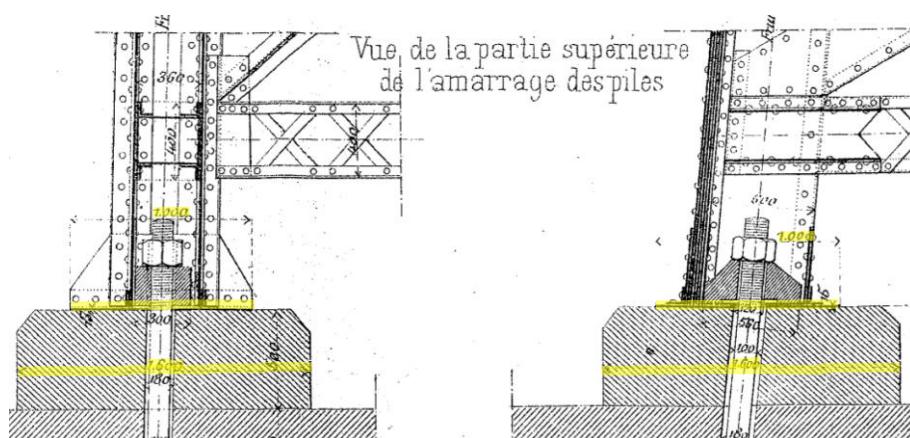


Figure 37. Pile 5. Dimensions des dés en pierre de taille supportant les arbalétriers (Eiffel, 1888)

« L'effort maximum sur les dés en pierre de taille qui supportent les arbalétriers est de :

- Pour le tablier, les appuis et le couronnement : 134 630 kg
- Pour la pile 158 447 / 4 = 39 612 kg
- Poids total sur un dé en pierre 174 242 kg
- Effort provenant du vent 114 500 kg
- Effort total 288 742 kg »

La surface de l'appui d'un arbalétrier étant de  $100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 10000 \text{ cm}^2$ , la contrainte de compression dans la pierre est de

$$\frac{288742}{10000} = 29 \text{ kg/cm}^2$$

La surface des dés étant de  $160 \times 160 = 25600 \text{ cm}^2$ , le travail de la maçonnerie immédiatement au-dessous du dé sera de :

$$R = \frac{280742}{25600} = 11 \text{ kg/cm}^2$$

On peut comparer les contraintes obtenues aux valeurs données par Koechlin dans son ouvrage de 1898 (Koechlin, 1898, p. 617).

DÉSIGNATION	Coefficient d'élasticité E par mm <sup>2</sup>	Charge limite d'élasticité		Charge de rupture		Charges admissibles	
		Traction	Compression	Traction	Compression	Traction	Compression
<i>Pierres et Maçonnerie :</i>							
Granit . . . . .	120—500	»	»	30—60	800—1600	»	40—50
Marbre . . . . .	170—560	»	»	24—40	600—1000	»	25—30
Grès . . . . .	45—370	»	»	8—30	200—800	»	25—30
Brique . . . . .	»	»	»	5—7	120—200	»	7—10
Béton . . . . .	»	»	»	40	80—150	»	8—10
Ciment de Portland . . . . .	»	»	»	13	100—300	»	»
Mortier de ciment . . . . .	»	»	»	»	»	»	8—12
Maçonnerie en pierre dure . . .	»	»	»	»	»	»	15—20
Maçonnerie en meulière . . .	»	»	»	»	»	»	6—8

Figure 38. Ouvrage de Koechlin (Koechlin, 1898)

### 3.4 Piles 4 et 5. Joints des arbalétriers

Les arbalétriers ne sont pas des éléments métalliques créés d'un seul tenant, du fait de leur taille. Ils sont donc faits de plusieurs parties qu'il faut assembler à l'aide de couvre-joints fixés par des rivets (Figure 39).

« Dans chacun des joints, les couvre-joints doivent avoir une section au moins égale à celle de la pièce coupée, et, de plus, les rivets fixant le couvre-joint de chaque côté du joint devront être en nombre tel que leur section soit aussi au moins égale à celle de la pièce coupée. ». [...] Ce calcul s'appliquera à toutes les piles, qui ont toutes les arbalétriers constitués de la même manière » (Eiffel, 1888, p. 106) (Tableau 11).

Remarque : avec les vibrations causées par le passage des trains, les 678 768 rivets<sup>1</sup> du viaduc se dégradent et des jeux apparaissent entre les éléments. Ces rivets font aujourd’hui l’objet d’une inspection permanente par les services de la SNCF. En tapant sur le rivet avec un petit marteau, le son produit par le rivet indique son état de dégradation.

## Joint d'un arbalétrier

Échelle de 1 / 20

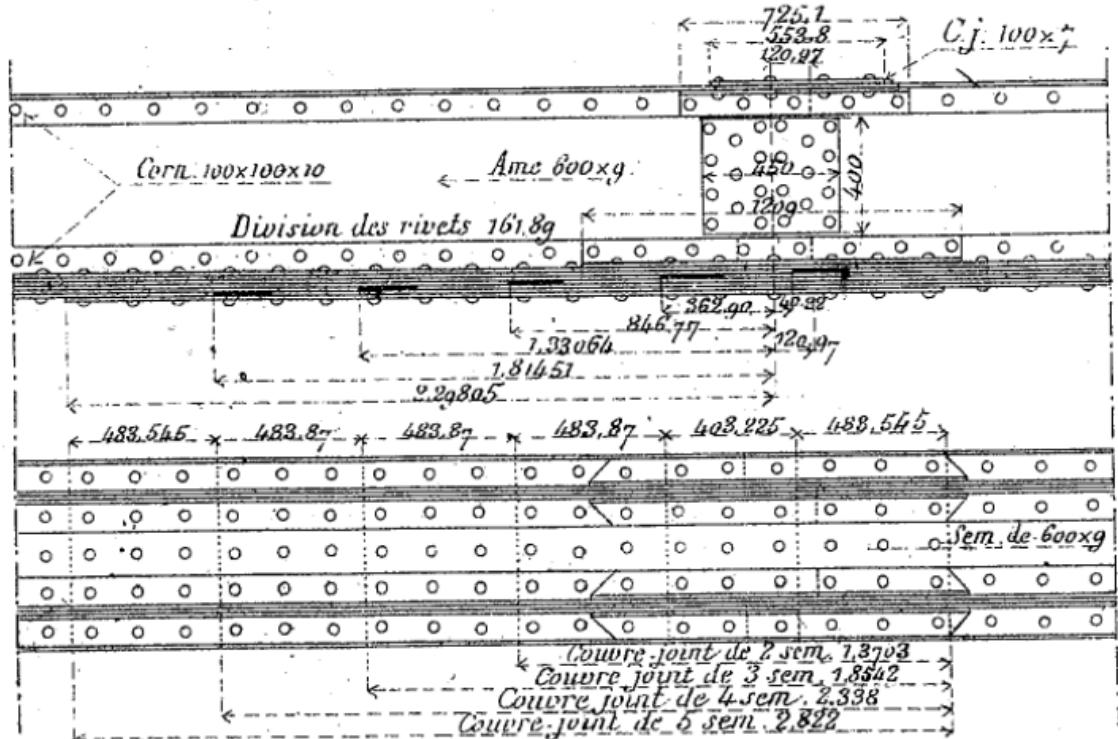


Figure 39. Joint d'un arbalétrier (Eiffel, 1888, p. Planche 179)

<sup>1</sup> [www.garabit-viaduc-eiffel.com](http://www.garabit-viaduc-eiffel.com)

DÉSIGNATION	SECTION DE LA PIÈCE	SECTION DU COUVRE-JOINT	NOMBRE DE RIVETS de 23 mm DE DIAMÈTRE
Ames de $600 \times 9$	5 400 $mm^2$	1 de $400 \times 10$ 1 de $500 \times 10$	9 000.. 11 rivets de 415 = 9 130
Corn. $100 \times 100 \times 10$	1 900 —	Corn. $85 \times 85 \times 13 = 2\,041$	6 — 415 = 2 490
Semelles $600 \times 9$	5 400 —	$600 \times 9 = 5\,400 ..$	15 — 415 = 6 225

Tableau 11. Joints des piles 4 et 5. (Eiffel, 1888, p. 106)

## 4 Pile 3

Les données pour cette pile sont résumées ci-dessous.

- Poids propre tablier :  $3390 \text{ kg/m}$
- Poids train  $4800 \text{ kg/m}$
- Poids pile  $158\,477 \text{ kg}$
- Hauteur pile  $60,018 \text{ m}$
- Poids couronnement  $5000 \text{ kg}$

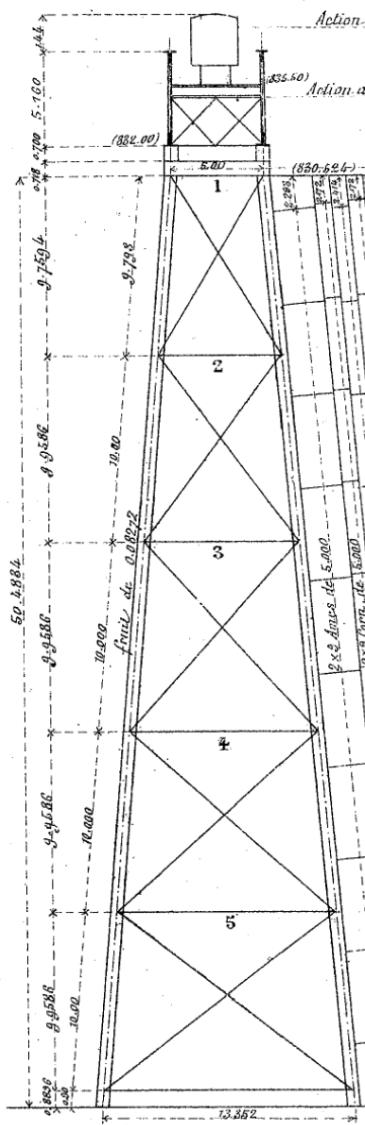


Figure 40. Pile 3. Géométrie.

## 4.1 Distribution des fers : sections des éléments métalliques

Le raisonnement pour le dimensionnement des éléments de la pile 3 est identique au raisonnement pour les piles 4 et 5 (Eiffel, 1888, p. 106).

### 4.1.1 Vent avec surcharge

#### Étape 1 : charges verticales (train, charge permanente tablier, poids propre pile)

- Étape 1.1 : charges verticales provenant du poids du tablier et du train

Les efforts provenant du tablier et du train sont déduits de l'étude du tablier Marvejols. Selon Eiffel, « *la réaction maxima provenant du tablier et de la surcharge est de :  $2 \times (121\,339 + 122\,640) = 487\,958 \text{ kg}$  ; elle correspond à une charge permanente de  $3\,390 \text{ kg}$  et à une surcharge de  $4\,800 \text{ kg par mètre courant de tablier}$*  » (Eiffel, 1888, p. 106). Le poids des appuis et du couronnement est estimé à  $5\,000 \text{ kg}$ . Chacun des quatre arbalétriers subit donc un poids de  $123\,239 \text{ kg}$ .

Remarque : pour le calcul des barres de treillis, Eiffel avait considéré les efforts ponctuels des essieux des wagons mais pour le calcul des réactions d'appui sur la pile 3, il considère simplement une charge répartie.

On montre ci-dessous le calcul des réactions aux appuis venant de chacune des deux poutres du tablier. Par symétrie, le train pouvant circuler dans les deux sens, l'effort sur la pile 3 est l'effort sur l'appui 2 du modèle Robot. On a bien, sur tous les cas de charge, une réaction maximale de  $243\,981 \text{ kg}$  pour chacune des deux poutres, donc un effort total sur la pile 3 de  $487\,962 \text{ kg}$  due, comme attendu, au cas de charge 5.

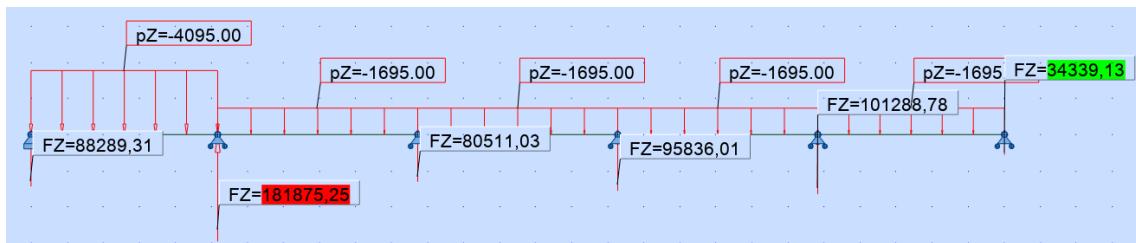


Figure 41. Effort sur la pile 3. Tablier Marvejols. Cas 1 pour une seule poutre

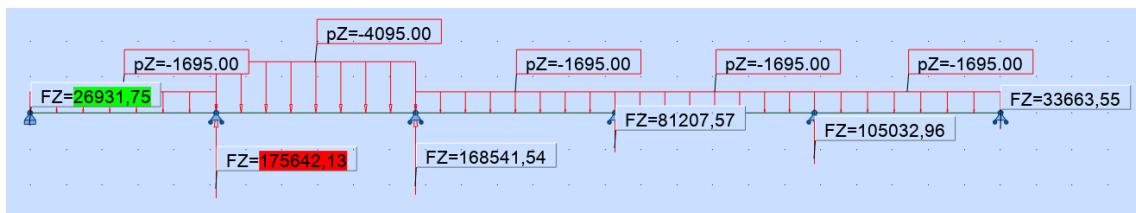


Figure 42. Effort sur la pile 3. Tablier Marvejols. Cas 2 pour une seule poutre

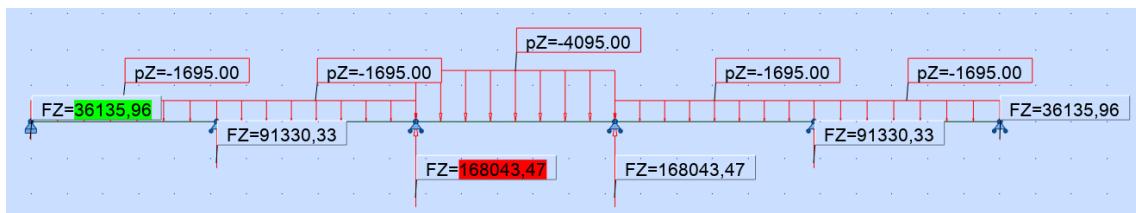


Figure 43. Effort sur la pile 3. Tablier Marvejols. Cas 3 pour une seule poutre

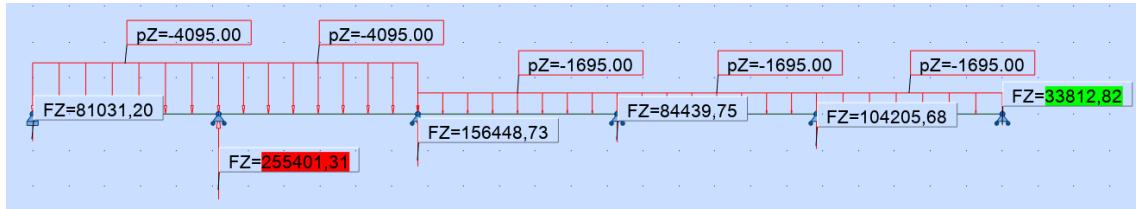


Figure 44. Effort sur la pile 3. Tablier Marvejols. Cas 4 pour une seule poutre

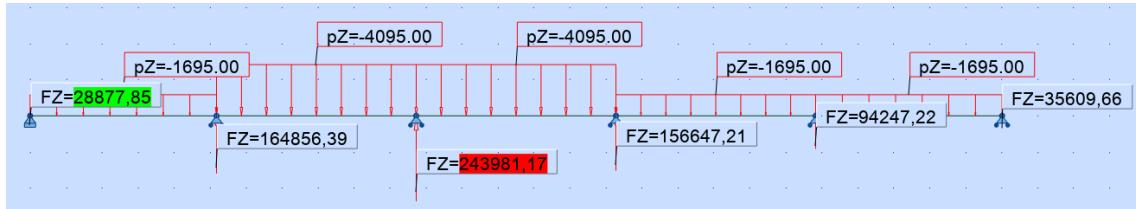


Figure 45. Effort sur la pile 3. Tablier Marvejols. Cas 5 pour une seule poutre



Figure 46. Effort sur la pile 3. Tablier Marvejols. Cas 6 pour une seule poutre

- Étape 1.2 : charges verticales provenant du poids propre de la pile

Le poids propre de la pile est estimé à 2640 kg par mètre, comme pour les piles 4 et 5.

#### Étape 2 : efforts horizontaux dus au vent

- Étape 2.1 : Efforts du vent sur le tablier et le train ; transmission de ces efforts à la pile

Le raisonnement est le même que pour les piles 4 et 5 : « *le vent, étant supposé agir d'une manière uniforme sur toute la longueur du tablier, exercera, sur chacun de ses points d'appui, des réactions horizontales analogues aux réactions verticales produites par les charges et proportionnelles à ces dernières* » (Eiffel, 1888, p. 107).

En considérant le poids propre seulement du tablier, la réaction sur la pile 3 est de  $92\ 604 \times 2 = 185\ 208\ kg$ . Cette réaction est due au poids propre du tablier, qui a pour valeur  $3\ 390\ kg/m$ .

L'effort du vent sur le tablier et le train est estimé à  $795 \text{ kg/m}$  de tablier. Par conséquent, l'effort horizontal du vent sur le tablier et le train induit un effort horizontal sur la pile 3 de

$$185\,208 \times \frac{795}{3390} = 43\,434 \text{ kg}$$

C'est bien l'effort total obtenu par Eiffel en page 107 du mémoire.

L'évaluation par statique graphique des efforts dans les éléments métalliques de la pile 3 est présentée dans la planche 180 du mémoire (Eiffel, 1888, p. Planche 180).

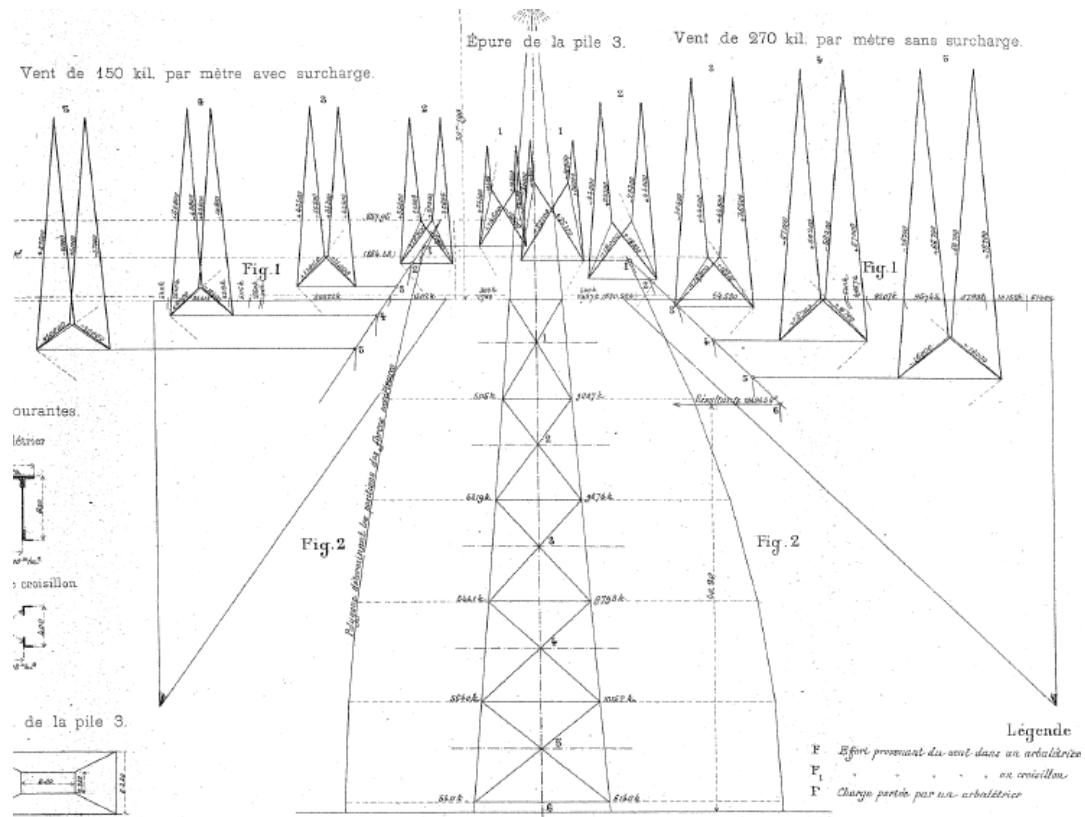


Figure 47. Pile 3. Evaluation par statique graphique des efforts dans les éléments métalliques

NUMÉROS des ÉTAGES	1	2	3	4	5
F . . . . .	35 000 kg	61 100	78 800	94 600	108 500
P . . . . .	129 700 kg	136 300	142 900	149 500	156 600
P + F . . . .	164 700 kg	197 400	221 700	244 100	265 100
P — F . . . .	94 700 kg	75 200	64 100	54 900	48 100
$\omega$ . . . . .	27 600 mm <sup>2</sup>	33 000	38 400	43 800	43 800
R <sub>1</sub> . . . . .	5,96 kg	5,98	5,78	5,58	6,05
R <sub>2</sub> . . . . .	3,43 kg	2,28	1,67	1,25	1,10

Tableau 12. Pile 3. Efforts et contraintes dans les arbalétriers. Vent de 150 kg/m<sup>2</sup> avec surcharge

#### 4.1.2 Vent sans surcharge

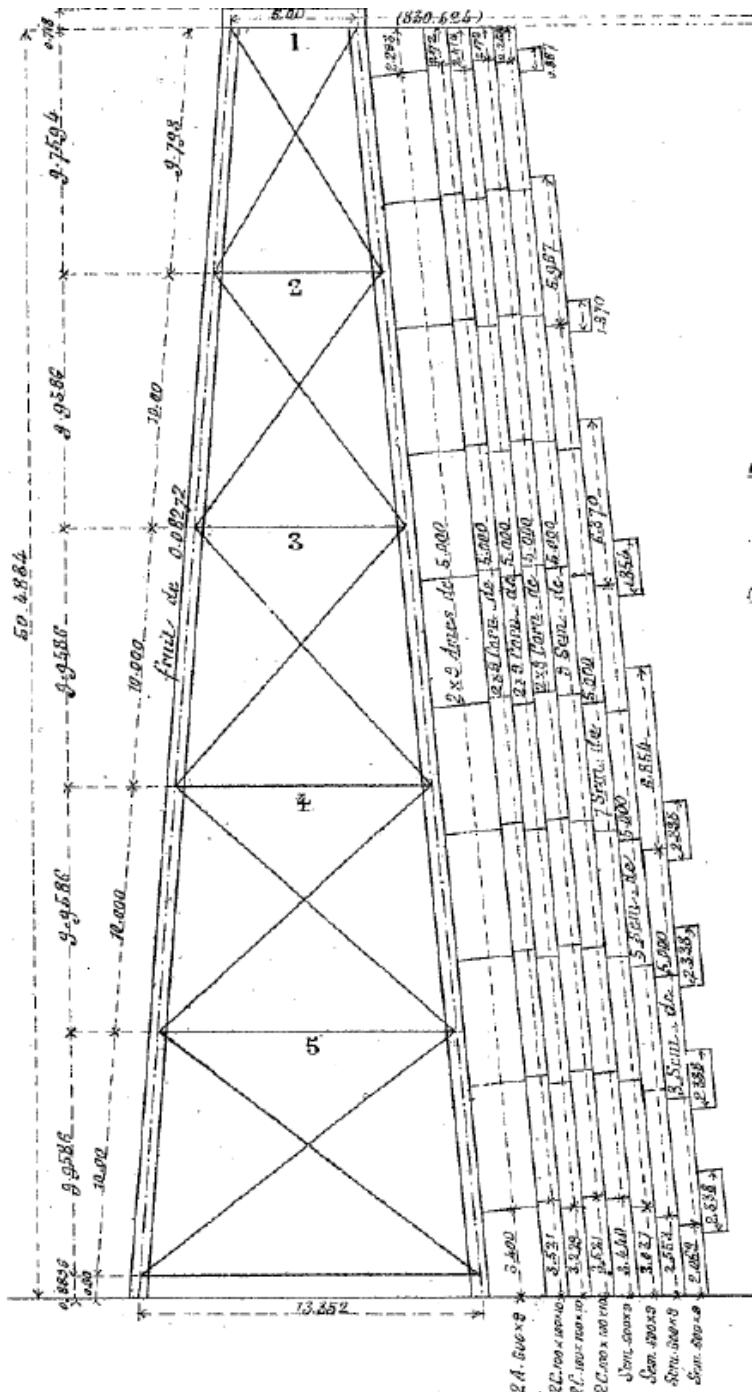
On présente ci-dessous les résultats obtenus dans le mémoire, sans détailler les calculs.

NUMÉROS des SECTIONS	1	2	3	4	5
F . . . . .	40 800 kg	73 300	101 000	123 200	143 400
P . . . . .	54 000 kg	60 600	67 200	73 800	80 900
P + F . . . .	94 800 kg	133 900	168 200	197 000	224 300
P - F . . . .	13 200 kg	- 12 700	- 33 800	- 49 400	- 62 500
$\omega$ . . . . .	27 600 mm <sup>2</sup>	33 000	38 400	43 800	43 800
R <sub>1</sub> . . . . .	3,43 kg	4,06	4,37	4,50	5,11
R <sub>2</sub> . . . . .	0,48 kg	- 0,39	- 0,88	- 1,13	- 1,43

NUMÉROS des ÉTAGES	1	2	3	4	5
F <sub>1</sub> . . . . .	22 100 kg	18 000	16 300	15 700	16 000
$\omega_1$ . . . . .	4 716 mm <sup>2</sup>	4 716	4 716	4 716	4 716
R <sub>1</sub> . . . . .	4,70 kg	3,82	3,46	3,34	3,40

Tableau 13. Pile 3. Efforts et contraintes dans les arbalétriers et les croisillons. Vent de 270 kg/m<sup>2</sup> avec surcharge

La distribution des fers, soit la section des éléments métalliques, est finalement indiquée dans la figure ci-dessous de la planche 180 du mémoire.



*Figure 48. Pile 3. Distribution des fers*

## 4.2 Modélisation ABAQUS de la pile 3

On propose ci-dessous de retrouver les efforts dans les arbalétriers et les croisillons de la pile 3 par simulation numérique sur ABAQUS CAE.

#### 4.2.1 Description du modèle ABAQUS Standard

- Géométrie : Part 2D déformable
- Matériau :  $E = 16 \times 10^9$  ;  $\nu = 0,3$
- Section type truss (aire = 1)
- Maillage : truss T2D2 (1 élément par barre)
- Pour les conditions aux limites, l'appui gauche est bloqué en translation en y et en rotation en z ; l'appui droit est bloqué en translation et x et y et en rotation en z.

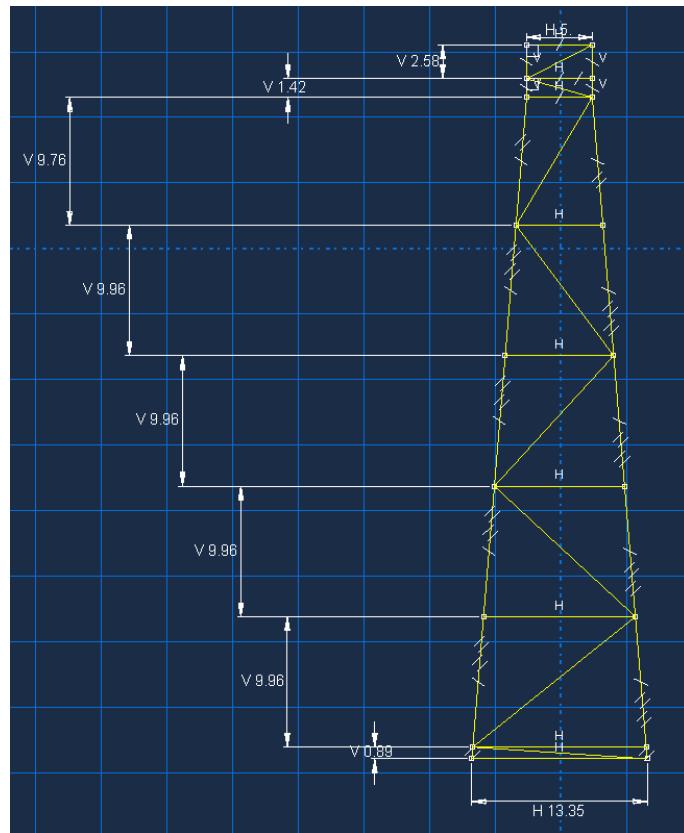


Figure 49. Pile 3. Géométrie sur Abaqus

Les efforts du vent sont indiqués ci-dessous.

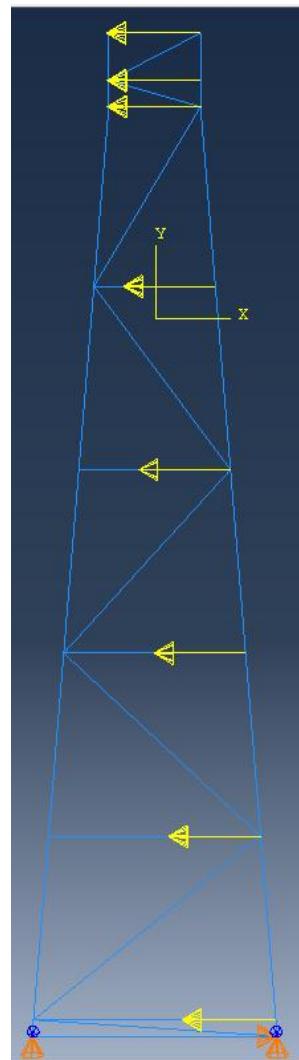


Figure 50. Pile 3. Efforts vent sur Abaqus

	Effort Ri (kg)	yi (m)
	6129	0,8896
	10152	10,8482
	9793	20,8068
	9574	30,7654
	9207	40,724
	4941	50,4834
	540	51,9014
	54579	54,4814

Tableau 14. Pile 3. Efforts vent renseignés sur Abaqus

## 4.2.2 Eléments de validation du modèle

On obtient une réaction horizontale de 104 942 kg, qui correspond à la résultante des efforts vent (Eiffel, 1888, p. Planche 180). Ce résultat n'a rien de surprenant mais il valide les données vent renseignées dans le modèle ABAQUS.

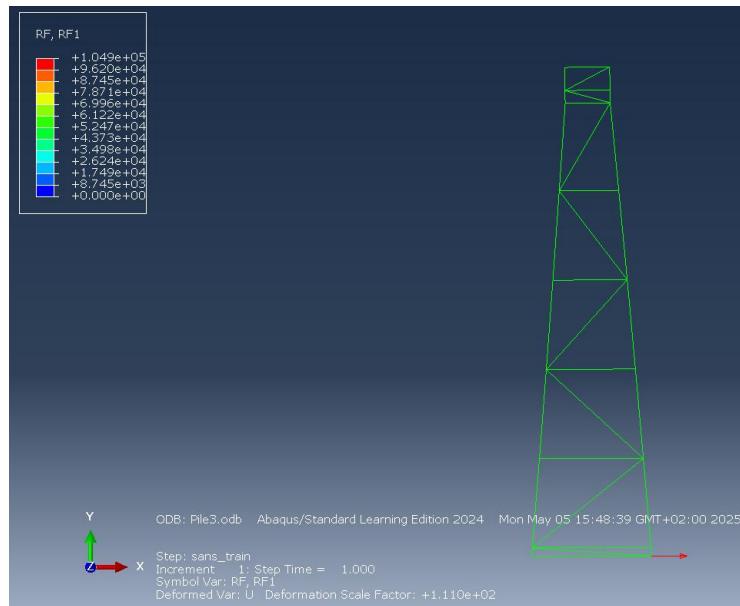


Figure 51. Pile 3. Modèle ABAQUS, résultante horizontale sous les efforts du vent

On obtient une réaction verticale sur l'appui face au vent de 317 605 kg (Figure 52), ce qui correspond au moment de renversement du vent divisé par le bras de levier. Ci-dessous le calcul effectué à partir des données du mémoire :

$$R_{verticale} = \frac{M_{renversement}}{\text{Distance entre appuis}} = \frac{4\ 239\ 847}{13,352} = 317\ 543 \text{ kg}$$

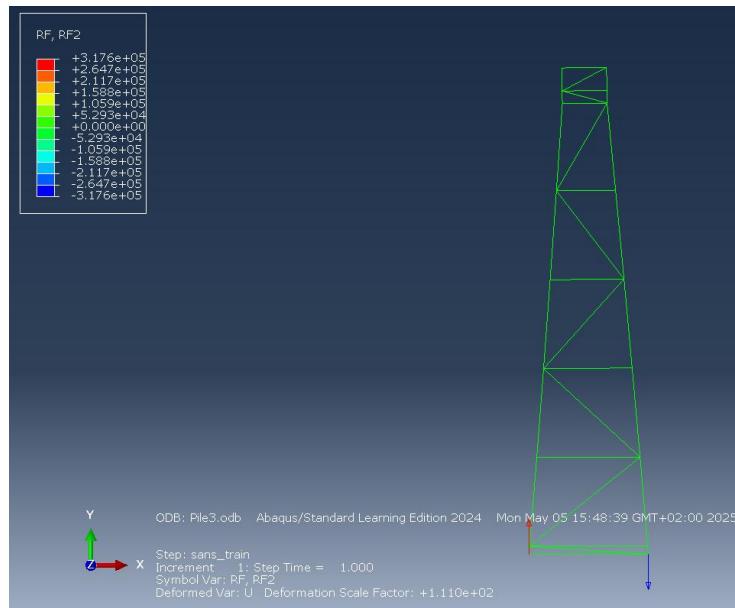


Figure 52. Pile 3. Abaqus, résultante verticale sous les efforts du vent

#### 4.2.3 Comparaison ABAQUS – Statique graphique

Dans le tableau ci-dessous on compare les résultats ABAQUS aux efforts déterminés par statique graphique dans l'article. On peut constater la remarque précision de la statique graphique employée par Eiffel.

Effort	1	2	3	4	5
F arbalétriers statique graphique	40 800	73 300	101 000	123 200	143 400
F arbalétriers ABAQUS	41 526	75 938	103 128	126 392	147 449
F1 croisillons statique graphique	22 100	18 000	16 300	15 700	16 000
F1 croisillons ABAQUS	22 676	18 483	16 636	16 019	16 100

Tableau 15. Efforts vent en kg dans les arbalétriers et croisillons, vent sans surcharge, par statique graphique et ABAQUS. Voir planche 180 du mémoire.

### 4.3 Pile 3. Maçonneries

« Le cube de maçonnerie intéressée peut s'évaluer à  $7,19 \times 3,40 \times 3,40 = 83,11 \text{ m}^3$  ce qui représente un poids de  $83,11 \times 2000 \text{ kg} = 166 200 \text{ kg}$ , bien supérieur à l'effort de traction ». L'effort de traction dans les tirants d'amarrage est en effet de 84 181 kg selon l'article.

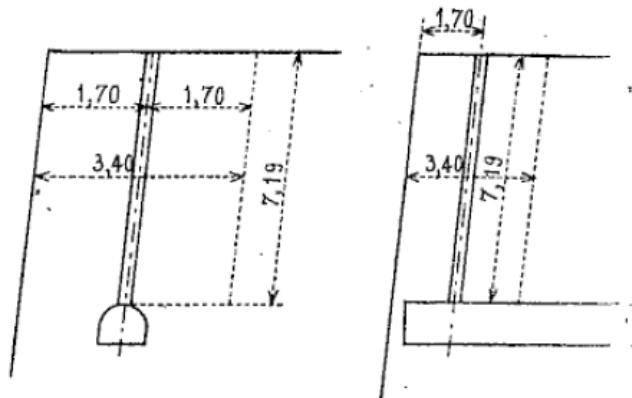


Figure 53. Pile 3. Calcul des maçonneries

## 5 Pile 2

### 5.1 Pile 2. Amarrages

Le calcul des amarrages de la pile 2 est synthétisé dans le Tableau 5. Nous n'y reviendrons pas.

### 5.2 Pile 2. Maçonneries

« Le cube de maçonnerie intéressée peut s'évaluer à  $3 \times 3 \times 5,68 = 51,12 m^3$  ce qui représente un poids de 102 240 kg, bien supérieur à l'effort de traction » (Eiffel, 1888, p. 112). L'effort de traction dans les tirants d'amarrage est en effet de 52 160 kg selon le mémoire.

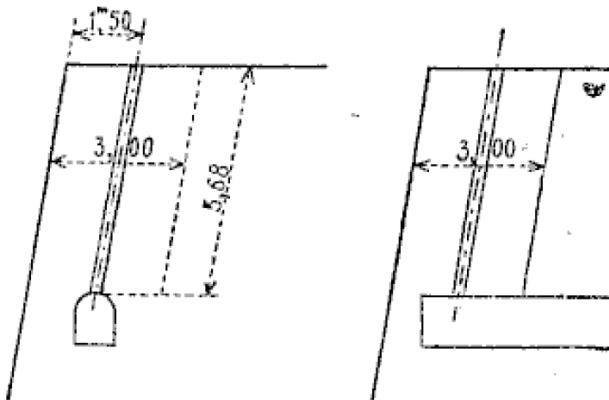


Figure 54. Pile 2. Calcul des maçonneries (Eiffel, 1888, p. 112)

## Références

Eiffel, G. (1888). Mémoire présenté à l'appui du projet définitif du viaduc de Garabit.

*Mémoires de la Société des ingénieurs civils.*

<http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49>, 50, 55-184.

<http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49>

Koechlin, M. (1898). *Applications de la statique graphique* (2<sup>e</sup> éd.). gallica.bnf.fr

Rochès, & Muzeau. (2024). [www.afgc.asso.fr/app/uploads/2024/10/2024\\_10\\_17-Garabit-du-19e-au-21e-siecle-et-au-dela.pdf](http://www.afgc.asso.fr/app/uploads/2024/10/2024_10_17-Garabit-du-19e-au-21e-siecle-et-au-dela.pdf)

*Viaduc de Garabit.* (s. d.). Consulté 29 décembre 2024, à l'adresse

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Viaduc\\_de\\_Garabit](https://fr.wikipedia.org/wiki/Viaduc_de_Garabit)

### Webographie

<https://www.garabit-viaduc-eiffel.com/> (Copyright © 2024 Syndicat Mixte Garabit Grandval)

<https://passerelles.essentiels.bnf.fr/fr/chronologie/construction/44259ad3-6fa5-4b74-8bd8-f9a025239ead-viaduc-garabit>