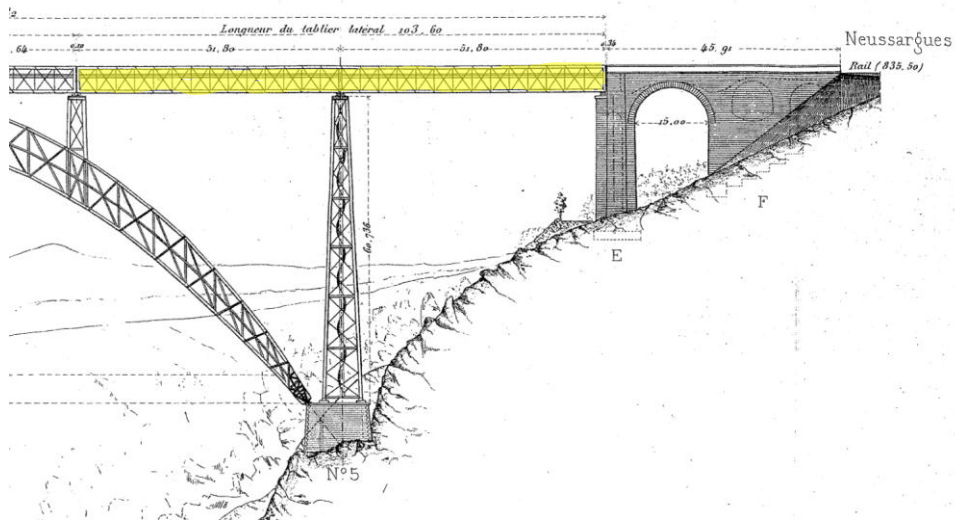


# Dimensionnement du viaduc de Garabit

-

## Calcul du tablier Neussargues



## Table des Matières

<b>1</b>	<b>DESCRIPTION.....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>TABLIER NEUSSARGUES. POUTRES PRINCIPALES .....</b>	<b>4</b>
2.1	SECTIONS DES POUTRES PRINCIPALES : CALCULS ANALYTIQUES DU MEMOIRE .....	4
2.1.1	<i>Moment <math>\mu_1</math> sur la pile 5 et Moment fléchissant <math>M</math> maximal en travée .....</i>	<i>4</i>
2.2	CALCUL DU MOMENT FLECHISSANT SUR ROBOT STRUCTURAL ANALYSIS .....	7
2.3	MOMENT FLECHISSANT : SYNTHESE .....	8
2.4	DIAGRAMME DES MOMENTS FLECHISSANT .....	8
2.5	CONTRAINTES MAXIMALES DE FLEXION ET SECTION POUR UNE CONTRAINTES MAXIMALES ADMISSIBLE $R=5,70$ KG/MM <sup>2</sup> 12	
<b>3</b>	<b>TABLIER NEUSSARGUES. TREILLIS DES PAROIS VERTICALES .....</b>	<b>14</b>
3.1	INTRODUCTION ET HYPOTHESE REALISEE DANS LE MEMOIRE .....	14
<b>4</b>	<b>TABLIER NEUSSARGUES. PANNEAUX .....</b>	<b>16</b>
4.1	PANNEAUX SUR LA PALEE E DE L'ARC ET PANNEAUX SUR LA CULEE NEUSSARGUES .....	16
4.2	PANNEAUX SUR LA PILE 5 .....	17
4.3	TABLIER NEUSSARGUES. PIECES DE PONT ET LONGERONS .....	18
	<b>REFERENCES.....</b>	<b>19</b>

# 1 Description

Le tablier Neussargues est une poutre continue de deux travées sur trois appuis (Figure 1). Il est appuyé par la palée E, la pile 5 et la culée Neussargues.

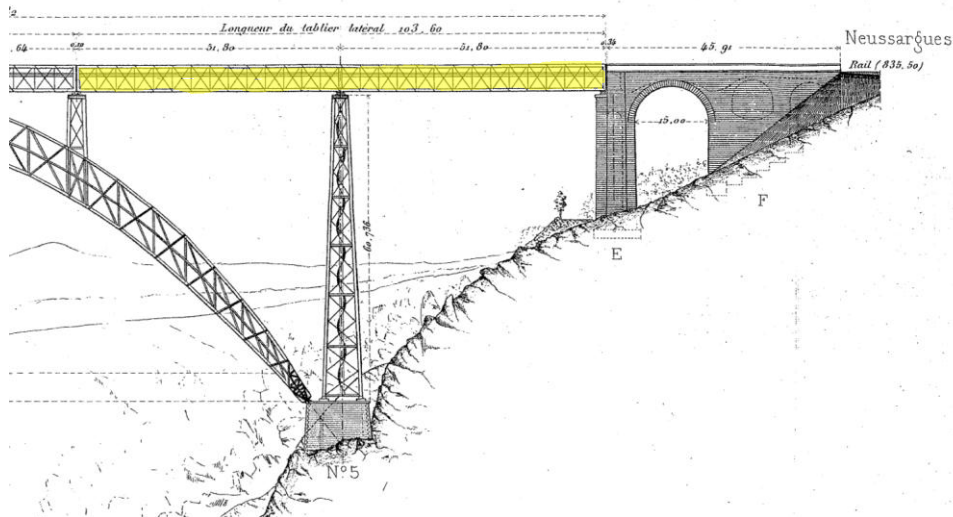


Figure 1. Tablier Neussargues (Eiffel, 1888, p. Planche 172)

Données générales du tablier Neussargues

- Nombre de travées : 2
- Longueur des travées :  $L_1 = L_2 = L = 51,800 \text{ m}$
- Nombre de panneaux dans chaque travée : 14
- Largeur des panneaux, espacement de pièces de pont :  $3,700 \text{ m}$
- Ecartement d'axe en axe des poutres principales :  $5,000 \text{ m}$
- Hauteur des poutres :  $5,160 \text{ m}$

Le poids permanent du tablier est estimé à  $3440 \text{ kg/m}$  (fers  $2560 \text{ kg/m}$ , platelage  $400 \text{ kg/m}$ , bois et rails  $300 \text{ kg/m}$ , passerelle  $180 \text{ kg/m}$ ). On en déduit une charge permanente sur chaque poutre de  $1720 \text{ kg/m}$ .

La surcharge est estimée à  $4800 \text{ kg/m}$  comme pour le tablier Marvejols.

## 2 Tablier Neussargues. Poutres principales

### 2.1 Sections des poutres principales : calculs analytiques du mémoire

La démarche pour les poutres principales du tablier Neussargues suit la démarche adoptée pour le tablier Marvejols :

1. Calcul des moments sur piles et moment maximaux en travée
2. Epure (diagramme) des moments fléchissant (Eiffel, 1888, p. Planche 177)
3. Calcul du moment résistant de la section constante des poutres (même section que pour le tablier Marvejols)
4. Renforcement de la section constante des poutres si nécessaire, par ajout d'épaisseurs de semelles

#### 2.1.1 Moment $\mu_1$ sur la pile 5 et Moment fléchissant $M$ maximal en travée

Eiffel considère que le moment *en travée* est maximal quand la surcharge ne s'applique que sur une travée (cas 1 Figure 2), et que le moment *sur pile* (sur la pile 5) est maximal quand les deux travées sont chargées (cas 2 Figure 2).

Positions de la surcharge qui correspondent aux maxima des moments fléchissants :

1<sup>o</sup> Une travée chargée. — Le moment est maximum dans cette travée;

2<sup>o</sup> Première et deuxième travées chargées. — Le moment est maximum sur la pile.

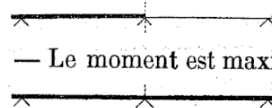


Figure 2. Cas de charges étudiés par Eiffel pour le tablier Neussargues (Eiffel, 1888)

Ce résultat est confirmé par l'analyse des lignes d'influence d'une poutre continue sur trois appuis (Figure 3) (Palacios, 2025). En effet, on donne en Figure 4 la ligne d'influence pour le moment sur l'appui central. On voit qu'une charge linéique appliquée sur les deux travées donnera le moment maximal sur l'appui central.

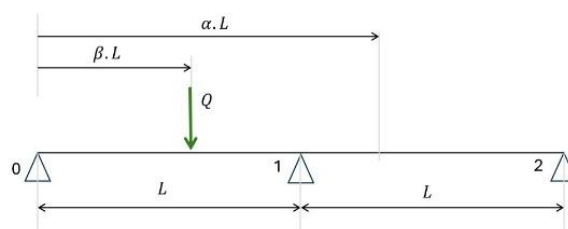


Figure 3. Poutre continue sur trois appuis

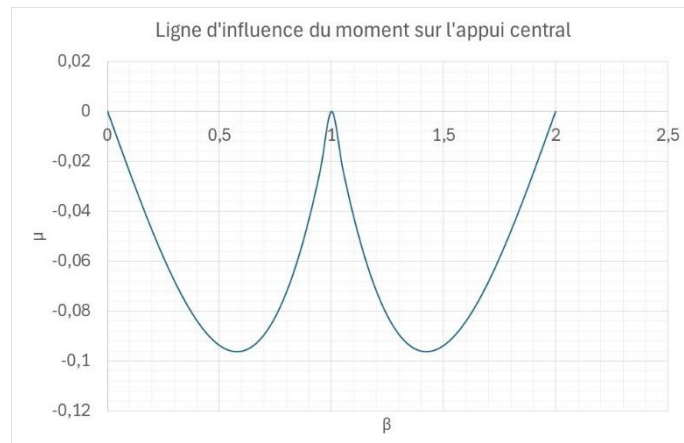


Figure 4. Tablier Neussargues. Ligne d'influence pour le moment sur l'appui central

On donne également la ligne d'influence pour le moment en travée. (Figure 5). On voit que le moment en travée est maximal lorsque seulement une travée est chargée.

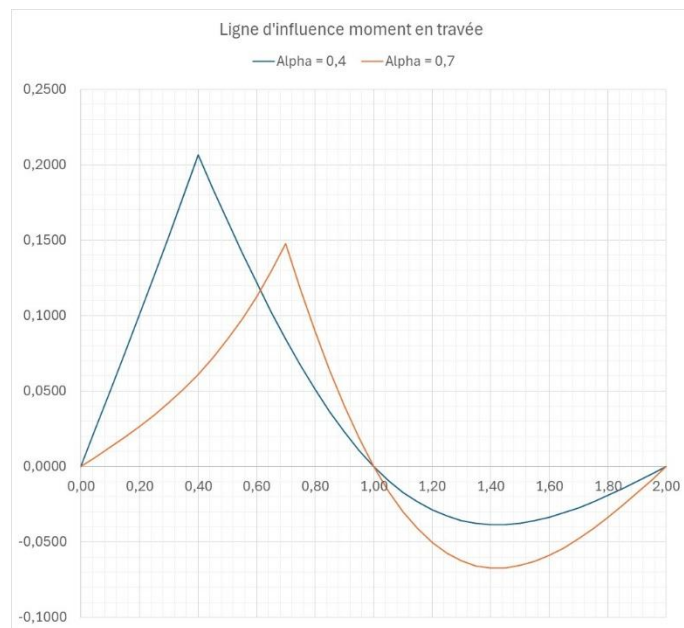


Figure 5. Tablier Neussargues. Ligne d'influence pour le moment en travée

Les 2 cas avec surcharge sont résumés ci-dessous. Un cas 3 est ajouté, cas où le tablier ne supporte aucune surcharge.

	$p_1$ (kg/m)	$p_2$ (kg/m)
Cas 1	4120	1720
Cas 2	4120	4120
Cas 3	1720	1720

Tableau 1. Tablier Neussargues. Cas de charge étudiés

Eiffel utilise la formule ci-dessous pour le moment fléchissant sur la pile 5 (appui central de la poutre), issue de la théorie de Clapeyron (Eiffel, 1888, p. 83).

$$\mu_1 = \frac{(p_1 + p_2) \cdot L_1^2}{16}$$

#### Démonstration

Les deux travées sont de longueur égale. On prendra  $L_1 = L_2 = L$ .

Par la théorie de Clapeyron (théorème des trois moments)

$$\mu_0 \frac{L}{6EI} + 2\mu_1 \left( \frac{L}{6EI} + \frac{L}{6EI} \right) + \mu_2 \cdot \frac{L}{6EI} = \Omega_{i,d}^0 - \Omega_{i,g}^0$$

On considère que les moments sur les appuis aux extrémités sont nuls :  $\mu_0 = \mu_2 = 0$ .

$$\Omega_{i,d}^0 = -p_2 \cdot \frac{L^3}{24EI}$$

$$\Omega_{i,g}^0 = p_1 \cdot \frac{L^3}{24EI}$$

Donc

$$\mu_1 = \frac{-(p_1 + p_2) \cdot L^2}{16}$$

On obtient bien l'expression du mémoire. Le signe négatif provient de notre choix de convention de signe.

Pour le moment fléchissant maximal en travée,

« *Le maximum du moment fléchissant dans le courant d'une travée quelconque est donné par l'expression*

$$M_{max} = \mu_n - \frac{p}{2} \cdot \left( \frac{\mu_n - \mu_{n+1}}{pL} + \frac{L}{2} \right)^2$$

*dans laquelle  $\mu_n$  et  $\mu_{n+1}$  représentent les moments fléchissants sur les piles contiguës à la travée,  $L$  la portée de la travée et  $p$  la charge par mètre courant. »*

Les résultats d'Eiffel sont résumés ci-dessous.

Valeurs numériques des moments fléchissants :

1<sup>er</sup> Cas. — Une travée chargée :

$$\mu_1 = 979\,368$$

$$M_1 = -935\,899$$

2<sup>e</sup> Cas. — Première et deuxième travées chargées :

$$\mu_1 = 1\,381\,848$$

$$M_1 = -777\,347$$

3<sup>e</sup> Cas. — Le tablier ne supporte aucune charge :

$$\mu_1 = 576\,888$$

$$M_1 = -324\,518$$

Figure 6. Tablier Neussargues. Moment sur piles et moments en travée (Eiffel, 1888, p. 83)

## 2.2 Calcul du moment fléchissant sur Robot Structural Analysis

On présente ci-dessous les calculs réalisés sur le logiciel Robot Structural Analysis. Dans le Tableau 2, les résultats sont comparés aux calculs du mémoire.

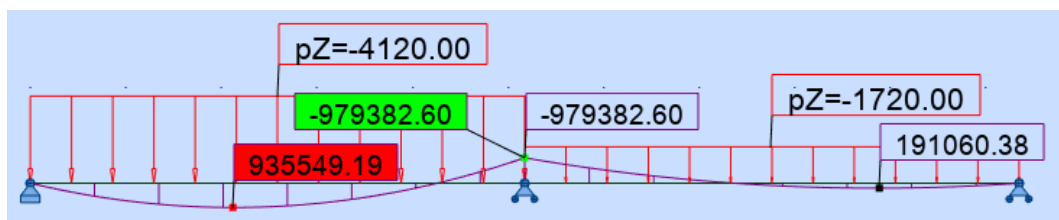


Figure 7. Tablier Neussargues. Résultats sur RSA. Moment fléchissant Cas 1 une seule travée chargée

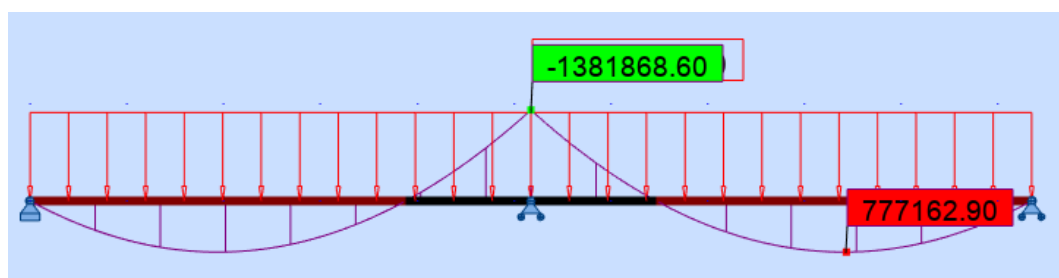


Figure 8. Tablier Neussargues. Résultats sur RSA. Moment fléchissant Cas 2 deux travées chargées

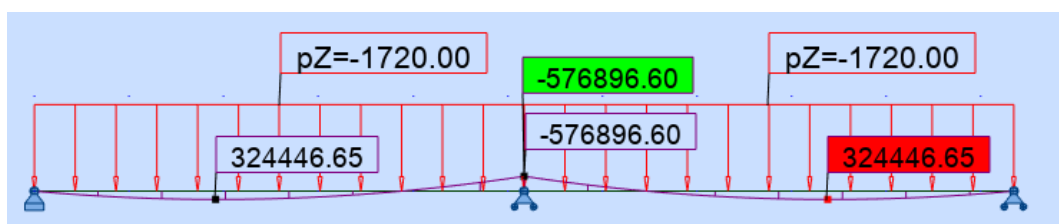


Figure 9. Tablier Neussargues. Résultats sur RSA. Moment fléchissant Cas 3 charge permanente seulement

## 2.3 Moment fléchissant : synthèse

Dans le Tableau 2 on compare les calculs analytiques et la modélisation sur RSA aux calculs du mémoire. Les résultats sont similaires aux résultats du mémoire.

Cas	Calculs RSA	Théorème des trois moments	Formules du mémoire (théorie de Clapeyron)
1. Une travée chargée	$\mu_1 = -979\,383$ $M_1 = 935\,554$	$\mu_1 = -979\,383$ $M_1 = 935\,560$	1 <sup>er</sup> Cas. — Une travée chargée : $\mu_1 = 979\,368$ $M_1 = -935\,899$
2. Premières et deuxième travées chargées.	$\mu_1 = -1\,381\,869$ $M_1 = 777\,301$	$\mu_1 = -1\,381\,869$ $M_1 = 777\,301$	2 <sup>e</sup> Cas. — Première et deuxième travées chargées : $\mu_1 = 1\,381\,848$ $M_1 = -777\,347$
3. Poids permanent seulement	$\mu_1 = -576\,897$ $M_1 = 324\,504$	$\mu_1 = -576\,897$ $M_1 = 324\,504$	3 <sup>e</sup> Cas. — Le tablier ne supporte aucune charge : $\mu_1 = 576\,888$ $M_1 = -324\,518$

Tableau 2. Tablier Neussargues. Moments sur travées et sur piles.  $M_i$  moment max en travée  $i$ .  $\mu_i$  moment sur pile  $i$ 

## 2.4 Diagramme des moments fléchissant

Eiffel trace ensuite l'épure des moments fléchissant, par statique graphique (Figure 10). On propose ci-dessous d'expliquer cette épure.

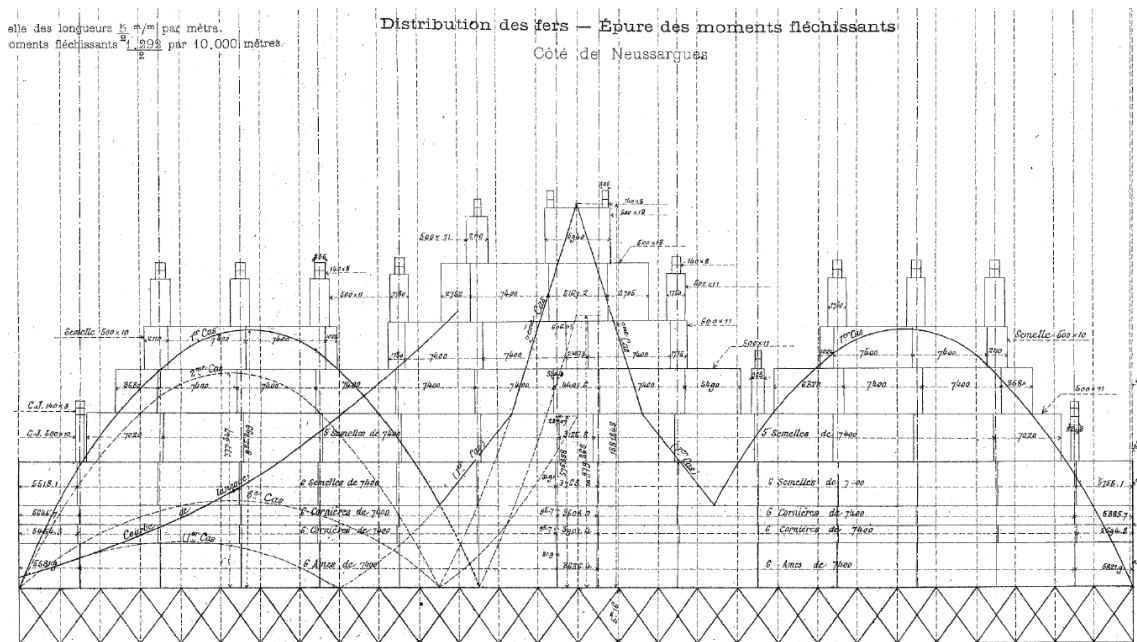


Figure 10. Tablier Neussargues. Diagramme des moments fléchissant (Eiffel, 1888, p. 177)



### Cas 1

Le diagramme des moments fléchissant pour le cas 1 est fourni ci-dessous, tel qu'on le présente de façon usuelle (Figure 11). Cependant Eiffel prend la valeur absolue de ce diagramme, pour le comparer au moment résistant de la section. De plus, Eiffel considère que le train peut arriver de chaque côté et que dans le cas 1 il y a en fait deux cas : travée 1/travée 2 non chargée, travée 1 non chargée/travée 2 chargée. Lorsqu'on considère la valeur absolue du moment, et les deux cas possibles, le diagramme a l'allure de la courbe noire de la Figure 11.

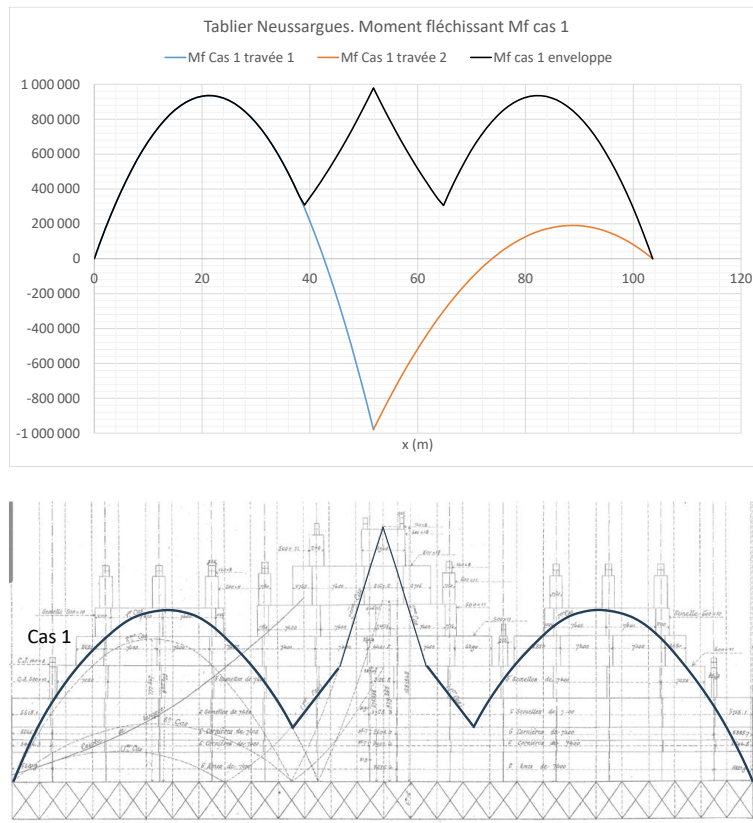


Figure 11. Tablier Neussargues. Diagramme des moments fléchissant. Cas 1

### Cas 2

Le même raisonnement est appliqué sur le cas 2.

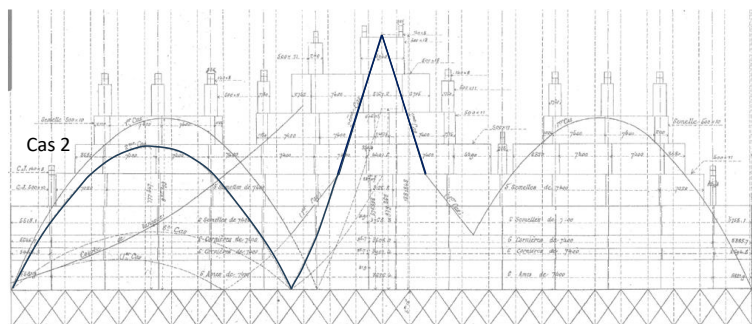
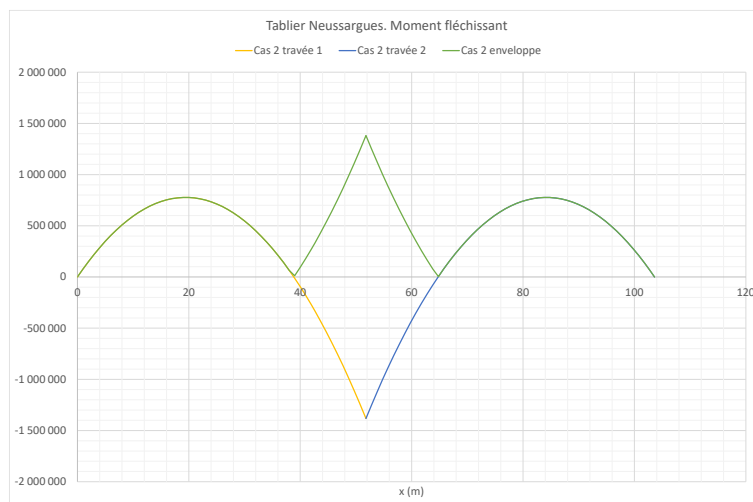
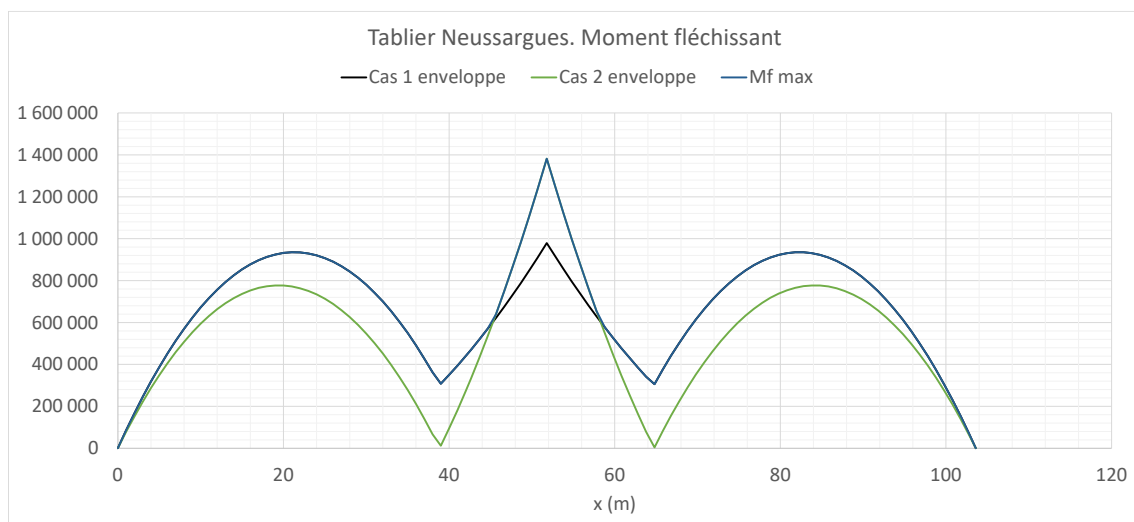


Figure 12. Tablier Neussargues. Diagramme des moments fléchissant. Cas 2

On trace ci-dessous le moment fléchissant maximal entre les cas 1 et 2. On retrouve bien l'épure du mémoire.



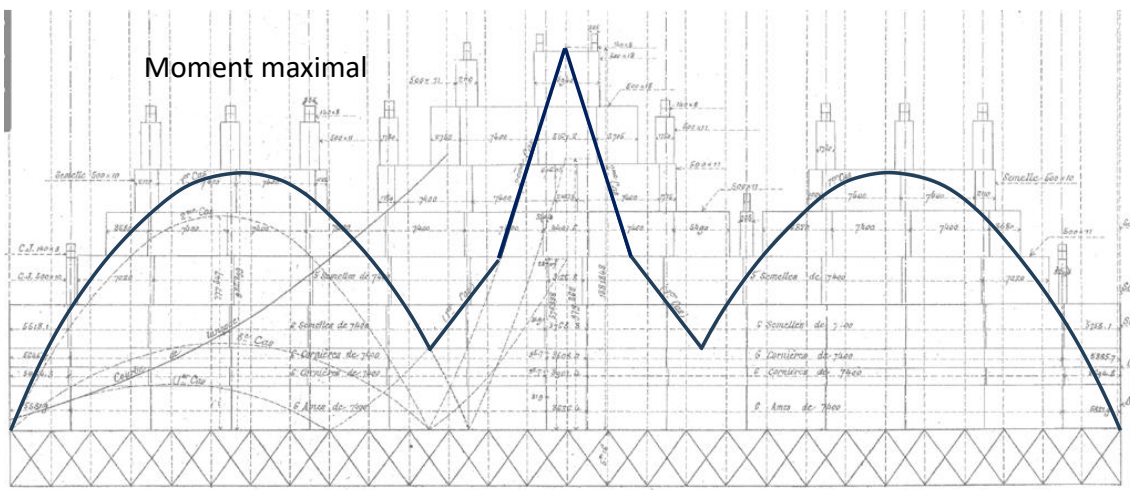


Figure 13. Tablier Neussargues. Epure des moments fléchissant

### Remarque

Sur l'épure on observe une courbe appelée « lançage ». Comme pour le tablier Marvejols, la répartition du moment fléchissant lors du lançage du tablier a été estimée. Comme pour le tablier Marvejols, il s'avère que la courbe est dimensionnante sur une partie du tablier :

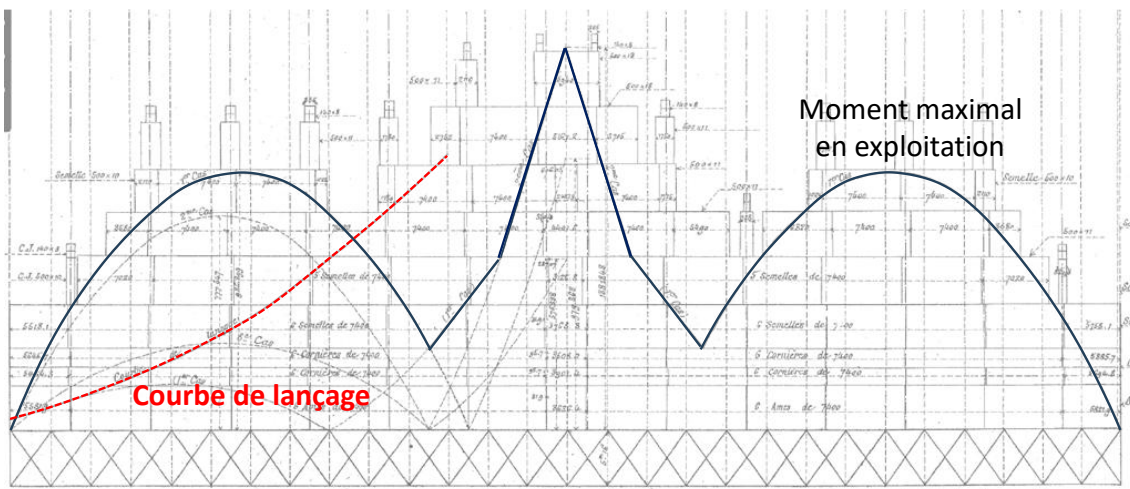


Figure 14. Tablier Neussargues. Courbe de lançage

On a tracé ci-dessous le moment fléchissant pour une poutre en porte-à-faux en  $L = 51,8 \text{ m}$  et soumise à une charge linéique de  $1720 \text{ kg/m}$  (Figure 15, soit la charge permanente sur le tablier (Tableau 1). L'expression du moment fléchissant en S est :

$$M = p \cdot \frac{x^2}{2}$$

On voit la courbe de lançage du mémoire rencontrer le moment du cas 1 pour environ  $x = 30 \text{ m}$  ; on l'observe pour environ 8,5 panneaux sur l'épure soit environ  $31,5 \text{ m}$ .

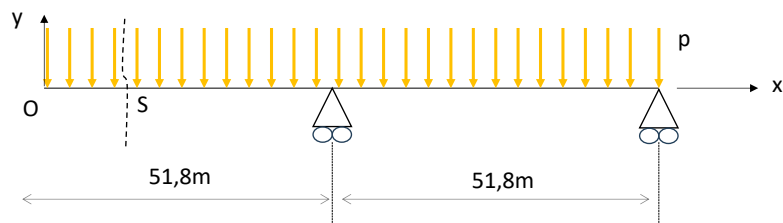


Figure 15. Tablier Neussargues. Modélisation approximative du lançage.

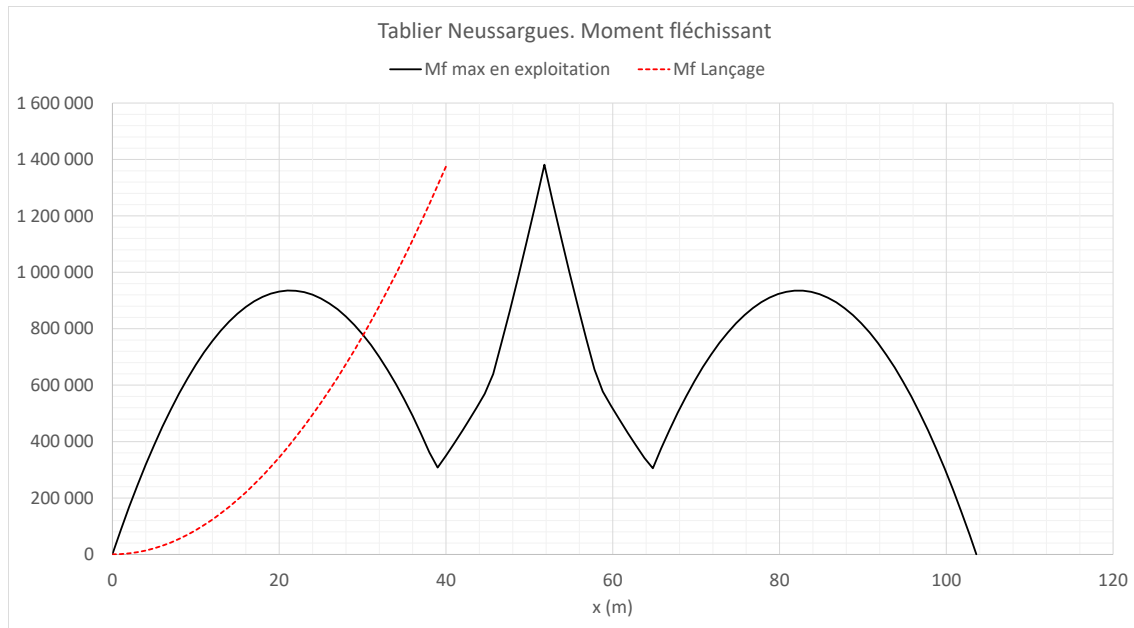


Figure 16. Tablier Neussargues. Courbe de lançage

## 2.5 Contrainte maximale de flexion et section pour une contrainte maximale admissible $R=5,70 \text{ kg/mm}^2$

Pour une grande partie du tablier, la résistance de la partie constante de la poutre ne sera en général pas suffisante. Eiffel adapte donc en chaque point le moment quadratique de la section pour résister aux contraintes de flexion. Pour cela, il renforce la partie constante de la section de la poutre à l'aide de semelles.

On présente ci-dessous un exemple pour le moment maximal dans la travée 1 : 935 544 kg.m

$$R = \frac{M}{\frac{I}{v}}$$

Donc le module  $I/v$  nécessaire a pour valeur

$$\frac{I}{v} = \frac{M}{R} = \frac{935544}{5.70} = 0,164\,131m^4$$

Il faut un apport  $I/v$  de

$$\frac{I}{v} \text{ supplémentaire} = 0,164\,131 - 0,084\,806 = 0,079\,324\,m^4$$

Il faut donc des semelles supplémentaires qui doivent apporter  $0,079324\,m^4$ . On obtient une valeur très proche de ce qui est proposé dans l'article :  $0,079\,980\,m^4$  (Tableau 3).

**Tableau des sections des poutres correspondant aux moments maxima**

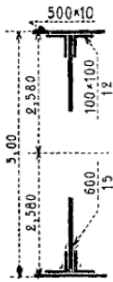
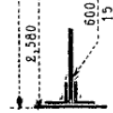
Moments $M$ sur travées et moments $\mu$ sur piles	SECTION constante	Semelles supplémentaires ajoutées à la section constante	VALEURS DE $\frac{I}{v}$			Valeur de $R$ par $mm^2$
			de la section constante	des semelles supplémentaires	TOTALES	
Travée 935 899		2 sem. 500 $\times$ 11 1 sem. 500 $\times$ 9	0,084 806	0,079 980	0,164 786	5,70
Pile. . 1 381 848		3 sem. 500 $\times$ 11 2 sem. 500 $\times$ 13	»	0,152 220	0,237 026	5,85

Tableau 3. Tablier Neussargues. Tableau des sections (Eiffel, 1888)

## 3 Tablier Neussargues. Treillis des parois verticales

### 3.1 Introduction et hypothèse réalisée dans le mémoire

Selon Eiffel, « *Nous n'avons pas tracé, pour ce tablier, les efforts tranchants qui se produisent sous l'influence de la surcharge roulante d'un train de locomotives ; les efforts obtenus [...] ne diffèreraient de ceux déterminés pour la travée de rive du tablier, côté Marvejols, que d'une quantité peu importante due à la variation du terme  $\frac{\mu_1}{L}$*  ». Eiffel choisit donc de prendre pour les barres de treillis « *des sections égales aux barres de la travée de rive du tablier côté Marvejols* » (Eiffel, 1888, p. 85).

On propose de discuter cette hypothèse.

On connaît le moment fléchissant dans la travée 1 :

$$M(x) = M_0(x) + \mu_0 \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \mu_1 \cdot \frac{x}{L} = M_0(x) + \mu_1 \cdot \frac{x}{L}$$

On a  $\mu_0 = 0$ , moment sur l'appui de gauche (appui de rive).

L'effort tranchant est obtenu par dérivation :

$$V(x) = -\frac{dM(x)}{dx} = -M_0(x) - \frac{\mu_1}{L}$$

Or si l'on considère la travée de rive (travée 1) du tablier Marvejols, le moment fléchissant est donné par :

$$M(x) = M_0(x) + \mu_0 \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \mu_1 \cdot \frac{x}{L} = M_0(x) + \mu_1 \cdot \frac{x}{L} = M_0(x) + \mu_1 \cdot \frac{x}{L}$$

Et l'effort tranchant a la même expression que pour le tablier central :

$$V(x) = -M_0(x) - \frac{\mu_1}{L}$$

Les charges sont toutes dues à la surcharge d'un train roulant de locomotives et la longueur des tabliers est la même (51,80m), donc le terme  $M_0(x)$ , moment dans la travée isostatique associé, est le même.

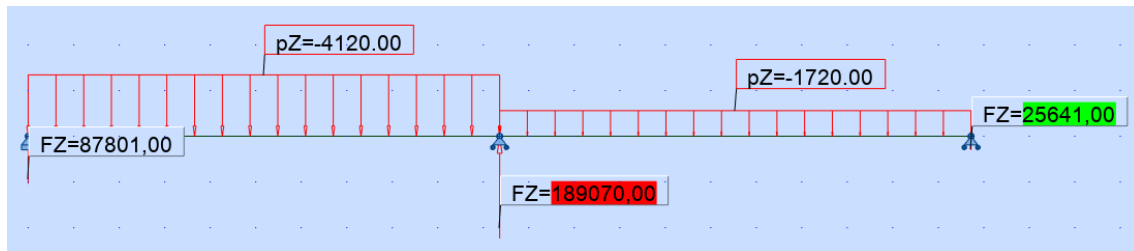
On voit en effet que l'effort tranchant  $V(x)$  dans le tablier central et l'effort tranchant  $V(x)$  dans travée de rive du tablier Marvejols ne diffèrent que du terme  $\frac{\mu_1}{L}$ , le moment  $\mu_1$  étant dépendant de l'ensemble de la géométrie des tabliers (longueur et nombre des autres travées, charges dans les autres travées...).

Par ailleurs, le moment maximal  $\mu_1$  pour chaque tablier est de 1 296 518 kg.m pour le tablier Marvejols et 1 381 869 kg.m pour le tablier Neussargues. La variation de moment fléchissant est de 6%, variation relativement négligeable. Par ailleurs, en considérant les charges linéiques et pas les charges ponctuelles des essieux, les moments  $M_0(x)$  restent similaires puisque les charges permanentes et surcharges des deux tabliers sont très proches. L'hypothèse d'Eiffel est donc bien fondée.

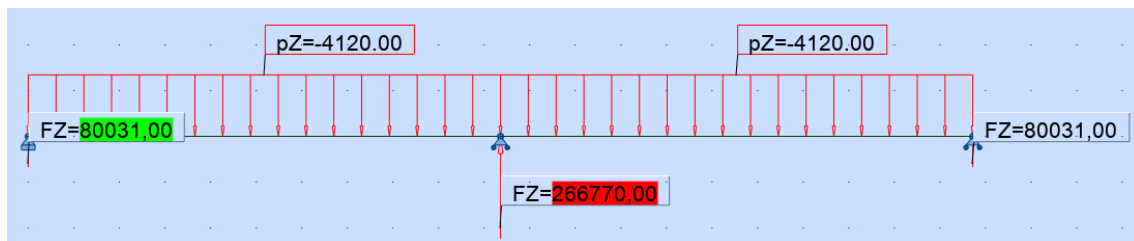
## 4 Tablier Neussargues. Panneaux

Chacune des deux poutres comporte un panneau vertical devant reprendre l'effort d'écrasement provenant de l'effort tranchant. On cherche donc à dimensionner les panneaux sur la palée E, sur la pile 5, et sur la culée Neussargues (voir Figure 1).

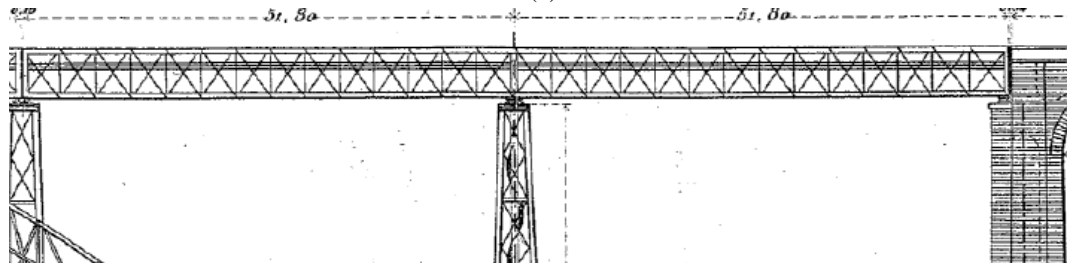
Les réactions sur les appuis du tablier sont données ci-dessous pour les cas 1 et 2 du mémoire. Elles concordent avec les calculs d'Eiffel (Eiffel, 1888, p. 84).



(a)



(b)



(c)

Figure 17. Tablier Neussargues. Réactions aux appuis pour une poutre du tablier. (a) cas 1 (b) cas 2. (c) L'appui de gauche est la palée E, l'appui central est la pile 5 et l'appui de droite est la culée Neussargues.

### 4.1 Panneaux sur la palée E de l'arc et panneaux sur la culée Neussargues

#### Effort maximal sur un panneau

L'effort d'écrasement maximal sur la palée et par symétrie, sur la culée, est donné par le cas 1 : 87 801 kg.



Contraintes dans les panneaux

La section des panneaux sur la palée est de  $22\,354\text{ mm}^2$  (Figure 18). La contrainte moyenne de compression dans les panneaux est donc de

$$\frac{87\,801}{22\,354} = 3,9\text{ kg/mm}^2$$

1 Ame de . . . . .	$350 \times 15$
2 Cornières de . . . . .	$\frac{100 \times 100}{12}$
2 Cornières de . . . . .	$\frac{90 \times 90}{12}$
1 Semelle de . . . . .	$500 \times 8$
2 Fourrures de . . . . .	$100 \times 12$
2 Fourrures de . . . . .	$90 \times 12$

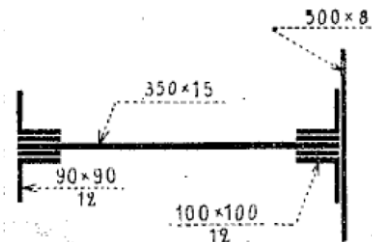


Figure 18. Tablier Neussargues. Panneaux sur palées

La section des panneaux sur la culée est de  $39\,448\text{ mm}^2$  (Figure 18). La contrainte moyenne de compression dans les panneaux est donc de

$$\frac{87\,801}{39\,448} = 2,2\text{ kg/mm}^2$$

Composition d'un panneau sur culée :

1 Ame de . . . . .	$600 \times 15$	=	9 000 $\text{mm}^2$
8 Cornières de . . . . .	$100 \times 100 \times 12$	=	18 048
1 Ame de . . . . .	$220 \times 8$	=	1 760
1 Ame de . . . . .	$400 \times 8$	=	3 200
2 Fourrures de . . . . .	$100 \times 12$	=	2 400
2 Fourrures de . . . . .	$210 \times 12$	=	5 040
SECTION TOTALE . . . . .		=	39 448

ci-contre ; sa section totale détaillée précédemment est de :

$$39\,448\text{ mm}^2.$$

Effort maximum par millimètre carré :

$$R = \frac{87\,802}{39\,448} = 2,2\text{ kg.}$$

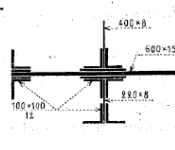


Figure 19. Tablier Neussargues. Panneaux sur culées (Eiffel, 1888, p. 85)

## 4.2 Panneaux sur la pile 5

Selon Eiffel, l'effort d'écrasement maximal supporté par un panneau de pile a pour valeur  $133\,385 + 133\,385 = 266\,770\text{ kg}$ . En effet, Eiffel considère que la réaction maximale sur la pile 5 se produit lorsque les deux travées supportent la surcharge. Sur Robot Structural Analysis, on obtient bien une réaction de  $266\,770\text{ kg}$  sur la pile 5, appui central du tablier Neussargues (Figure 17b).

La section du panneau est de 47 960 mm<sup>2</sup> (Figure 20).

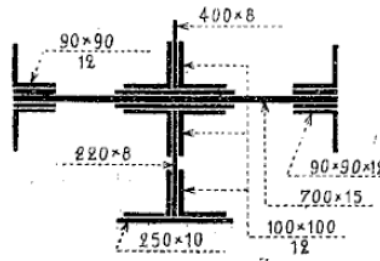


Figure 20. Tablier Neussargues. Section du panneau de la pile 5

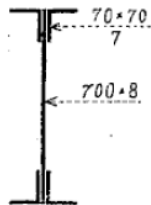
La contrainte de compression maximale est donc de

$$\frac{266\,770}{47\,960} = 5,56 \text{ kg/mm}^2$$

### 4.3 Tablier Neussargues. Pièces de pont et longerons

« La portée de ces pièces étant la même que celles des pièces de pont et des longerons du tablier côté Marvejols, elles sont constituées comme ces dernières ». (Eiffel, 1888, p. 86).

Section d'une pièce de pont.



Section d'un longeron.

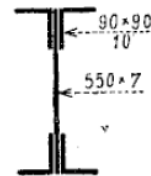


Figure 21. Tablier Neussargues. Pièces de pont et longerons

## Références

Eiffel, G. (1888). Mémoire présenté à l'appui du projet définitif du viaduc de Garabit. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*. <http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49>, 50, 55-184.  
<http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49>

Palacios, R. (2025). *Lignes d'influence d'une charge mobile sur une poutre sur 3 appuis—CTICM – Mai 2025*. <https://metaletech.com/2025/04/28/lignes-dinfluence-dune-charge-mobile-sur-une-poutre-sur-3-appuis/>

*Viaduc de Garabit*. (s. d.). Consulté 29 décembre 2024, à l'adresse  
[https://fr.wikipedia.org/wiki/Viaduc\\_de\\_Garabit](https://fr.wikipedia.org/wiki/Viaduc_de_Garabit)

## Webographie

<https://www.garabit-viaduc-eiffel.com/> (Copyright © 2024 Syndicat Mixte Garabit Grandval)

<https://passerelles.essentiels.bnf.fr/fr/chronologie/construction/44259ad3-6fa5-4b74-8bd8-f9a025239ead-viaduc-garabit>