

Le dimensionnement du viaduc de Garabit par Gustave Eiffel



<https://aeroclubperigueux.com/wp-content/uploads/2014/08/9-viaduc-de-garabit.jpg>

Frédéric Menan

INTRODUCTION



<https://www.pays-saint-flour.fr/incontournables/les-gorges-et-vallee-de-la-truyere/>

AVANT-PROJET



Léon Boyer (1851-1886)
Polytechnicien, ingénieur
des Ponts et Chaussées



Gustave Eiffel (1832-1923)
École centrale Paris



Théophile Seyrig (1843-1923)
École centrale Paris

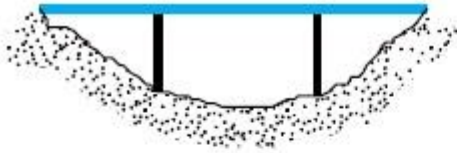


Pont Maria Pia sur le Douro à Porto (1876)
(Crédit Photo B. Godart)

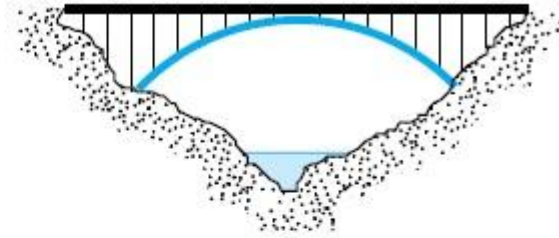


www.afgc.asso.fr/evenement/a-la-rencontre-du-viaduc-de-garabit/

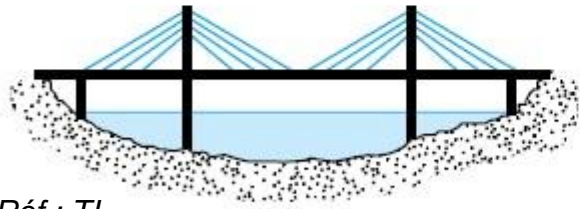
DU CHOIX D'UN VIADUC EN ARC



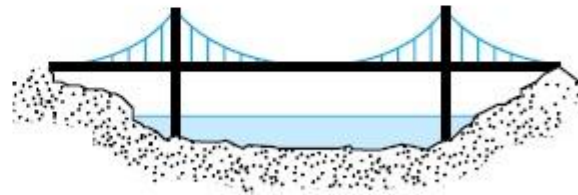
(a) à poutre



(b) en arc



(c) haubané



(d) suspendu

Réf : TI



- Coûts et temps de construction de hautes piles
- Accessibilité du chantier en fond de vallée
- Esthétique
- Piles impossibles si sol trop meuble en fond de rivière, ou passage de bateaux.

LE PROJET



Léon Boyer
MM. Bauby
et Lefranc,
ingénieurs
en chef des
ponts et
chaussées

MM. Thona, Thibault
et Vinay

Conducteurs des
Ponts et Chaussées



Gustave
Eiffel



Maurice Koechlin
(1856-1946)

Responsable bureau
d'études



Emile Nougier
(1841-1897)

Méthodes

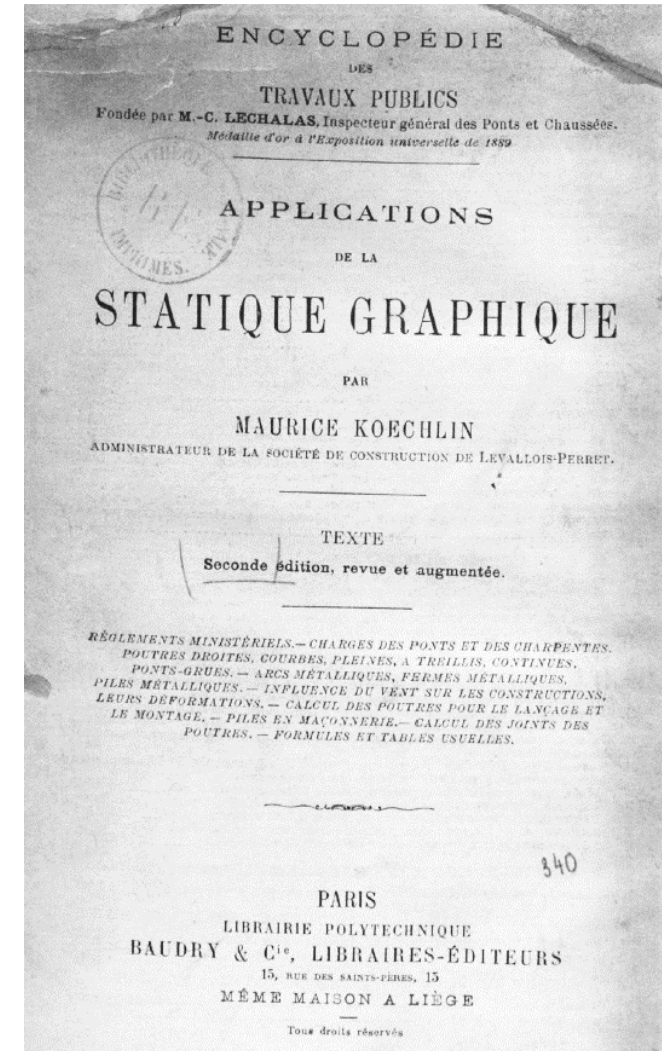


Jean Compagnon
(1837-1900)

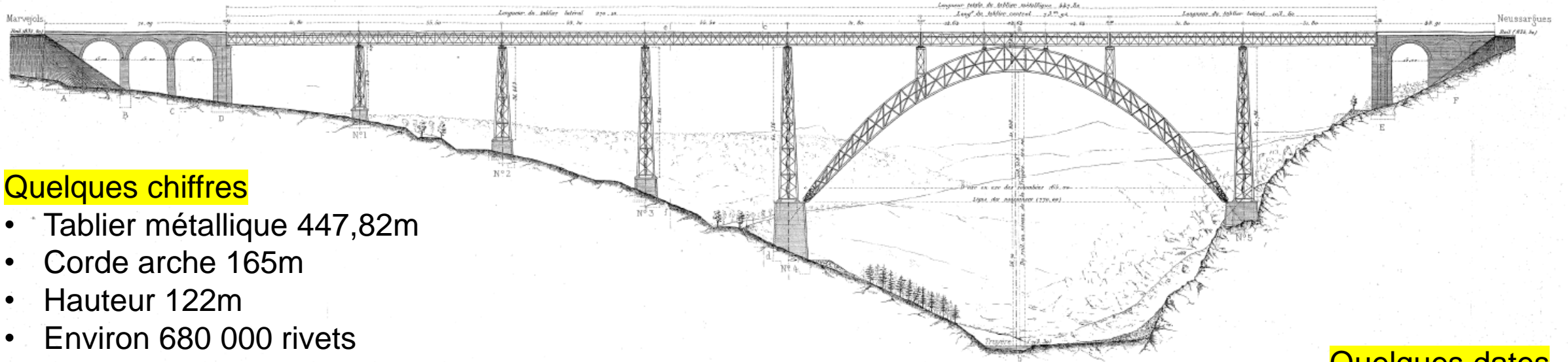
Montage

M. Lamothe, ingénieur des
Ponts et Chaussées

Epreuves de charge



LE VIADUC DE GARABIT



Quelques chiffres

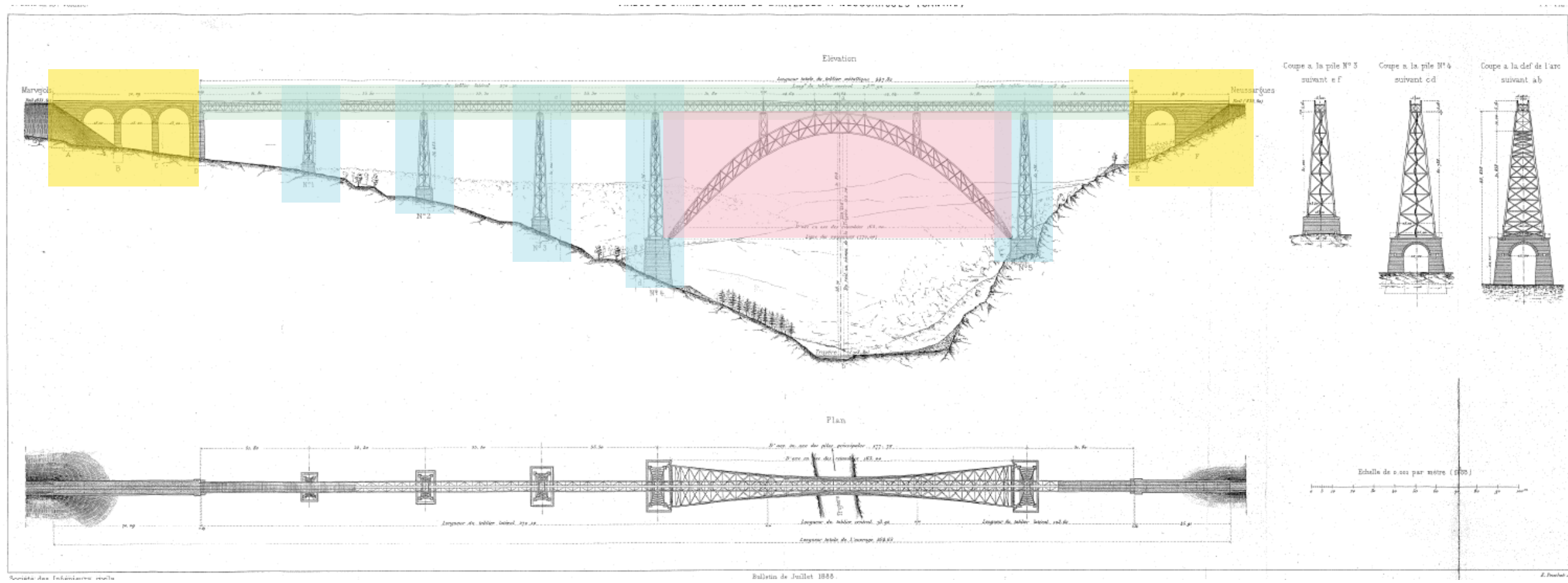
- Tablier métallique 447,82m
- Corde arche 165m
- Hauteur 122m
- Environ 680 000 rivets
- 3250 tonnes de métal
- 20 000 m³ de maçonnerie

Quelques dates

- Septembre 1880 : Fouilles et travaux de maçonnerie
- Septembre 1884 : Achèvement du tablier. A l'exception de la peinture, l'ouvrage est terminé. Pose de la voie
- Septembre 1885 : Achèvement des maçonneries
- Octobre 1887 : Réception des travaux
- 10-13 Avril 1888 : Epreuves de charge
- Novembre 1888 : Mise en service

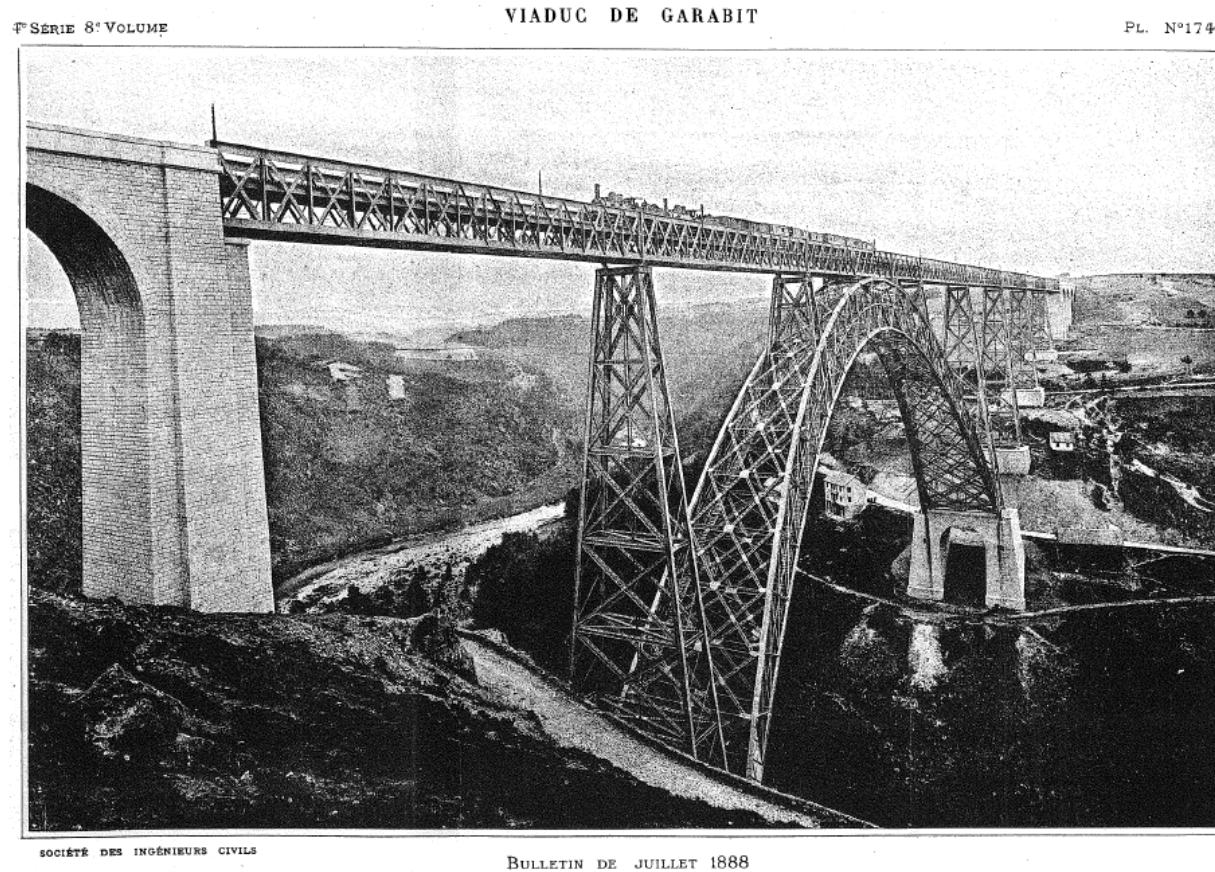


LES ÉLÉMENTS DU VIADUC



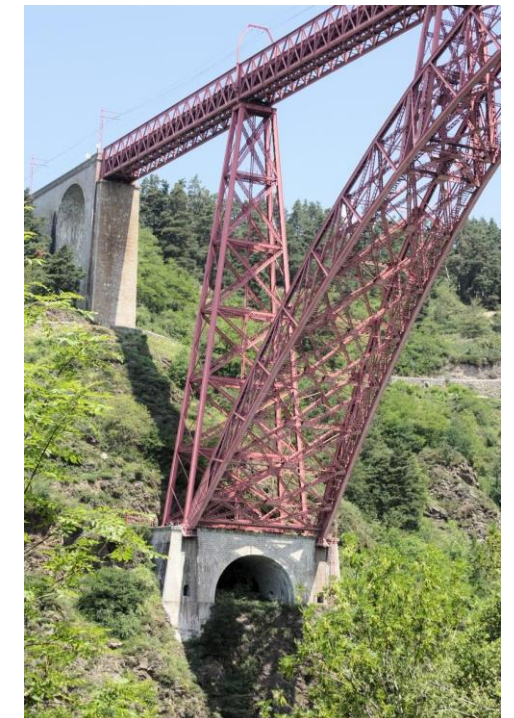
LE VIADUC DE GARABIT

Le viaduc en 1888



Nicolas Janberg

Le viaduc aujourd'hui



LE VIADUC DE GARABIT

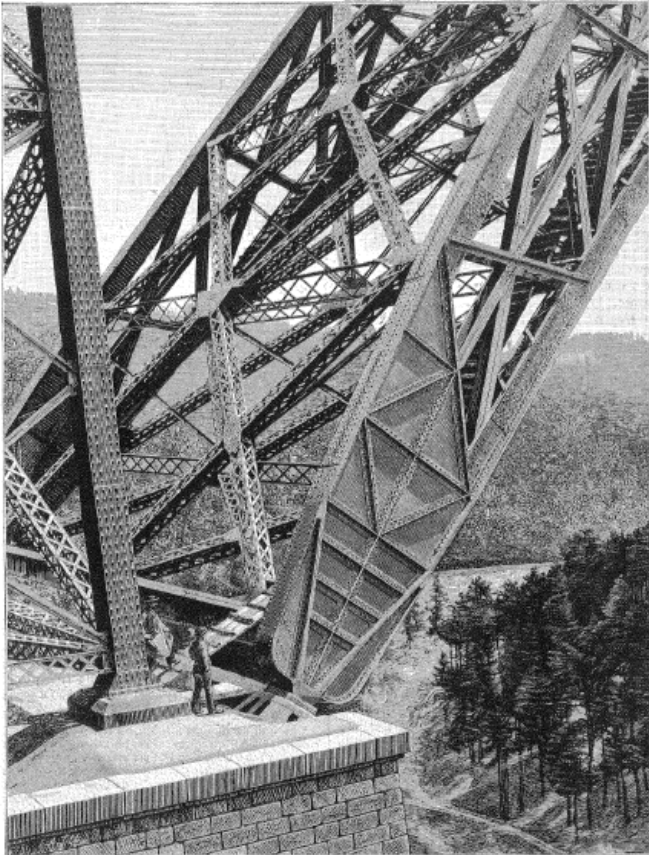
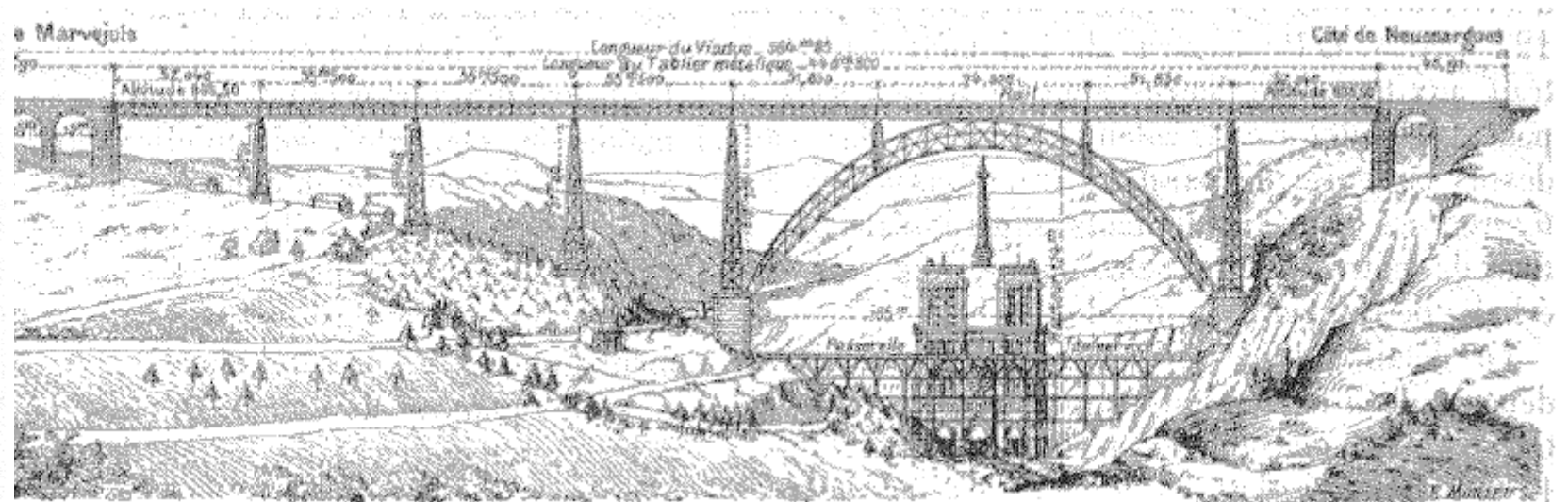


Fig. 1. — Le viaduc de Garabit, construit par M. Eiffel. — Retenue de l'un des arcs. (D'après une photographie.)

1888 Tissandier. La nature. Le viaduc de garabit 1888 p391.

Quelques proportions



La Nature, vol. Onzième année, premier semestre, no 508, p. 193, févr. 1883

LA CONSTRUCTION DU VIADUC

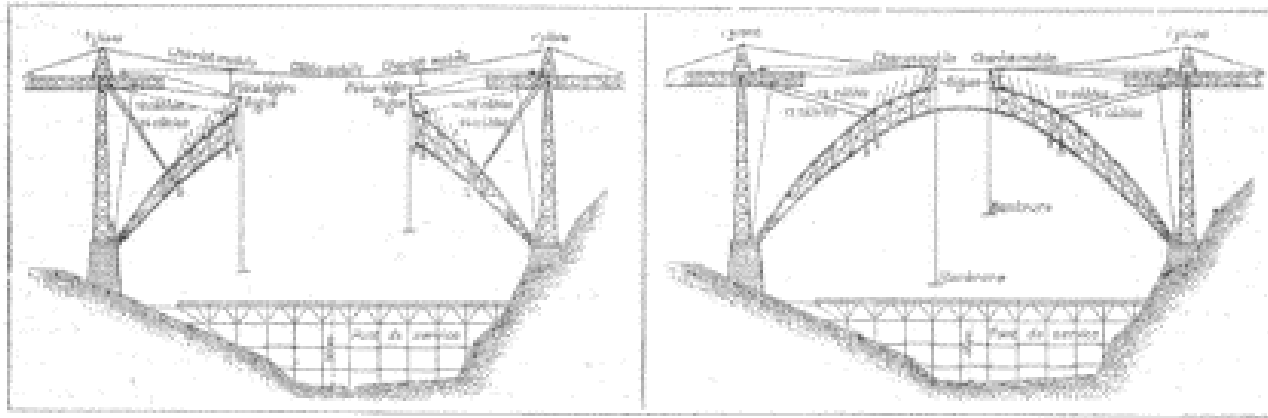


Fig. 1. — Construction du viaduc de Garabit.
Ammontage de l'arc et du tablier.

Fig. 2. — Ammontage de l'arc et du tablier.
Dernière phase.

1888 Tissandier. La nature. Le viaduc de garabit 1888 p391.

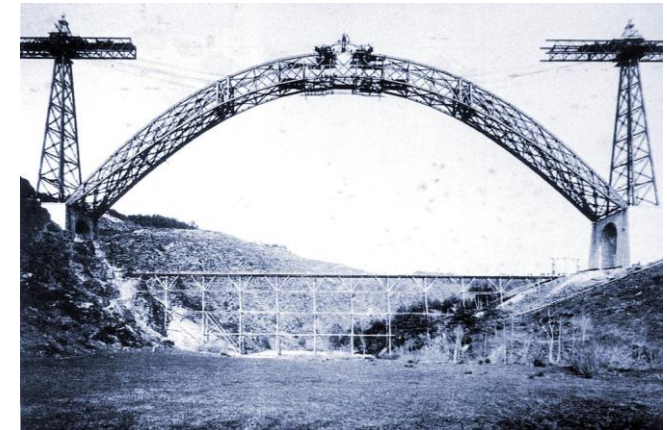


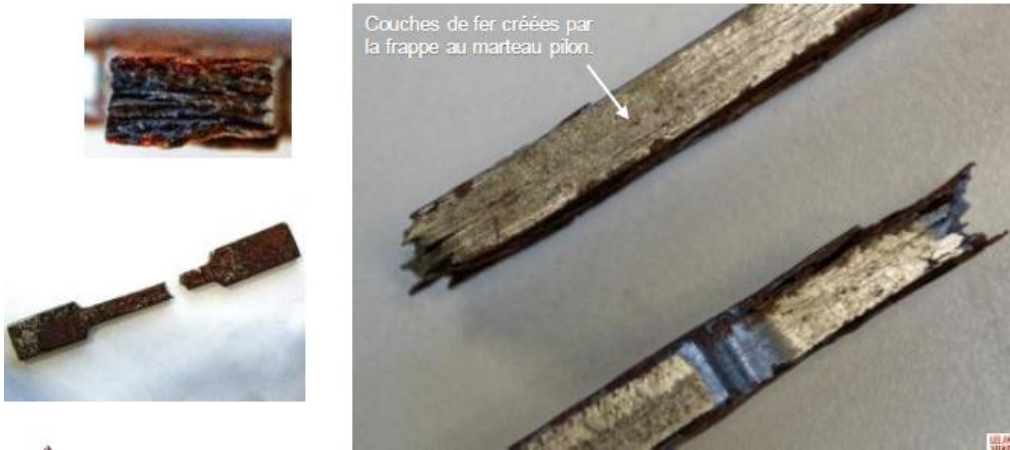
Photo Archives LLN

1. Montage des piles
2. Lançage des tabliers
3. Montage de l'arc
4. Lançage des tabliers au-dessus de l'arc
5. Construction définitive des culées

5 ans

Affluence max : 400 personnes

DONNÉES MATÉRIAUX



Fer puddlé

Charge admissible (décision ministérielle du 14 juin 1879)

$$R = 6 \text{ kg/mm}^2$$

Module d'Young

$$E = 160\,000 \text{ MPa}$$

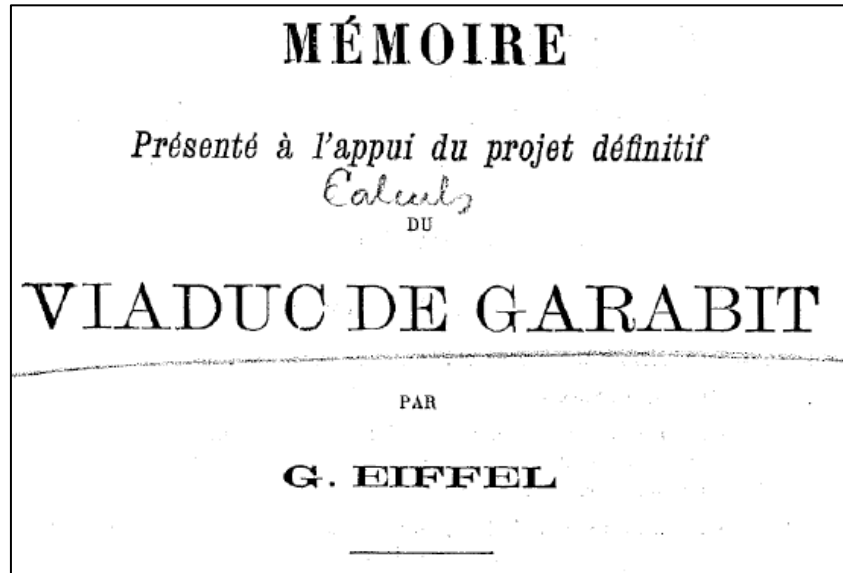
Coefficient de dilatation thermique

$$\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$$

Contrainte admissible en compression de la maçonnerie : 12 kg/cm^2

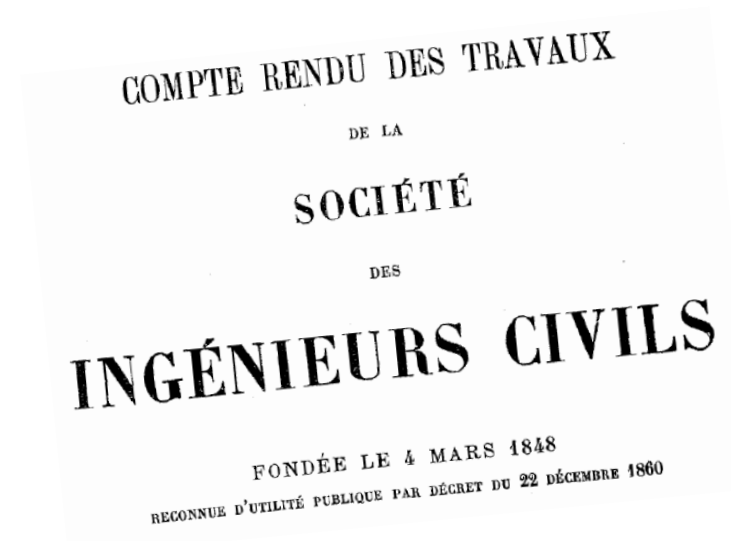
Contrainte admissible de la pierre d'Étables a pour valeur 40 kg/cm^2 .

DIMENSIONNEMENT DU VIADUC



Partie 1 : calcul des tabliers
Partie 2 : piles métalliques
Partie 3 : arche centrale

Eiffel, G. (1888). Mémoire présenté à l'appui du projet définitif du viaduc de Garabit. Mémoires de la Société des ingénieurs civils. Vol 50, p55-184



A Messieurs les membres de l'Institut des Ingénieurs civils anglais.

Messieurs,

Nous avons l'honneur de vous informer que les ingénieurs civils français viennent de se constituer en société dans le but de créer et d'entretenir un esprit de fraternité et de concours mutuel entre tous les membres de l'association, au moyen de réunions périodiques et de travail en commun pour l'étude des questions d'art et de pratique, d'enseignement professionnel, d'économie et de jurisprudence industrielle.

CALCUL DES TABLIERS

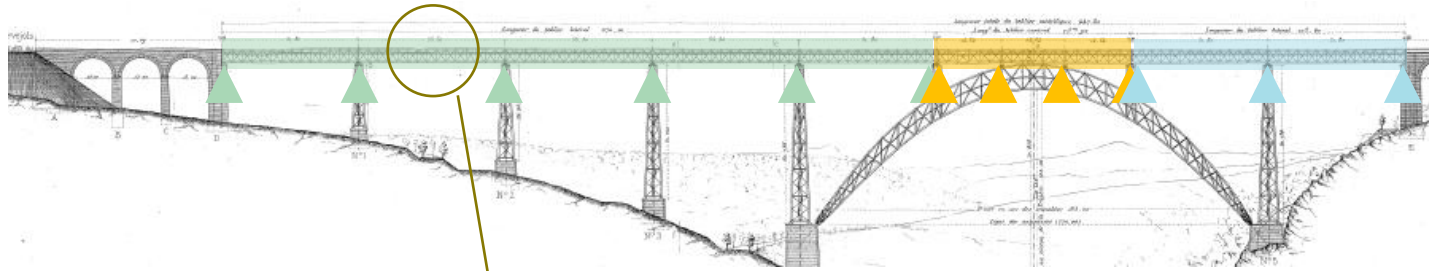
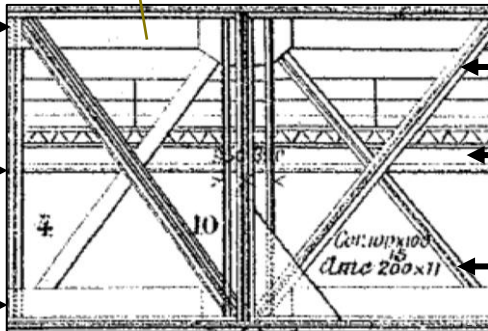


Table horizontale

Montant vertical

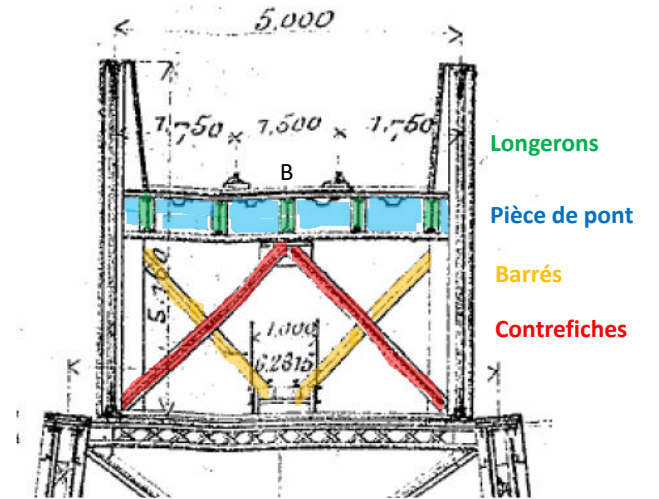
Table horizontale



Barre de treillis

Longerons

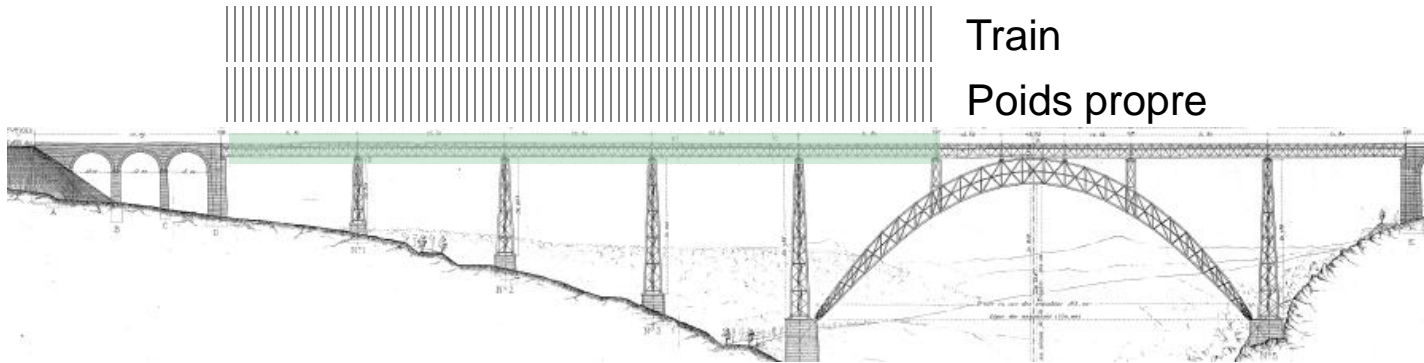
Barre de treillis



Éléments à justifier :

- Tables horizontales
- Treillis
- Longerons
- Pièces de pont
- Panneaux

CALCUL DES TABLIERS

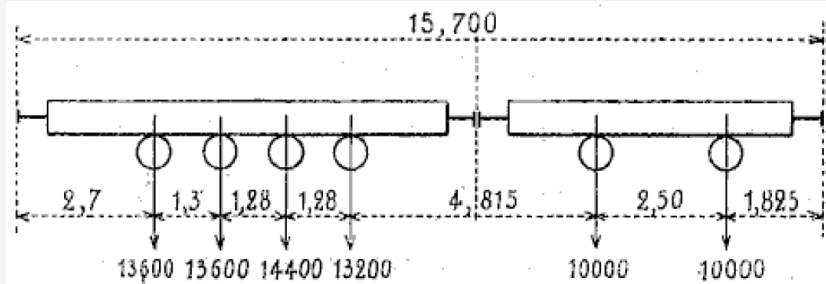


Poids propre

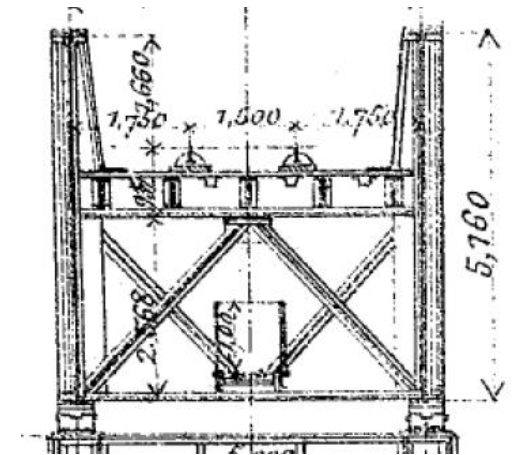
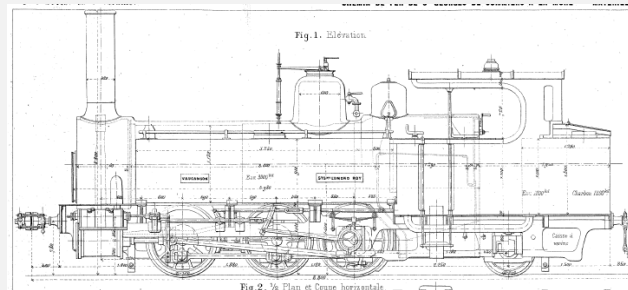
- Fers 2510 kg/m
 - Platelage 400 kg/m
 - Bois et rails 300 kg/m
 - Passerelle 180 kg/m
- 3390 kg/m

Surcharge

Train de locomotives composé de machines du type 1001 de la Compagnie du Midi

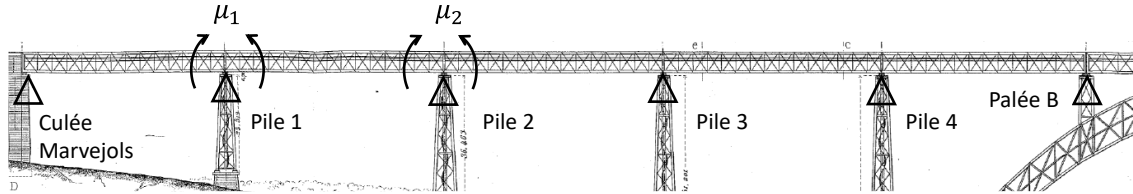


$$\frac{13600 \times 2 + 14400 + 13200 + 2 \times 10000}{15,7} = 4764 \text{ kg/m}$$



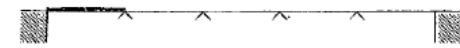
2 poutres principales
repreant chacune la
moitié des charges

CALCUL DES TABLIERS



Théorie de Clapeyron : théorème des trois moments

1° Première travée chargée. — Le moment est maximum dans la première travée.



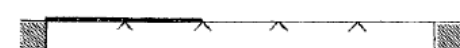
2° Deuxième travée chargée. — Le moment est maximum dans la deuxième travée.



3° Troisième travée chargée. — Le moment est maximum dans la troisième travée.



4° Première et deuxième travées chargées. — Le moment est maximum sur la première pile.



5° Deuxième et troisième travées chargées. — Le moment est maximum sur la deuxième pile.



6° Première, deuxième et troisième travées chargées. — Le moment est maximum sur la deuxième pile.



4° Poutres à cinq travées dont les deux extrêmes sont égales ainsi que les trois centrales.

$$M_1 = \frac{p_1 (30l_1^4 + 26l_1^3l_2) + p_2 (22l_1l_2^3 + 19l_2^4) - p_3 (6l_1l_2^3 + 5l_2^4) + p_4 (2l_1l_2^3 + l_2^4) - p_5 l_1^3l_2}{4 (60l_1^2 + 104l_1l_2 + 45l_2^2)}$$

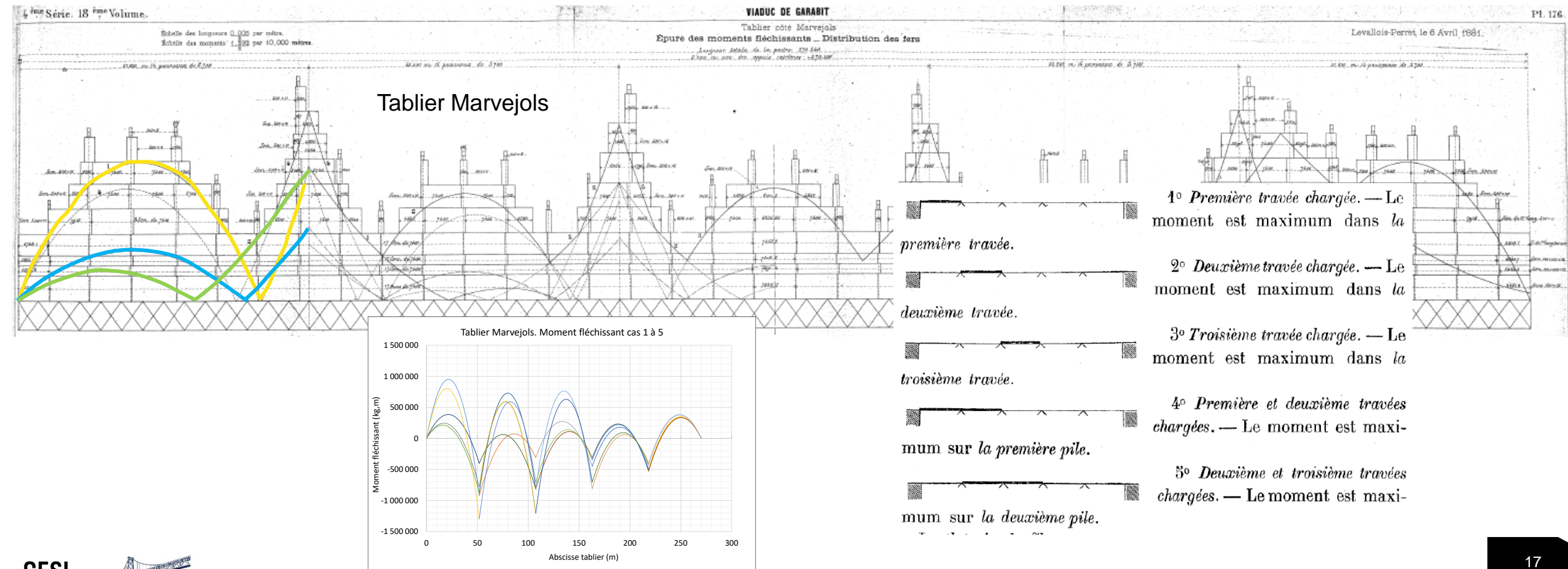
$$M_2 = \frac{-p_1 (8l_1^4 + 7l_1^3l_2) + p_2 (16l_1^2l_2^2 + 22l_1l_2^3 + 7l_2^4) + p_3 (12l_1^2l_2^2 + 22l_1l_2^3 + 10l_2^4) - p_4 (4l_1^2l_2^2 + 6l_1l_2^3 + 2l_2^4) + p_5 (2l_1^4 + 2l_1^3l_2)}{4 (60l_1^2 + 104l_1l_2 + 45l_2^2)}$$



Moment fléchissant et effort tranchant sur les appuis

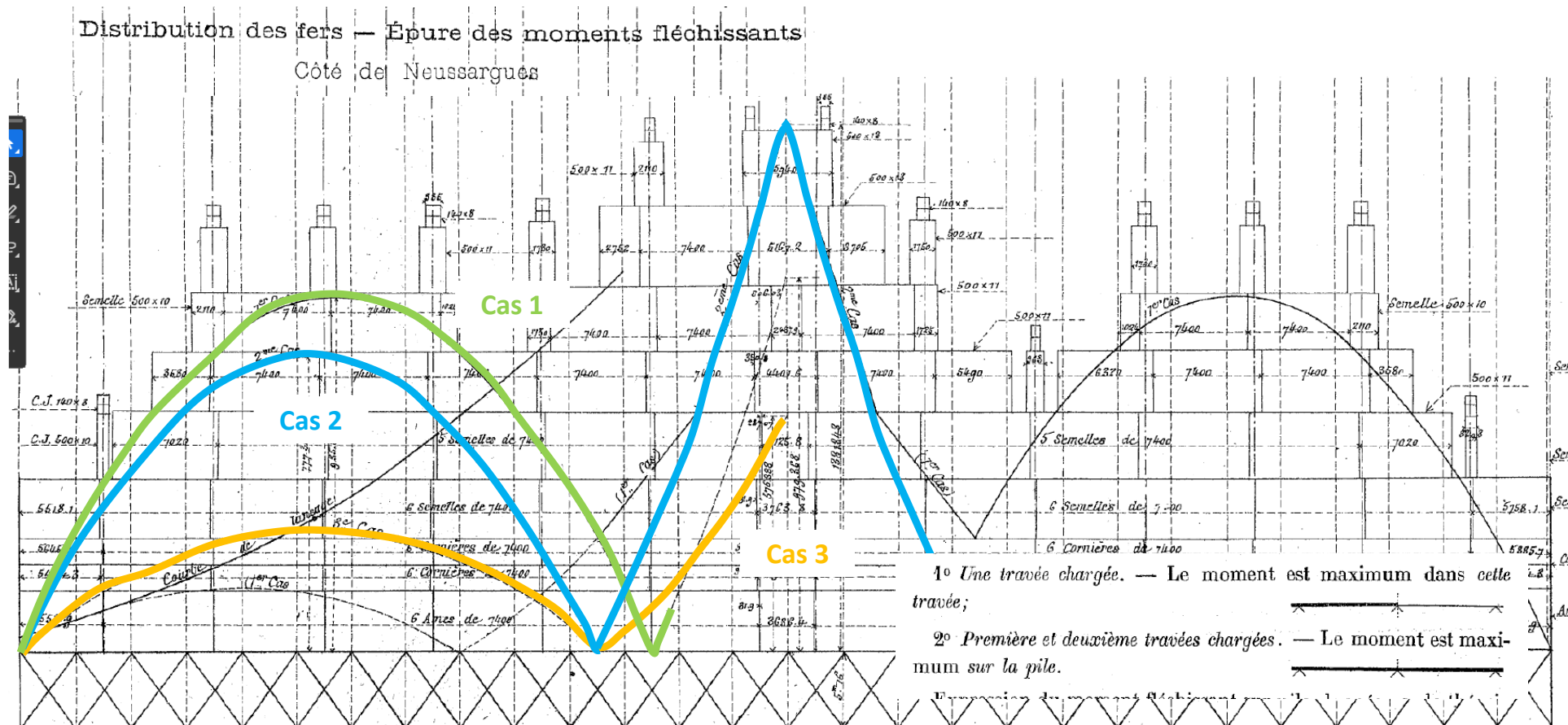
CALCUL DES TABLIERS

Diagramme des moments fléchissant : statique graphique

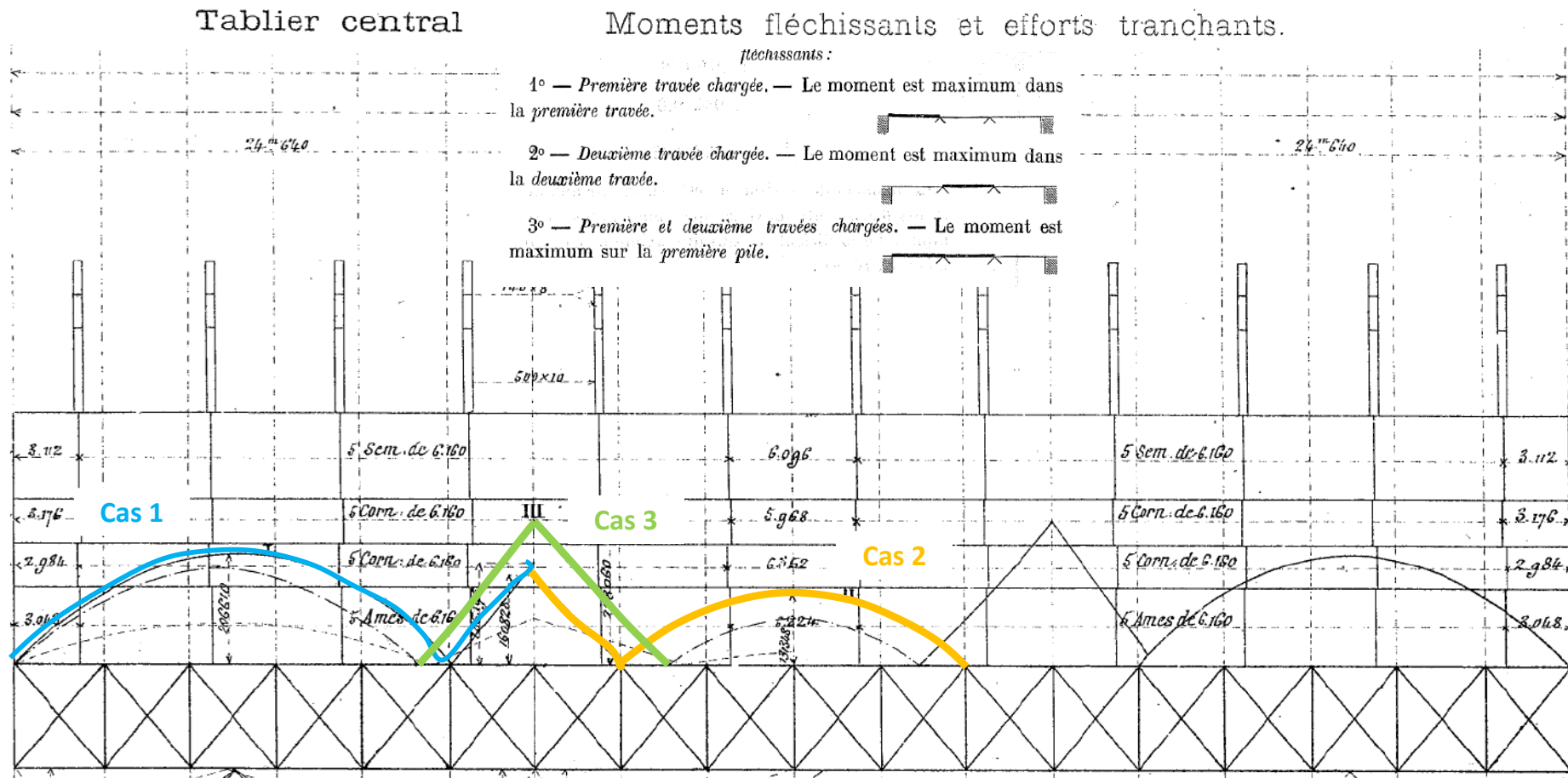


CALCUL DES TABLIERS

Moment fléchissant

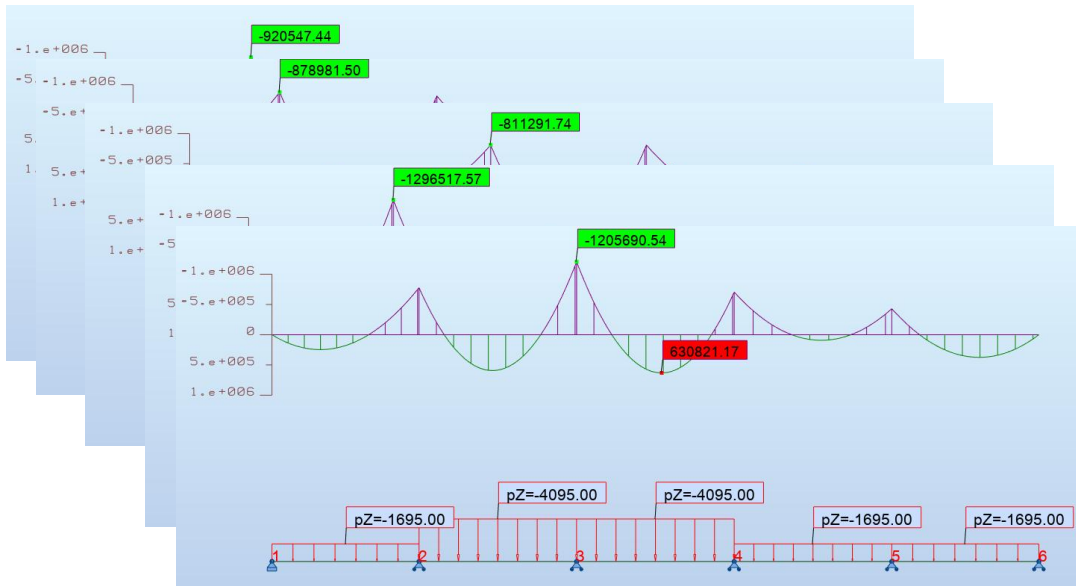


Moment fléchissant



CALCUL DES TABLIERS

Moment fléchissant : tablier Marvejols

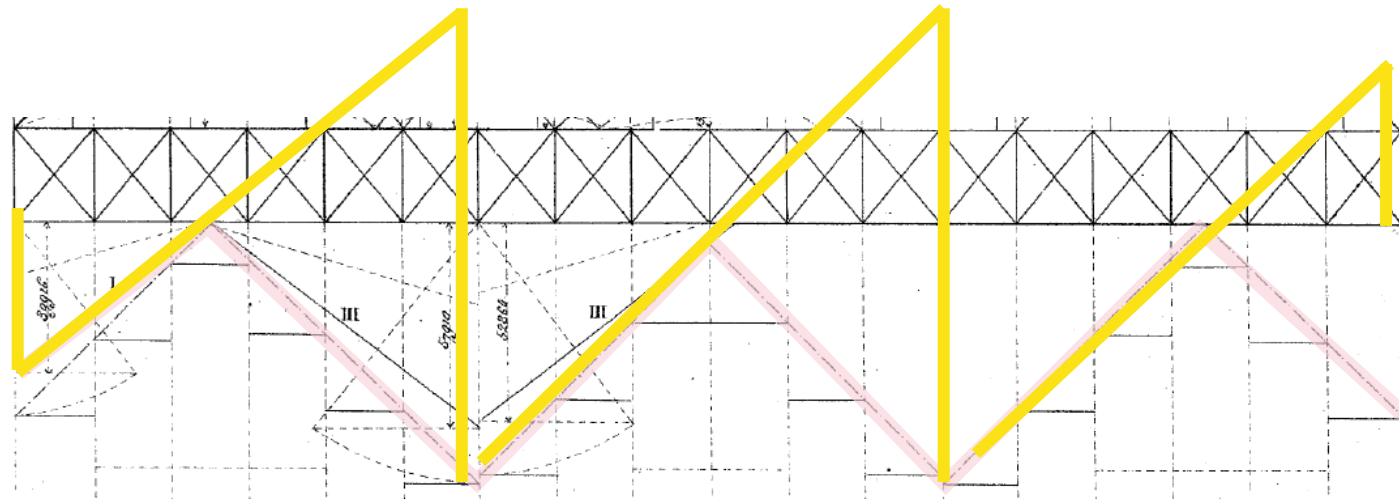


Vérification Robot

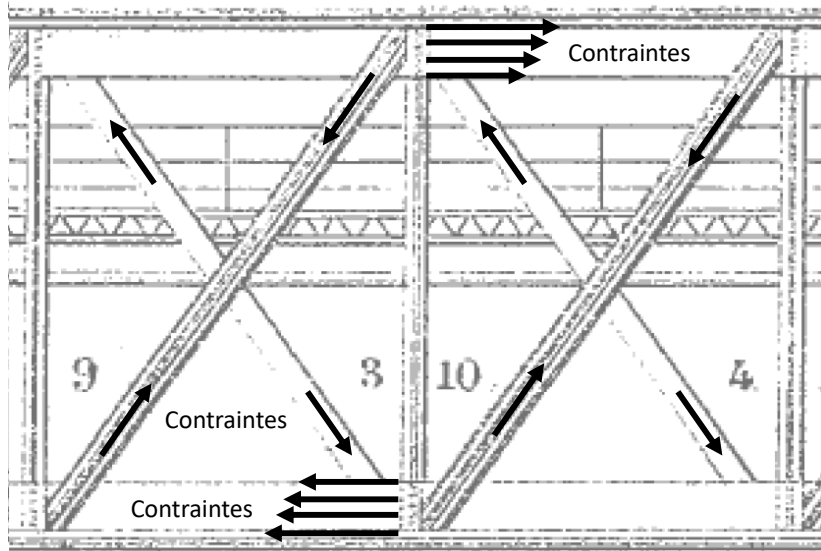
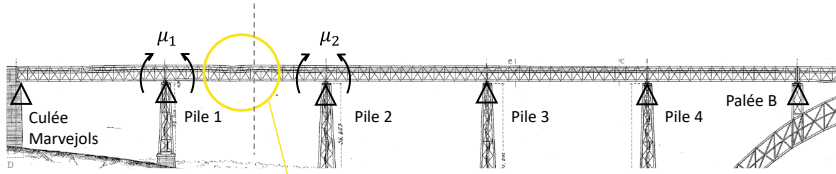
Cas	Calculs RSA	Calcul analytique §3.2.2.5	Mémoire
1.	$\mu_1 = 920\,547$ $\mu_2 = 309\,642$ $M_1 = -951\,692$	$\mu_1 = 920\,547$ $\mu_2 = 309\,642$ $M_1 = -951\,771$	1 ^{er} Cas. — Première travée chargée : $\mu_1 = 920\,518$ $\mu_2 = 309\,635$ $M' = -951\,947$
2.	$\mu_1 = 878\,981$ $\mu_2 = 815\,889$ $M_2 = -729\,263$	$\mu_1 = 878\,981$ $\mu_2 = 815\,889$ $M_2 = -729\,421$	2 ^e Cas. — Deuxième travée chargée : $\mu_1 = 878\,930$ $\mu_2 = 815\,887$ $M' = -729\,448$
3.	$\mu_1 = 402\,203$ $\mu_2 = 811\,292$ $M_3 = -765\,411$	$\mu_1 = 402\,203$ $\mu_2 = 811\,292$	3 ^e Cas. — Troisième travée chargée : $\mu_1 = 402\,190$ $\mu_2 = 811\,279$ $M'' = -765\,463$
4.	$\mu_1 = 1\,296\,518$	$\mu_1 = 1\,296\,518$	4 ^e Cas. — Première et deuxième travées chargées : $\mu_1 = 1\,296\,478$ $\mu_2 = 794\,047$
5.	$\mu_1 = 778\,173$ $\mu_2 = 1\,205\,691$	$\mu_1 = 778\,173$ $\mu_2 = 1\,205\,691$	5 ^e Cas. — Deuxième et troisième travées chargées : $\mu_1 = 778\,131$ $\mu_2 = 1\,205\,668$
6.	$\mu_1 = 503\,011$ $\mu_2 = 421\,500$ $M_1 = -344\,821$ $M_2 = -190\,372$ $M_3 = -231\,128$	$\mu_1 = 503\,011$ $\mu_2 = 421\,500$ $M_1 = -344\,882$ $M_2 = -190\,009$	6 ^e Cas. — Le tablier ne supporte aucune charge : $\mu_1 = 502\,990$ $\mu_2 = 421\,495$ $M' = -344\,850$ $M'' = -191\,180$ $M''' = -231\,120$

CALCUL DES TABLIERS

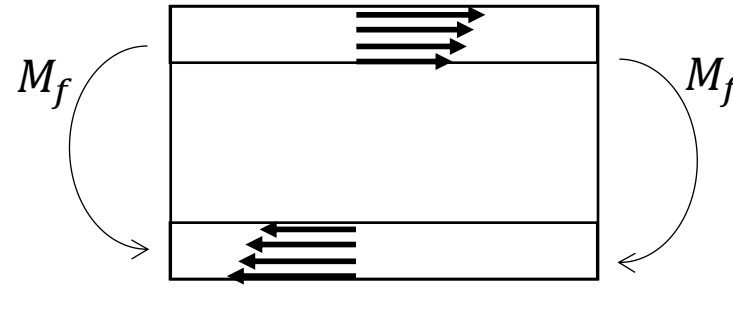
Diagramme des efforts tranchants : statique graphique



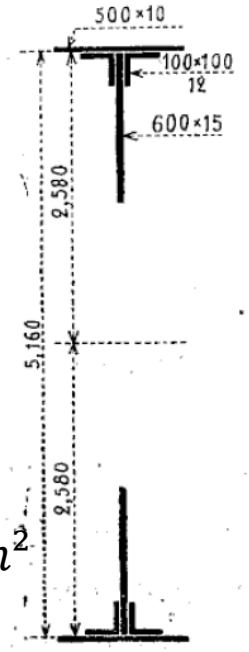
CALCUL DES TABLIERS



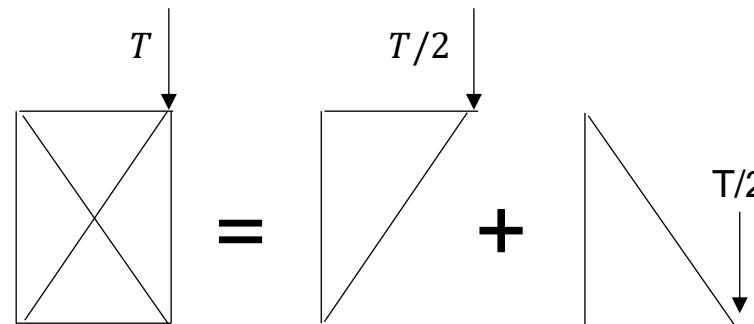
Moment fléchissant : repris par les tables horizontales



$$\sigma_{max} = \frac{M_f \cdot y_{max}}{I_z} < 6 \text{ kg/mm}^2$$



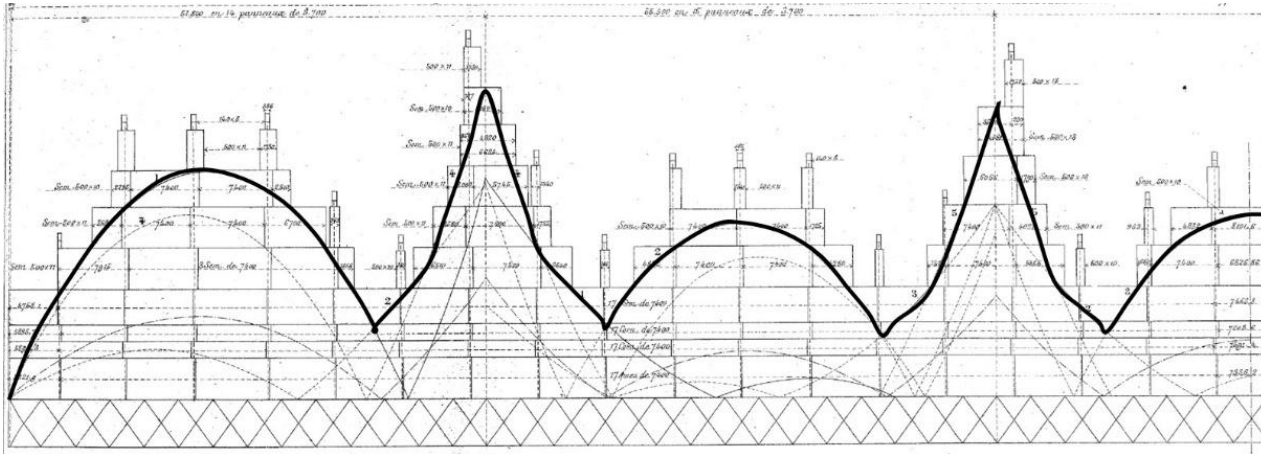
Effort tranchant : repris par les barres de treillis



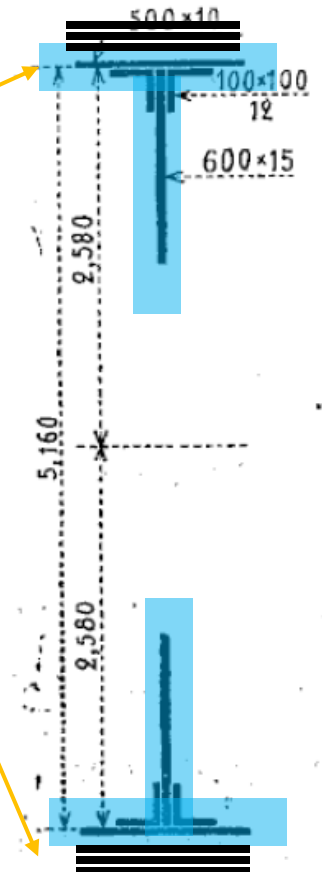
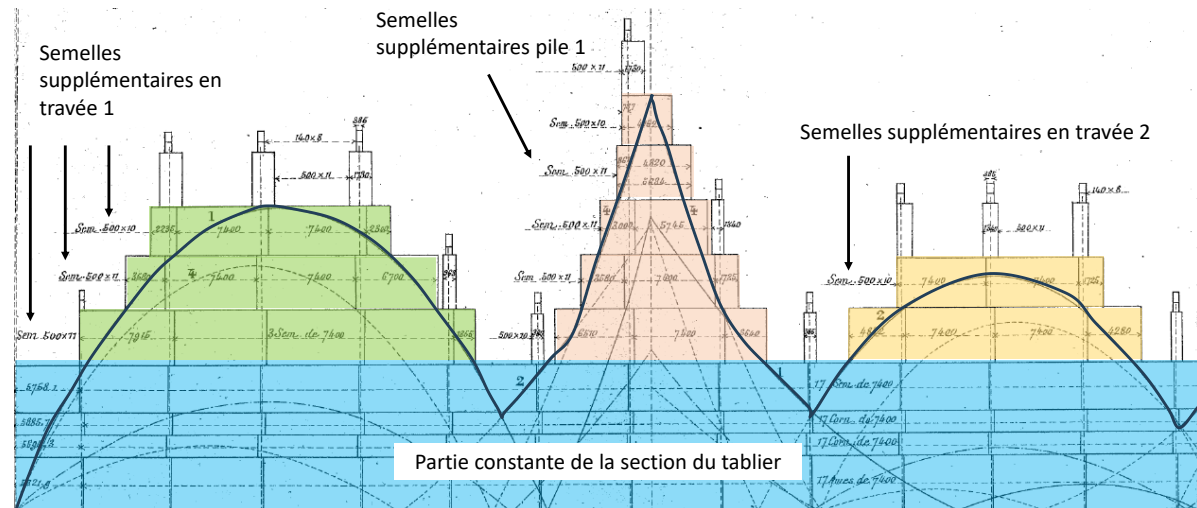
$$\sigma = \frac{T/2}{S} < 6 \text{ kg/mm}^2$$

CALCUL DES TABLIERS

Moment fléchissant : repris par les tables horizontales



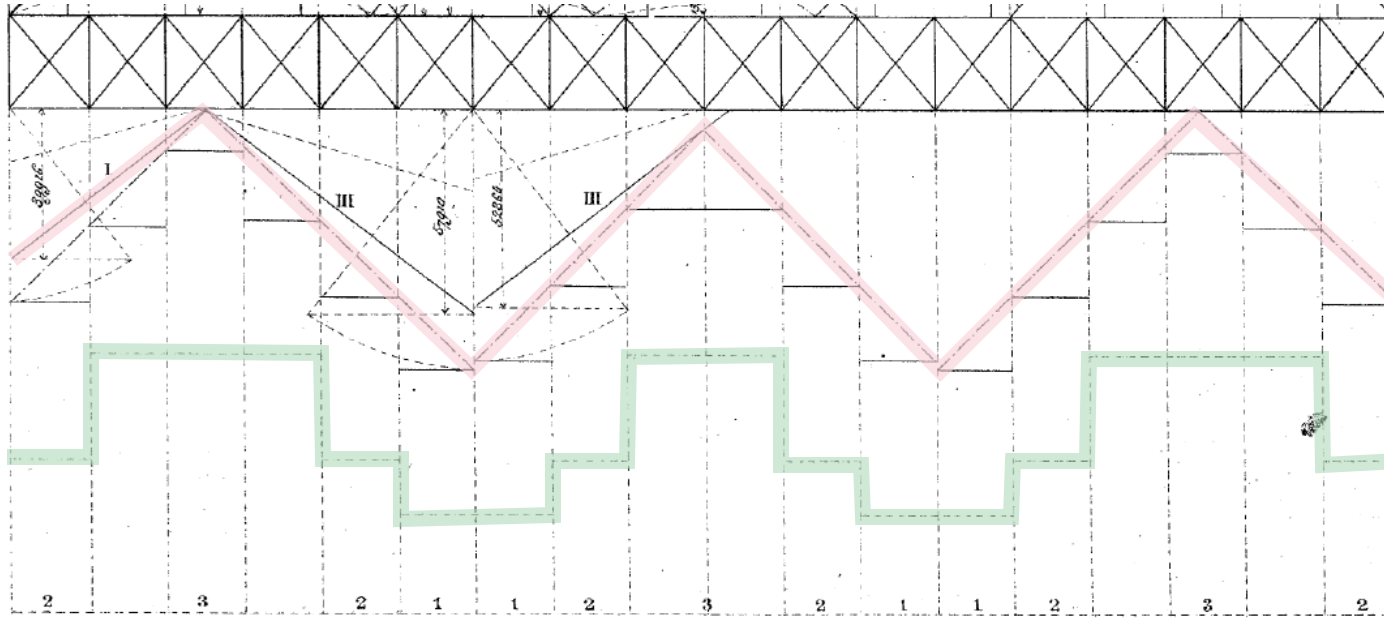
Ajout de semelles pour ajuster le **moment résistant** de la section



CALCUL DES TABLIERS

Effort tranchant

Effort dans les barres



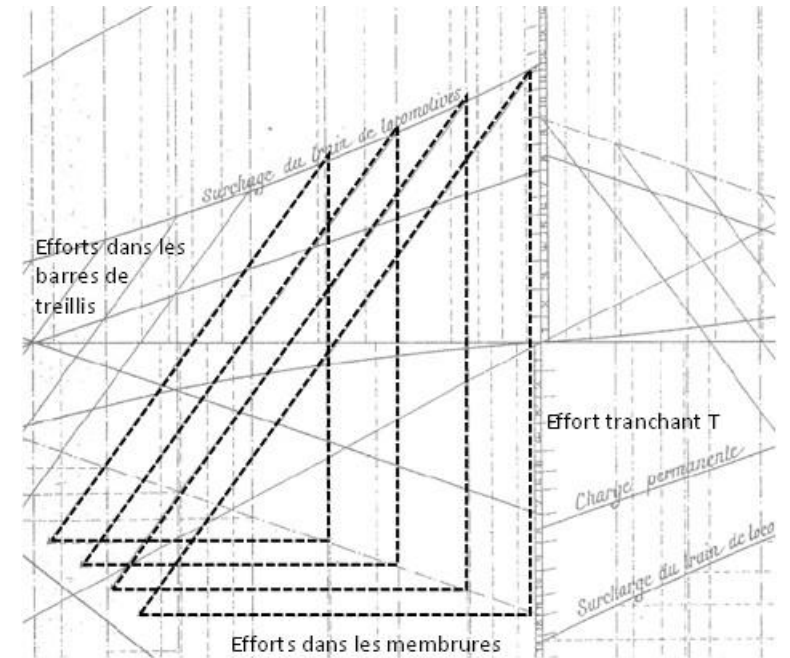
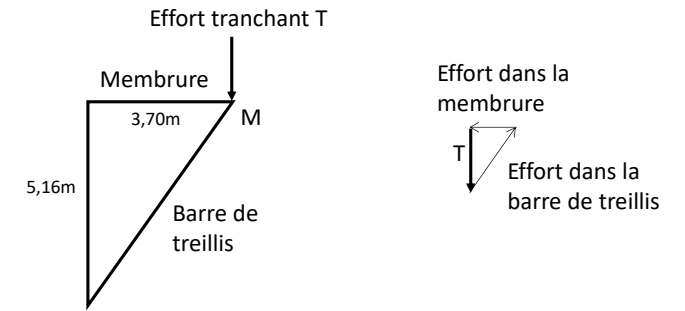
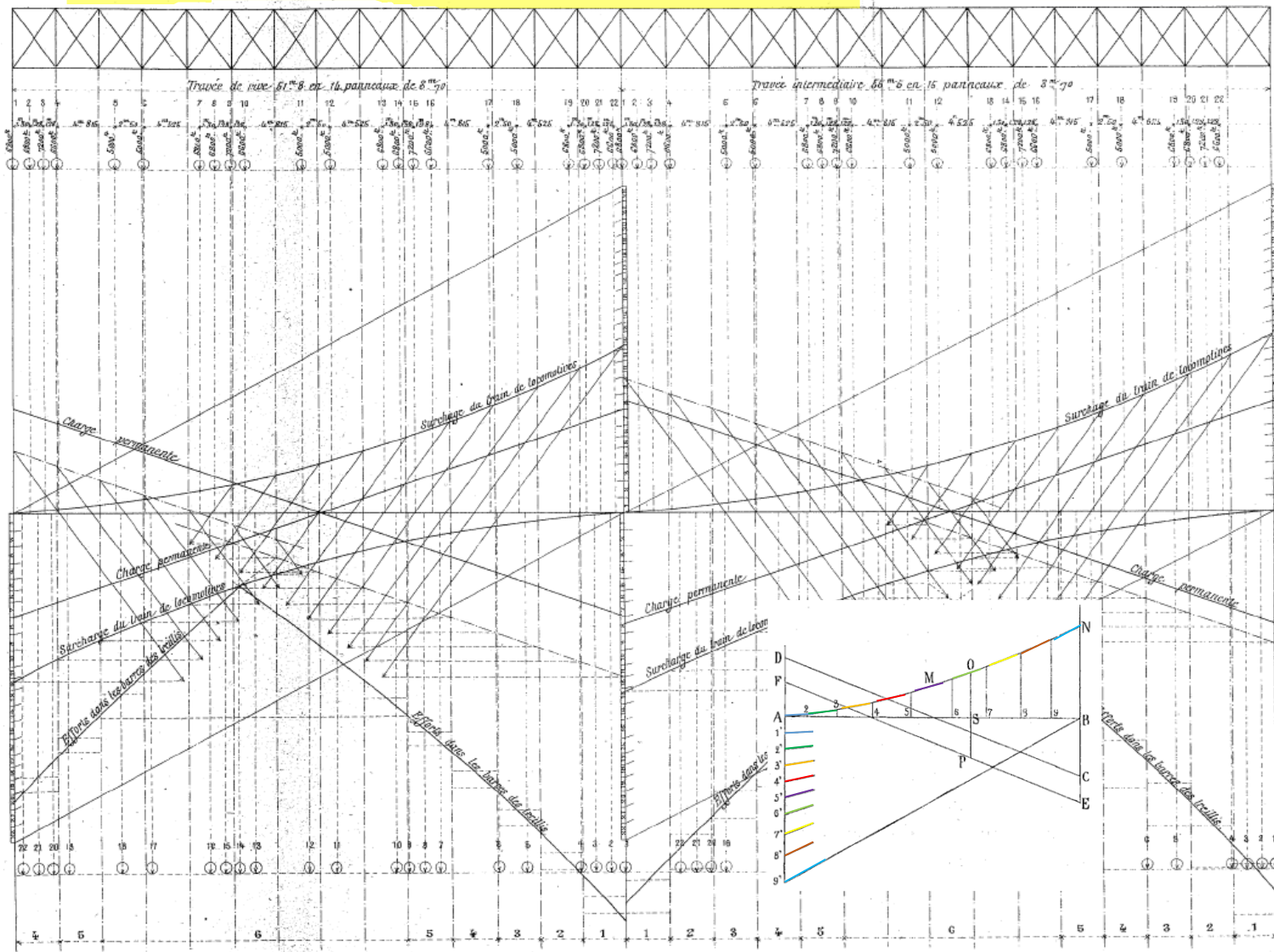
Effort max admissible

N°	Effort total	Effort par barre	Section à 6 kg.	Barres tendues				Barres comprimées		
				Composition	Section brute	Section nette	R.	Composition	Section	R.
1	75000 ^{kg}	25000 ^{kg}	5083 ^{cm²}	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ Corn. } 120 \times 120 \times 15 = 2750 \\ \text{Ame } 230 \times 11 = 2300 \end{array} \right.$	9050 ^{cm²}	8170 ^{cm²}	6.65	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ Corn. } 120 \times 120 \times 15 = 2750 \\ \text{Ame } 230 \times 11 = 2300 \end{array} \right.$	9050 ^{cm²}	6.65
2	50000 ^{kg}	16666 ^{kg}	3333 ^{cm²}	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ Corn. } 100 \times 100 \times 15 = 3333 \\ \text{Ame } 200 \times 11 = 2200 \end{array} \right.$	7760	6870	3.86	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ Corn. } 100 \times 100 \times 15 = 3333 \\ \text{Ame } 200 \times 11 = 2200 \end{array} \right.$	7760	3.86
3	32000 ^{kg}	10666 ^{kg}	2133 ^{cm²}	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ Corn. } 80 \times 80 \times 15 = 3552 \\ \text{Ame } 170 \times 11 = 1870 \end{array} \right.$	5422	4852	3.44	$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ Corn. } 80 \times 80 \times 15 = 3552 \\ \text{Ame } 170 \times 11 = 1870 \end{array} \right.$	5422	3.44

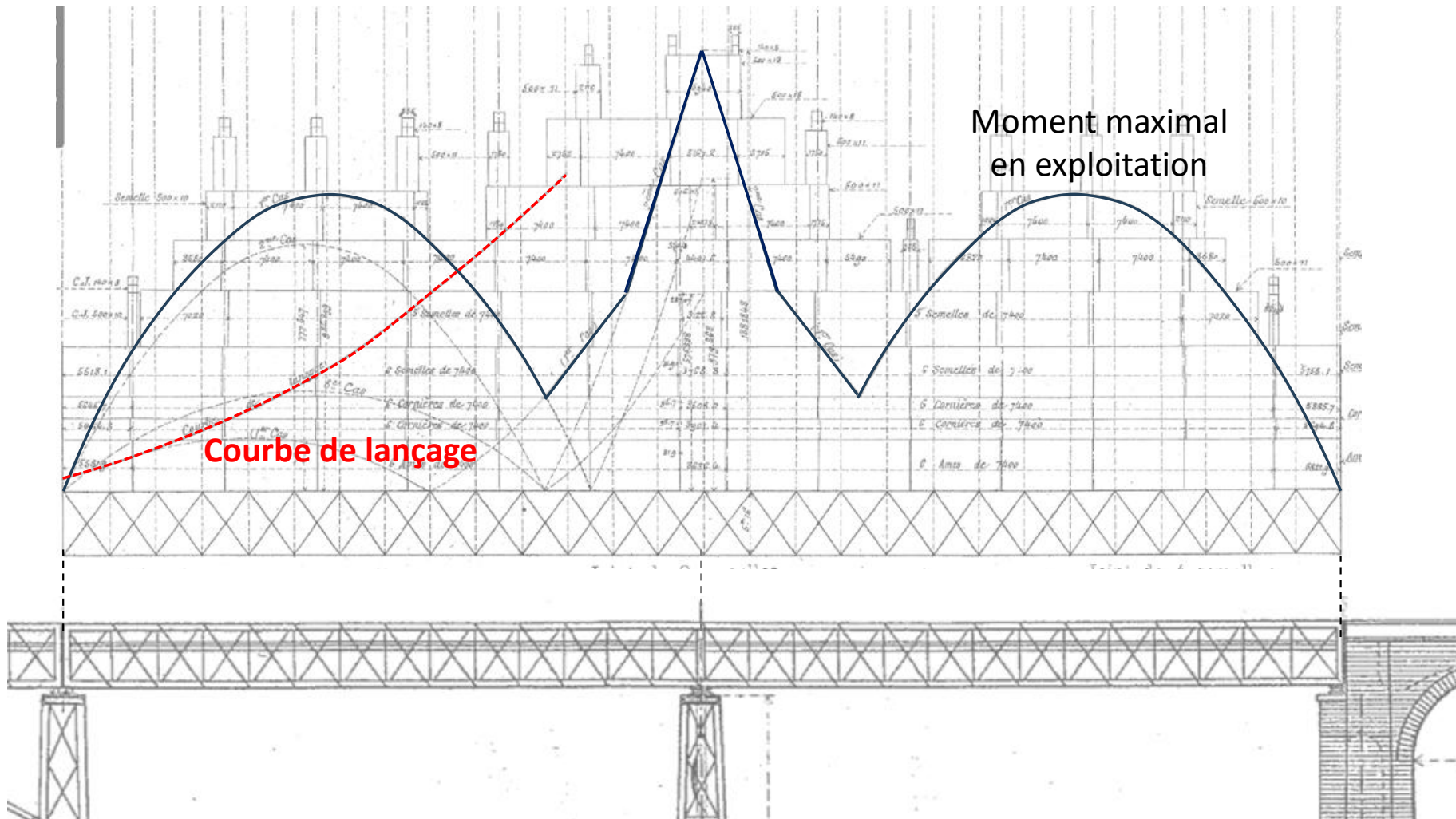
CALCUL DES TABLIERS

Calcul des efforts tranchants produits par le passage d'un train de locomotives.

Tablier côté Marvejols

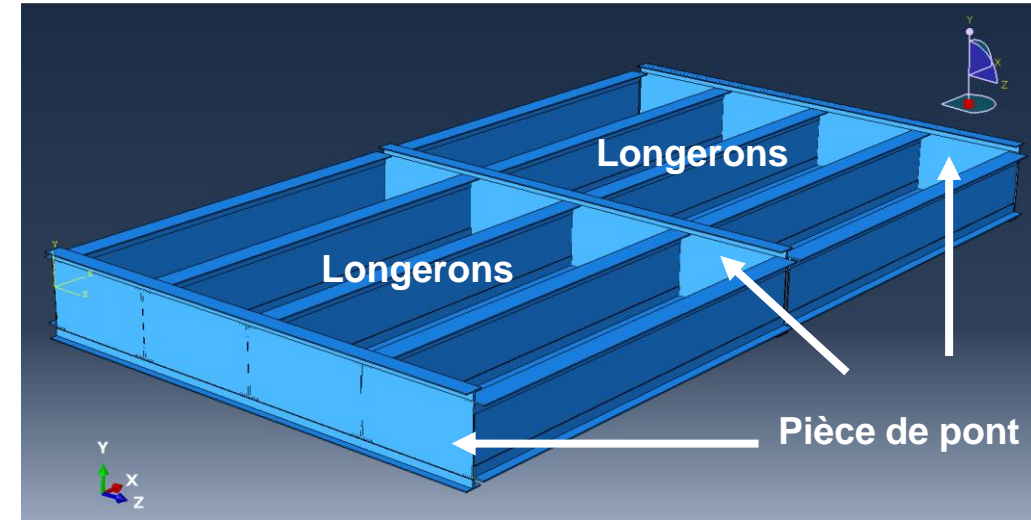
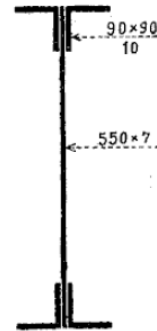
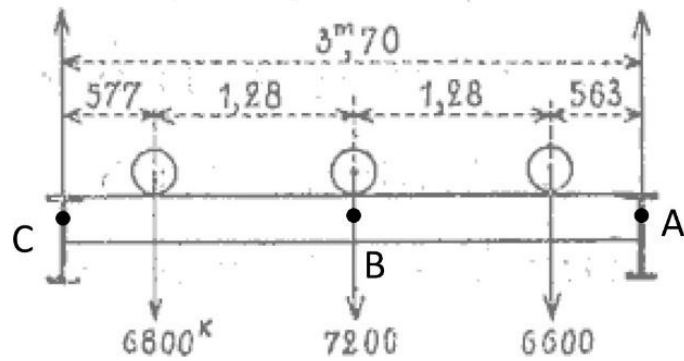


CALCUL DES TABLIERS

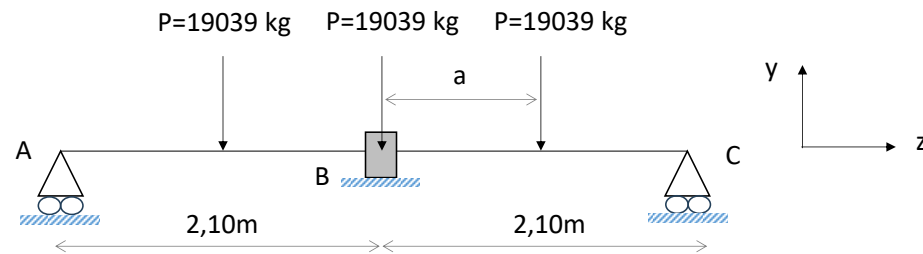
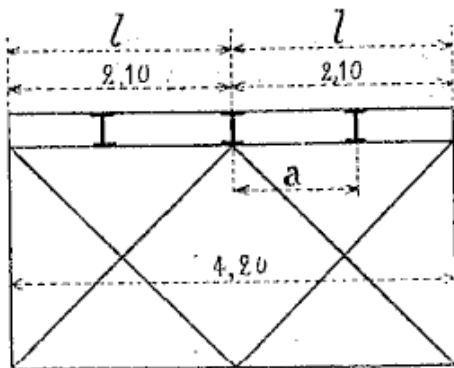


CALCUL DES TABLIERS

Longerons

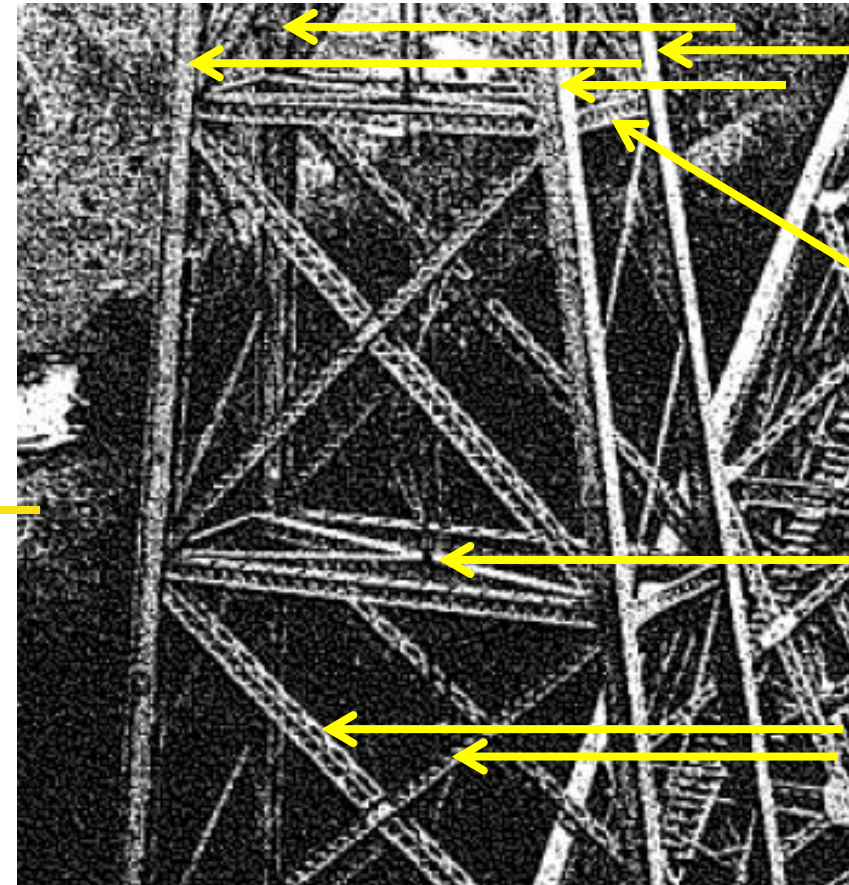
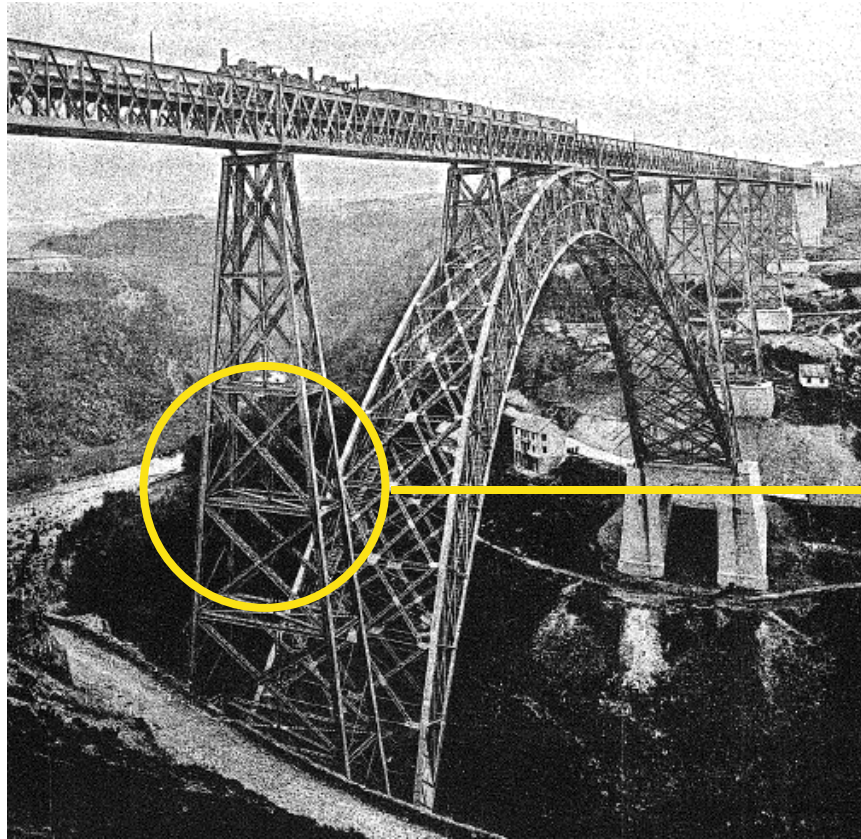


Pièces de pont



CALCUL DES PILES MÉTALLIQUES

Géométrie



Arbalétriers

Entretoise
horizontale

Croix
de st
André

Croisillons

CALCUL DES PILES MÉTALLIQUES

Géométrie



Nicolas Janberg

CALCUL DES PILES MÉTALLIQUES

Efforts extérieurs

Charges verticales :

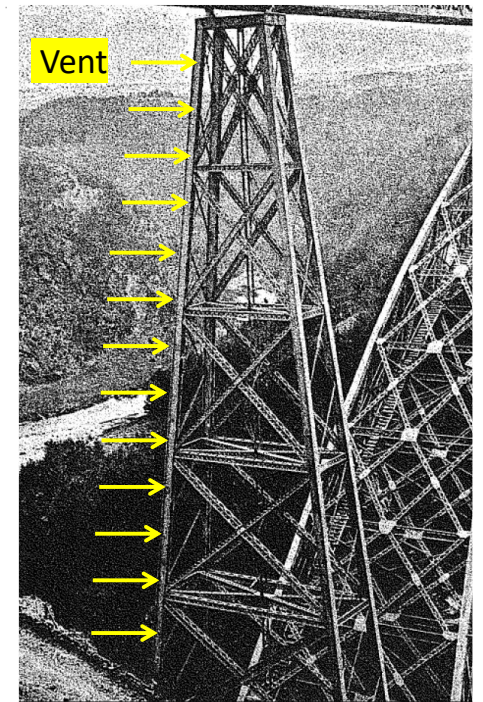
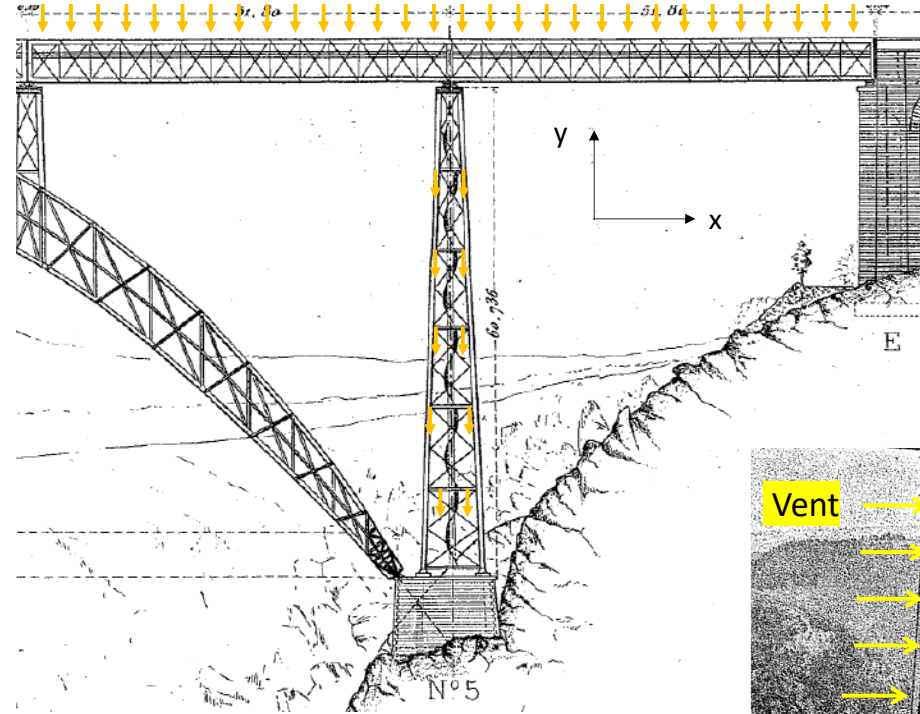
- Poids du tablier
 - Poids du train
 - Poids propre
- Donnés par l'étude des tabliers

Charges horizontales :

- Vent

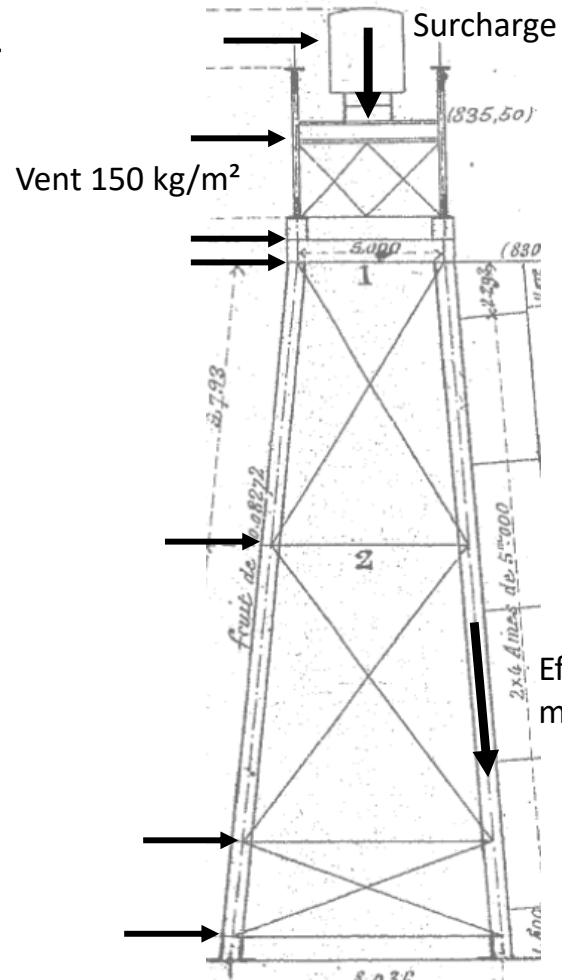
2 cas de charge

- Train + vent 150 kg/m^2
- Vent 270 kg/m^2 sans train

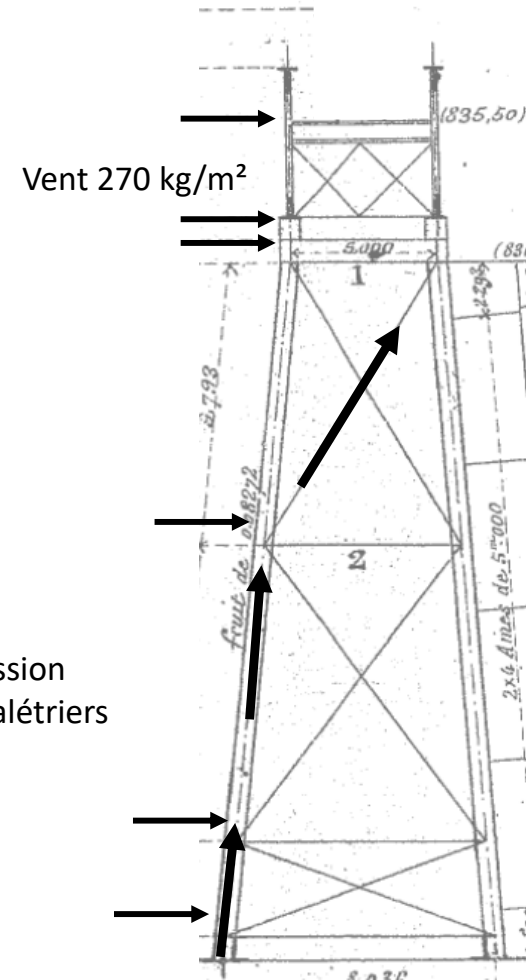


CALCUL DES PILES MÉTALLIQUES

Cas de charge



Train + vent 150 kg/m²



Vent 270 kg/m² avec train

Effort de traction max
dans les croisillons

Effort de traction max
dans les arbalétriers

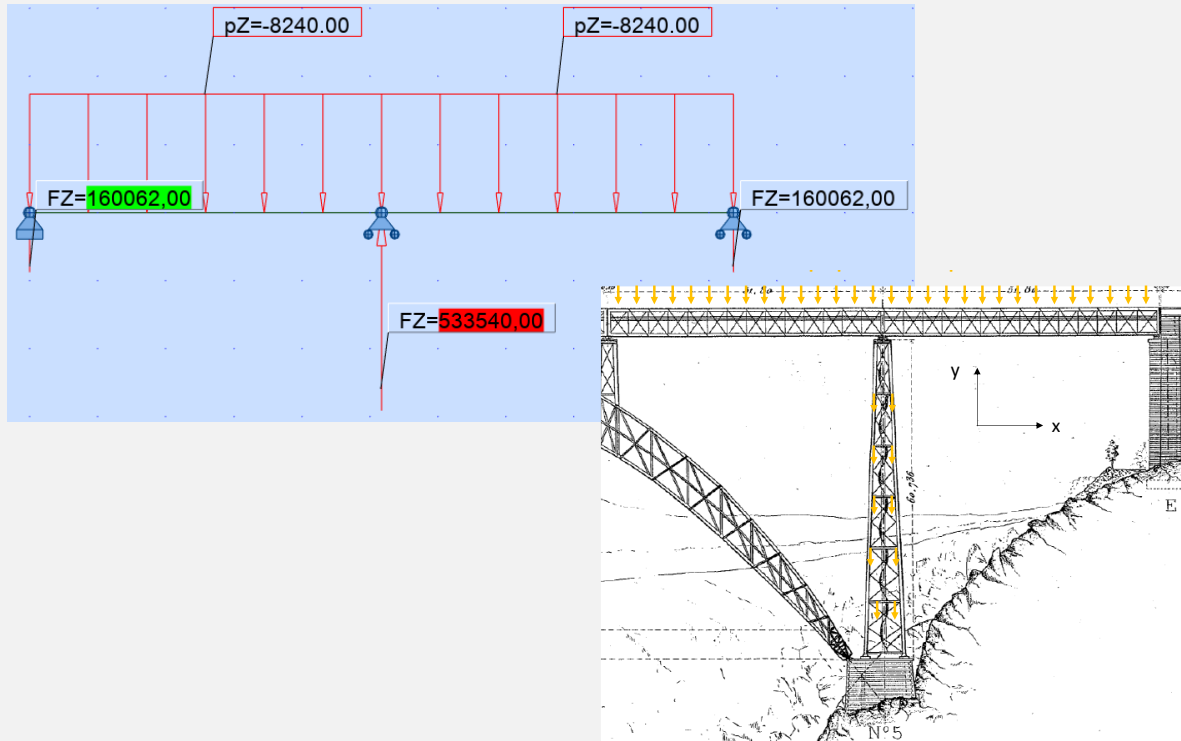
Effort de traction max
dans les amarrages

Effort de compression
max dans les arbalétriers

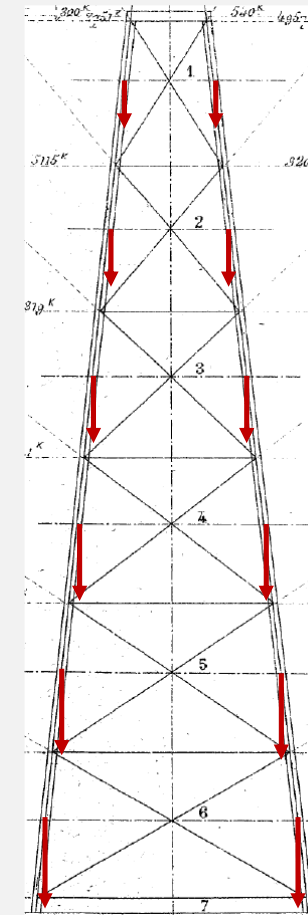
CALCUL DES PILES MÉTALLIQUES

Efforts dus aux charges verticales

Train et tablier : réaction d'appui



Poids pile 5 : 158 477 kg
Hauteur 60,018m : 2640 kg par mètre de hauteur

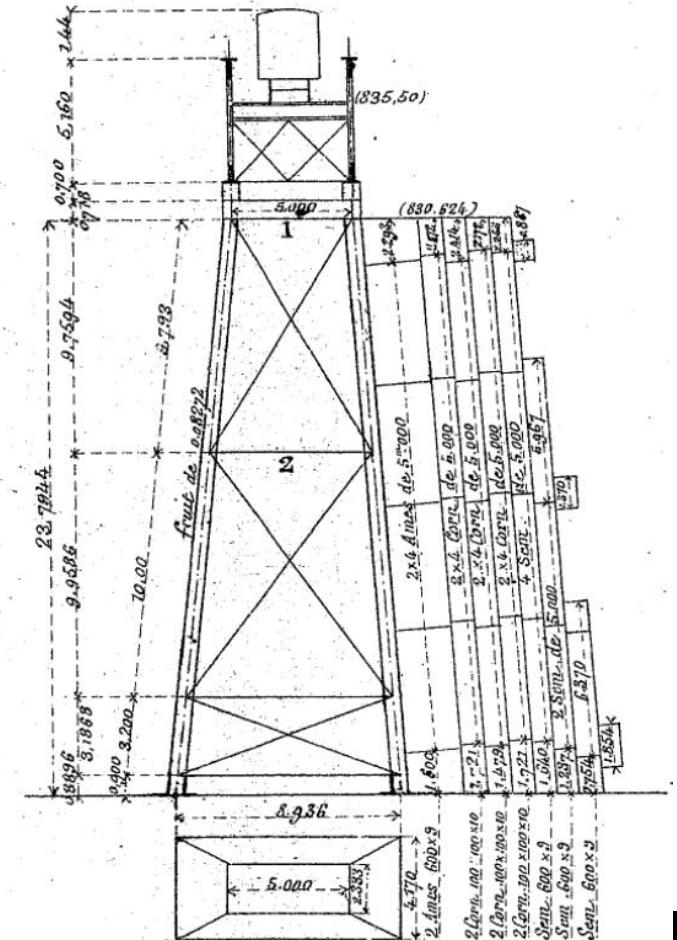
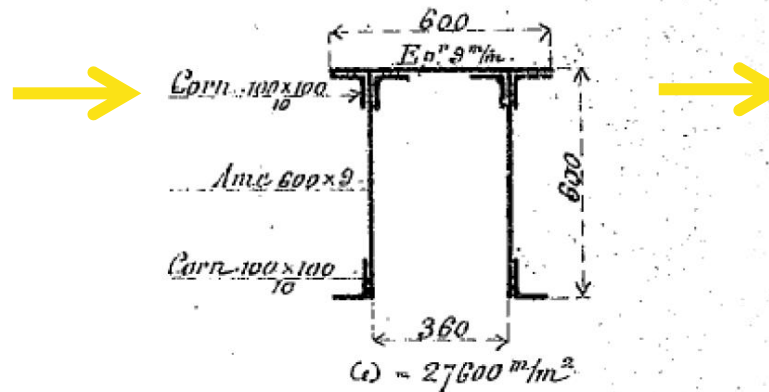


Distribution des fers de la pile 1.

Vent de 150 kil. avec surcharge.

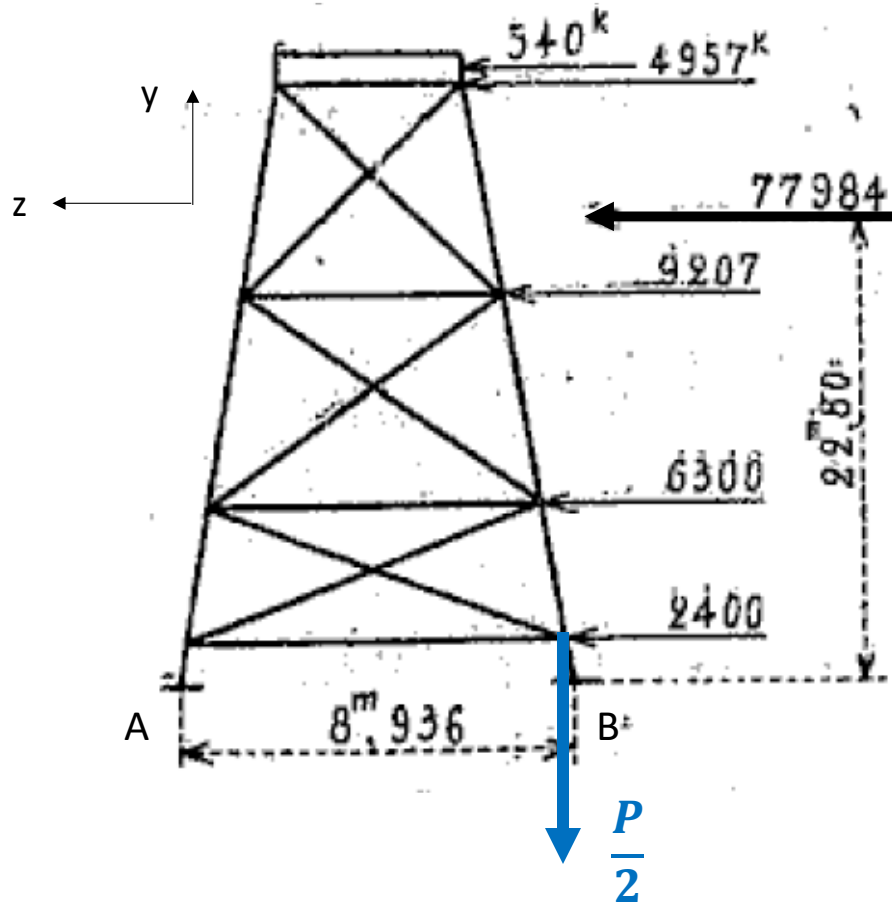
N° des étages	1	2	3	4	5
F	35000 k.	61100 k.	78800 k.	94600 k.	108500 k.
P	129700 "	136300 "	742900	749500	156600
P+F	164700 "	197400.	221700	244100	265100
P-F	94700.	75200	64100	54900	48100
ω	27600 $\frac{m}{m^2}$	33000 $\frac{m}{m^2}$	38400 $\frac{m}{m^2}$	43800 $\frac{m}{m^2}$	43800 $\frac{m}{m^2}$
R ₁	5.96 k.	5.98 k.	5.78 k.	5.58 k.	6.05 k.
R ₂	3.43.	2.28	1.67	1.25 "	1.10.

d'un arbalétrier



CALCUL DES PILES MÉTALLIQUES

Amarrages de la pile 1



Résultante des actions du vent sur la pile

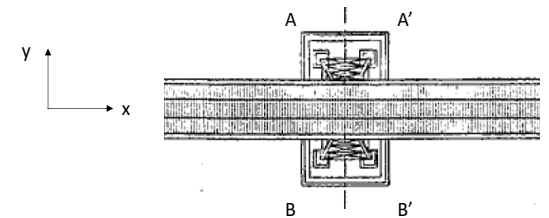
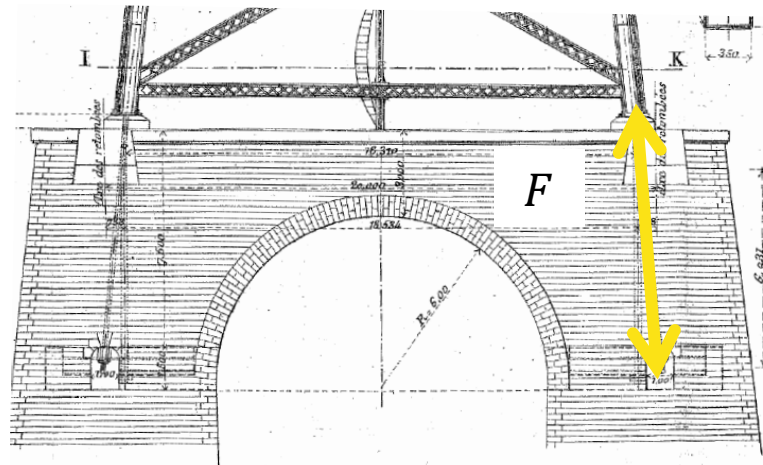
$$M_{renversement} = 77\,984 \times 22,80 = 1\,778\,035 \text{ kg.m}$$

$$M_{stabilité} = -\frac{P}{2} \cdot AB = -\frac{272\,048}{2} \times 8,936 = -1\,215\,510 \text{ kg.m}$$

$$M_{renversement} + M_{stabilité} = 562\,560 \text{ kg.m}$$

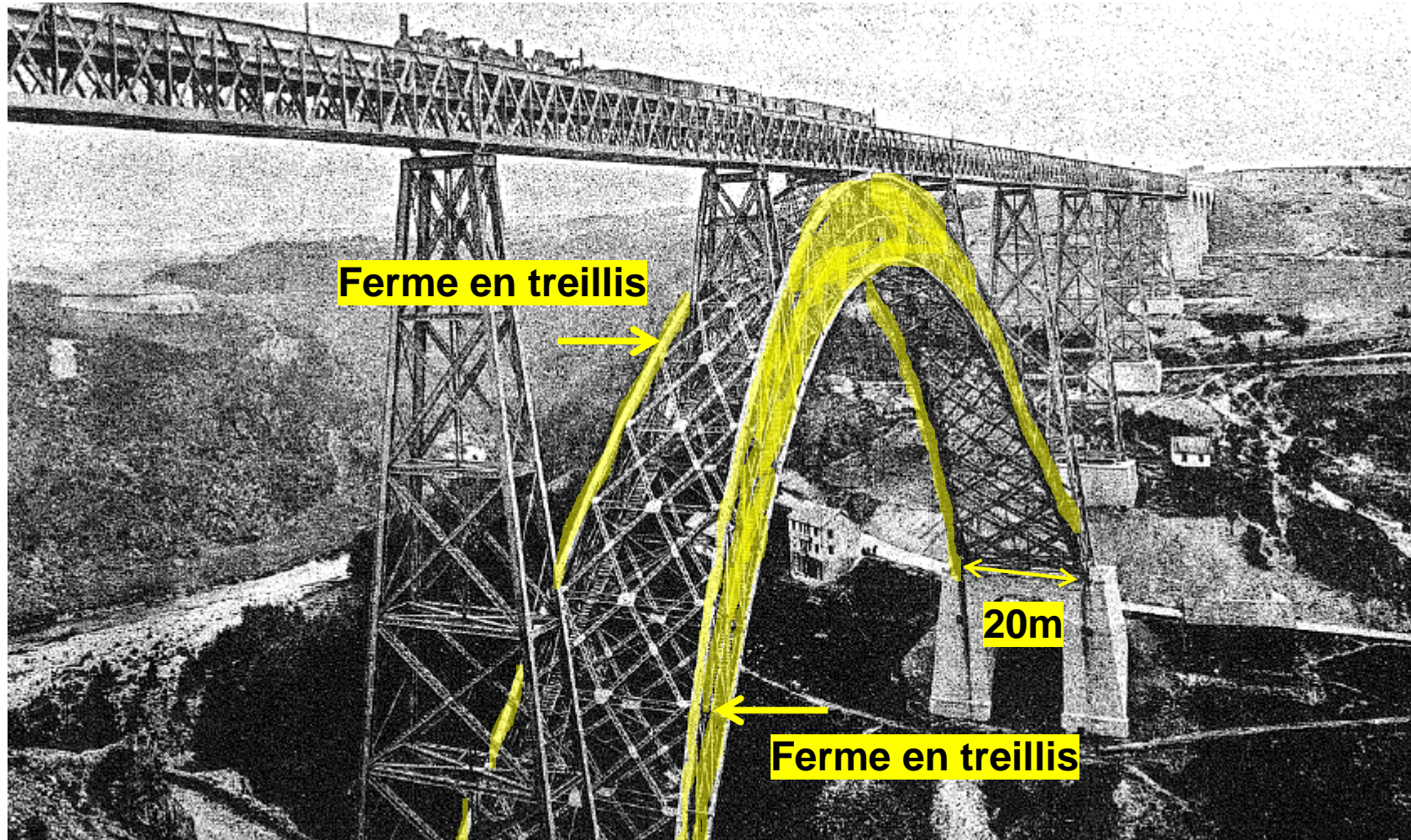
Effort F par tirant :

$$F = \frac{562\,560}{2} \times \frac{1}{8,936} = 31\,500 \text{ kg} \Rightarrow \sigma = \frac{31\,500}{\pi \cdot \frac{120^2}{4}} = 2,79 \text{ kg/mm}^2$$



CALCUL DE L'ARC

Géométrie



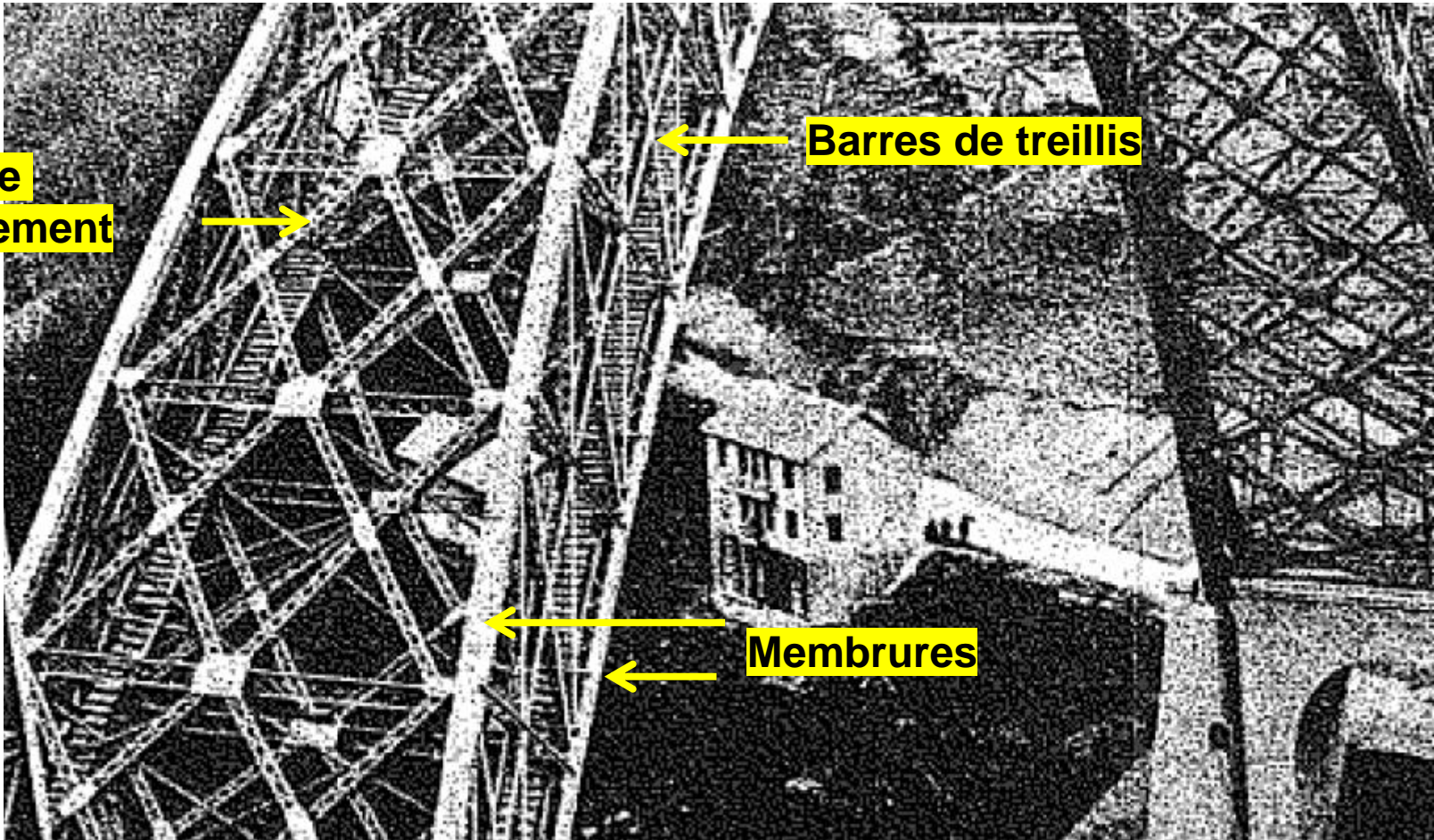
CALCUL DE L'ARC

Géométrie

Caissons de
contreventement

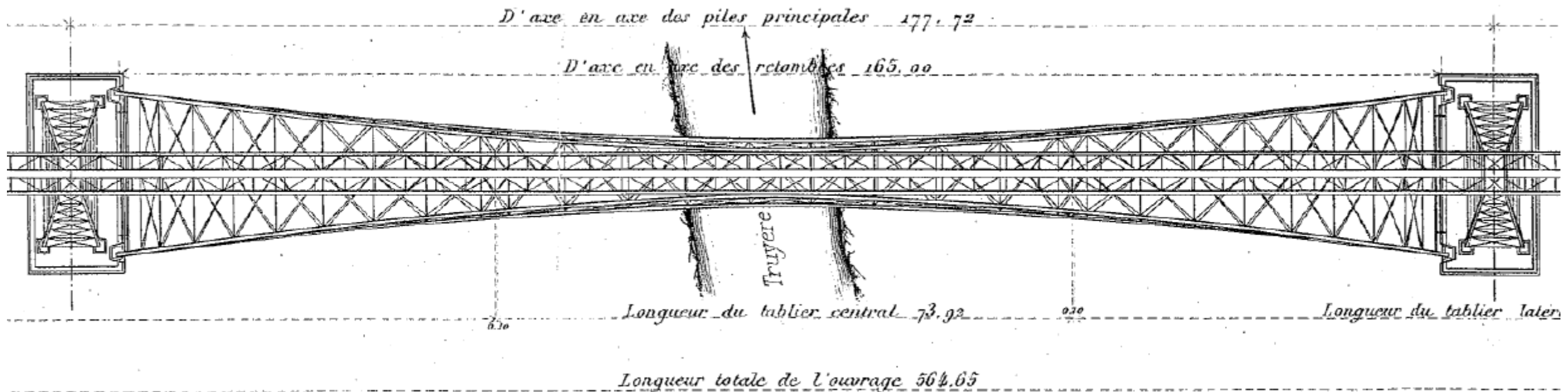
Barres de treillis

Membrures



CALCUL DE L'ARC

Géométrie

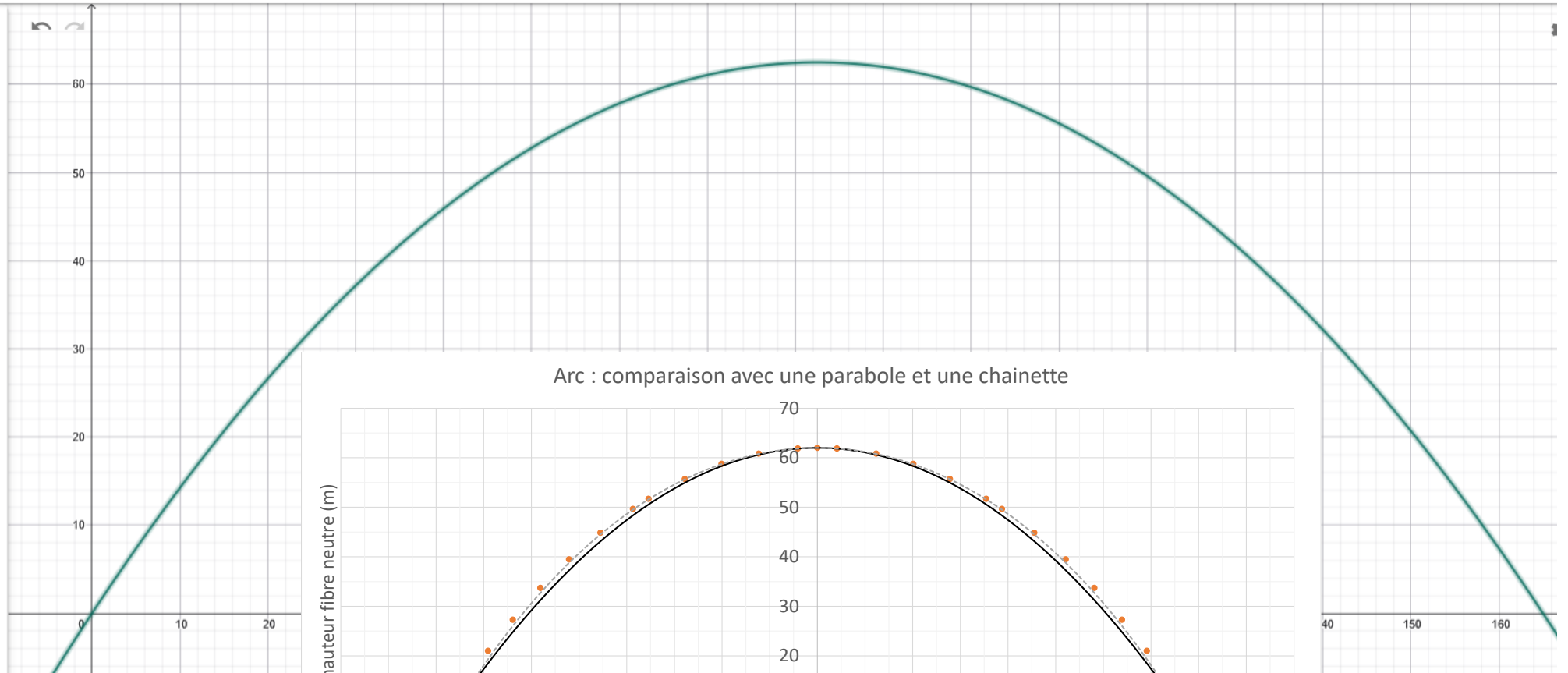


CALCUL DE L'ARC

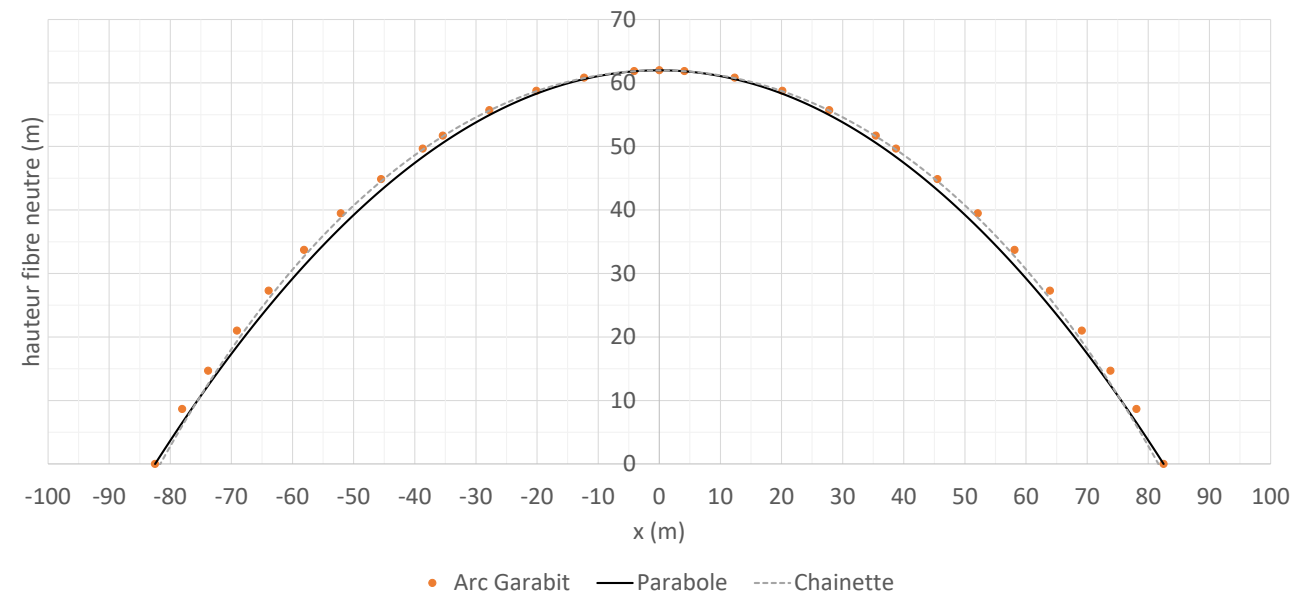
Parabole

$$f(x) = -\frac{62.5}{82.5^2} x^2 + 2 \cdot \frac{62.5}{82.5} x$$

Saisie...



Arc : comparaison avec une parabole et une chaînette



CALCUL DE L'ARC CENTRAL

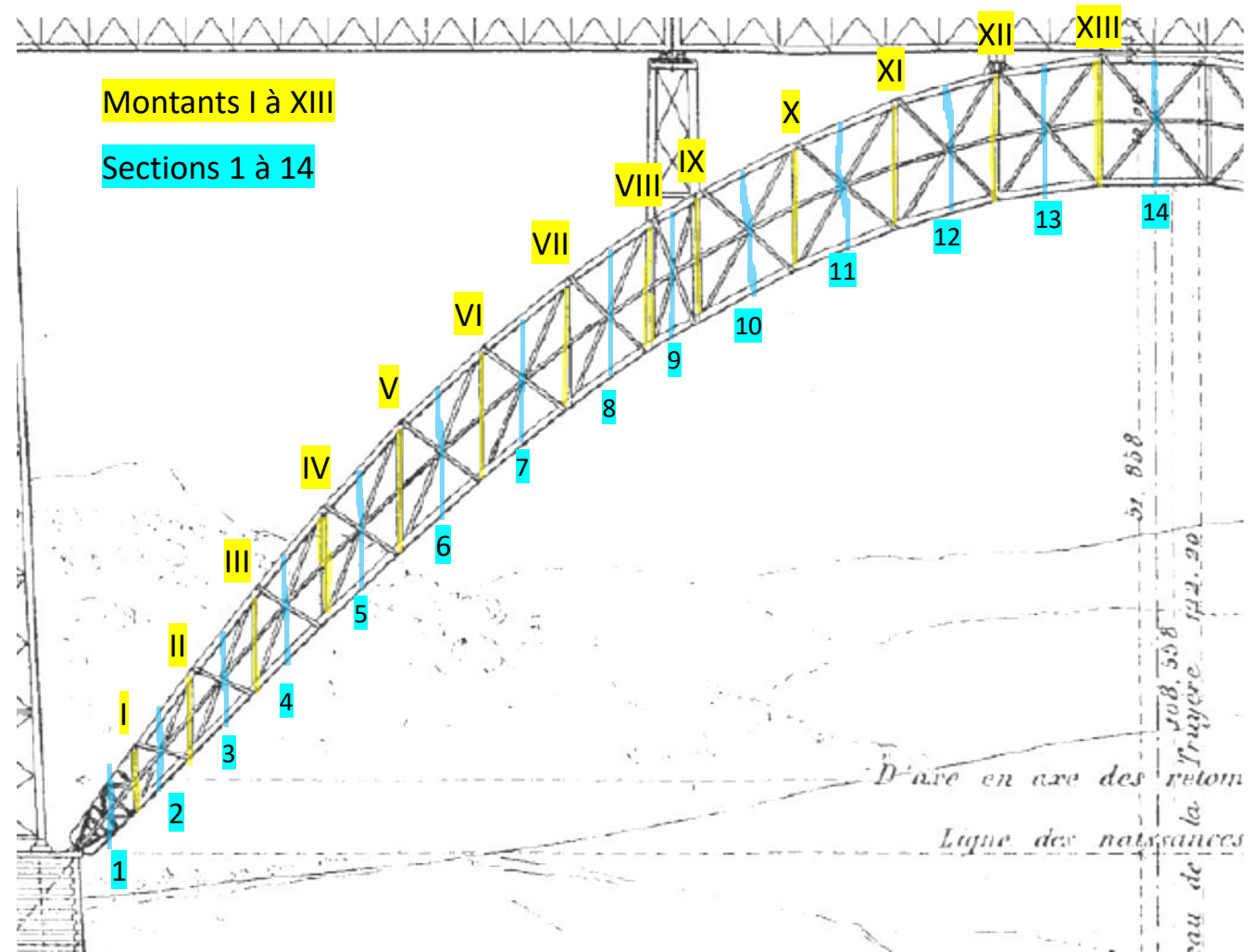
Efforts extérieurs

Charges verticales

- Poids du tablier
- Poids du train
- Poids des palées et des appuis
- Poids propre

Charges horizontales

- Vent



CALCUL DE L'ARC CENTRAL

Charges verticales

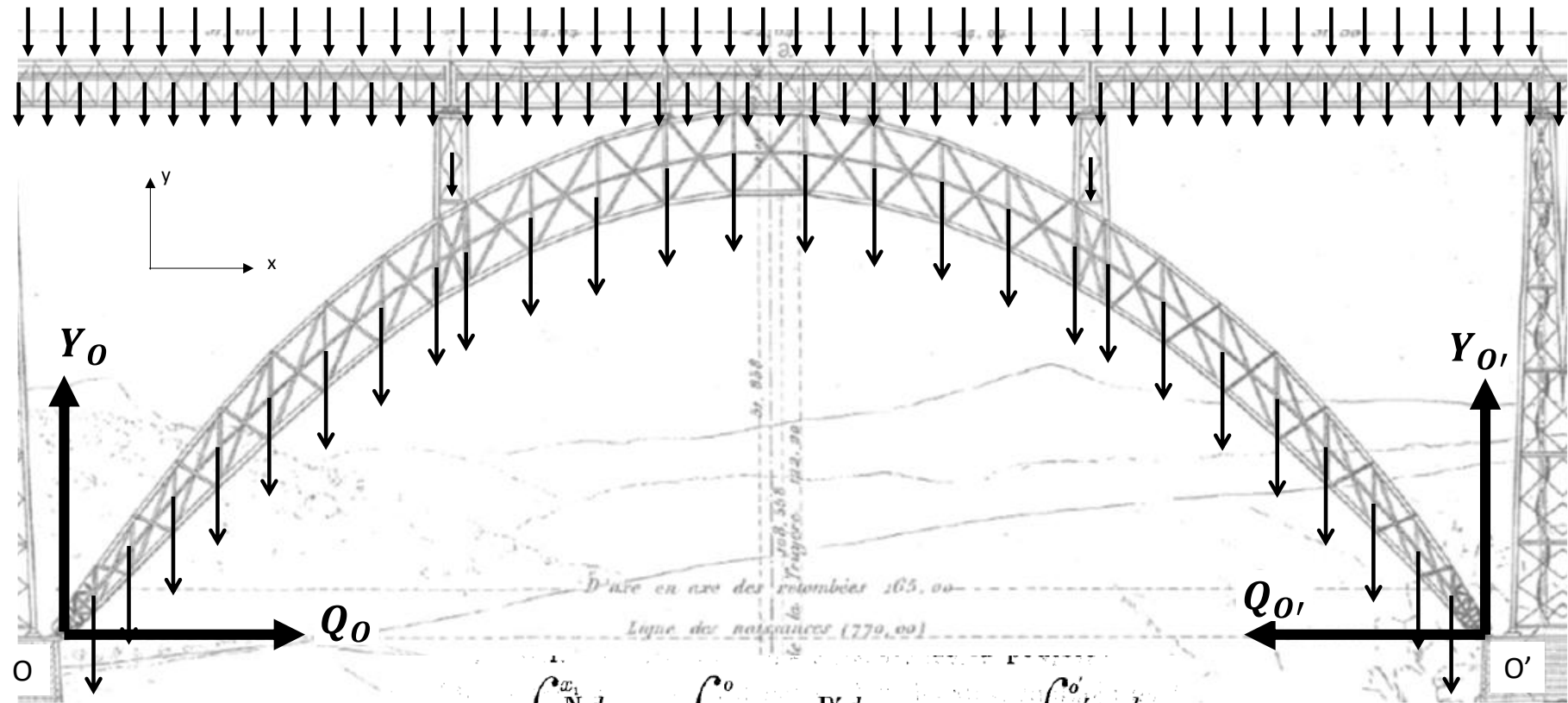
Structure hyperstatique
d'ordre 1

$$u_1 + Q_0 \cdot u_2 = 0$$

u_1 : déplacement
horizontal dû aux charges
verticales

u_2 : déplacement dû à une
force de 1N suivant \vec{x}

u_1 et u_2 : formule de
Bresse



$$Q = \frac{-\int_{x_0}^{x_1} \frac{N dx}{E \Omega} + \int_0^0 \frac{P' dy}{E \Sigma (\sin^2 \beta \cdot \cos \beta \cdot \omega)} + \int_0^{o'} \frac{y^2 ds}{EI}}{\int_{x_0}^{o_1'} \frac{\cos \alpha dx}{E \Omega} + \int_0^{o'} \frac{\sin \alpha dy}{E \Sigma (\sin^2 \beta \cos \beta \omega)} + \int_0^{o'} \frac{y^2 ds}{EI}}$$

CALCUL DE L'ARC CENTRAL

Charges verticales

Calcul de la poussée Q

TABLEAU N° 1

Éléments relatifs aux différentes sections de l'arc.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
N° des Sections	LONGUEUR des ÉLÉMENTS	PROJECTION Horizontale de Δs	PROJECTION Verticale de Δs	ORDONNÉES des Sections	SECTION d'une Membrane	SECTION des quatre Membrures	ÉPAISSEUR des Semelles	DISTANCES des Membrures au plan moyen	MOMENT D'INERTIE d'une membrane	MOMENT D'INERTIE DE L'ARC	SECTION DES TREILLIS		$\Sigma (\omega \sin^2 \beta \cos \beta)$	$\lg \sin \alpha$	$\lg \cos \alpha$	v
	Δs	Δx	Δy	y	ω	$\Omega = 4 \omega$	e	r	I_G	I	ω' intérieur	ω'' extérieur				
	m	m	m	m	mm ²	mm ²	mm									
1	7,424	4,43	5,957	2,9785	86,924	347,696	70			0,490 906	mm ²	mm ²	0,043 200	1,904 408 7	1,775 786 9	1,420
2	6,893	4,26	5,449	8,6665	89,724	358,896	74	1,75	0,0042 697	1,14 620	14,114	10,464	0,040 000	1,895 509 1	1,791 004 8	1,928
3	7,330	4,70	5,625	14,1885	84,524	338,096	66	2,225	0,0037 040	1,68 859	11,720	8,800	0,007 500	1,885 012 1	1,806 986 2	2,406 3
4	7,784	5,20	5,793	19,8975	84,524	338,096	66	2,724	0,0037 040	2,52 342	8,800	9,636	0,007 000	1,871 671 6	1,824 770 8	2,904 9
5	8,293	5,80	5,927	25,7575	80,624	322,496	60	3,199	0,0035 749	3,31 459	8,800	8,800	0,006 200	1,854,125 3	1,841 733 0	3,382 2
6	8,165	6,00	5,538	31,4900	76,724	306,896	54	3,623	0,0034 460	4,04 213	8,800	8,800	0,006 000	1,831 389 7	1,866 187 7	3,801 6
7	8,528	6,60	5,400	36,9590	72,824	291,296	48	3,882	0,0033 034	4,40 301	11,284	11,284	0,010 000	1,801 556 9	1,888 716 8	4,072 6
8	8,319	6,80	4,792	42,0550	72,824	291,296	48	4,108	0,0033 034	4,92 900	12,900	12,900	0,012 030	1,766 448 2	1,912 446 8	4,298 6
9	3,884	3,30	2,048	45,4750	66,874	267,496	61	4,335	0,00268 238	5,03 757	8,800	8,800	0,009 300	1,722 027 0	1,929 252 4	4,479 3
10	8,599	7,60	4,024	48,5110	56,474	225,896	45	4,487	0,00238 300	4,55 754	12,900	12,900	0,147 00	1,670 189 9	1,946 334 6	4,640 8
11	8,286	7,69	3,087	52,0664	56,474	225,896	45	4,694	0,00238 300	4,98 683	8,800	10,464	0,012 300	1,571 107 0	1,967 562 6	4,847 8
12	8,083	7,80	2,119	54,6693	56,474	225,896	45	4,837	0,00238 300	5,29 479	8,800	10,464	0,013 500	1,418,593 0	1,984 536 8	4,990 7
13	8,287	8,21	1,130	56,2937	53,224	212,896	40	4,884	0,00230 000	5,08 750	11,284	11,284	0,016 500	1,134 545 2	1,995 927 0	5,042 8
14	4,110	4,11	0,000	56,8586	53,224	212,896	40	4,881	0,00230 000	5,08 1256	10,464	10,464	0,015 000			5,040 0

TABLEAU N° 2

Calcul du dénominateur de l'expression de la poussée.

N° DES SECTIONS	$\frac{\Delta x \cos \alpha}{E \Omega}$	$\frac{\Delta y \sin \alpha}{E \Sigma (\cos \beta \sin^2 \beta \omega)}$	$\frac{y^2 \Delta s}{EI}$
1	0,000 000 000 47 520	0,000 000 0 069 156	0,000 000 0 083 851
2	0, 45 848	0, 266 260	0, 289 890
3	0, 55 709	0, 359 710	0, 546 170
4	0, 64 212	0, 384 910	0, 763 330
5	0, 78 617	0, 427 030	0, 1 037 440
6	0, 89 790	0, 391 270	0, 1 251 910
7	0, 109 590	0, 213 710	0, 1 653 550
8	0, 119 260	0, 143 770	0, 1 865 640
9	0, 65 513	0, 72 569	0, 996 514
10	0, 185 830	0, 80 059	0, 2 775 100
11	0, 197 450	0, 58 422	0, 2 815 240
12	0, 208 260	0, 25 722	0, 2 851 600
13	0, 238 770	0, 5 833	0, 3 226 200
14	0, 120 660	0,	0, 1 634 350
	0,000 000 0 1627 039	0,000 000 2 498 421	0,000 00 21 790 785

CALCUL DE L'ARC CENTRAL

Calcul de la poussée Q : 4 cas

TABLEAU N° 3

Calcul de la poussée pour la charge permanente seule.

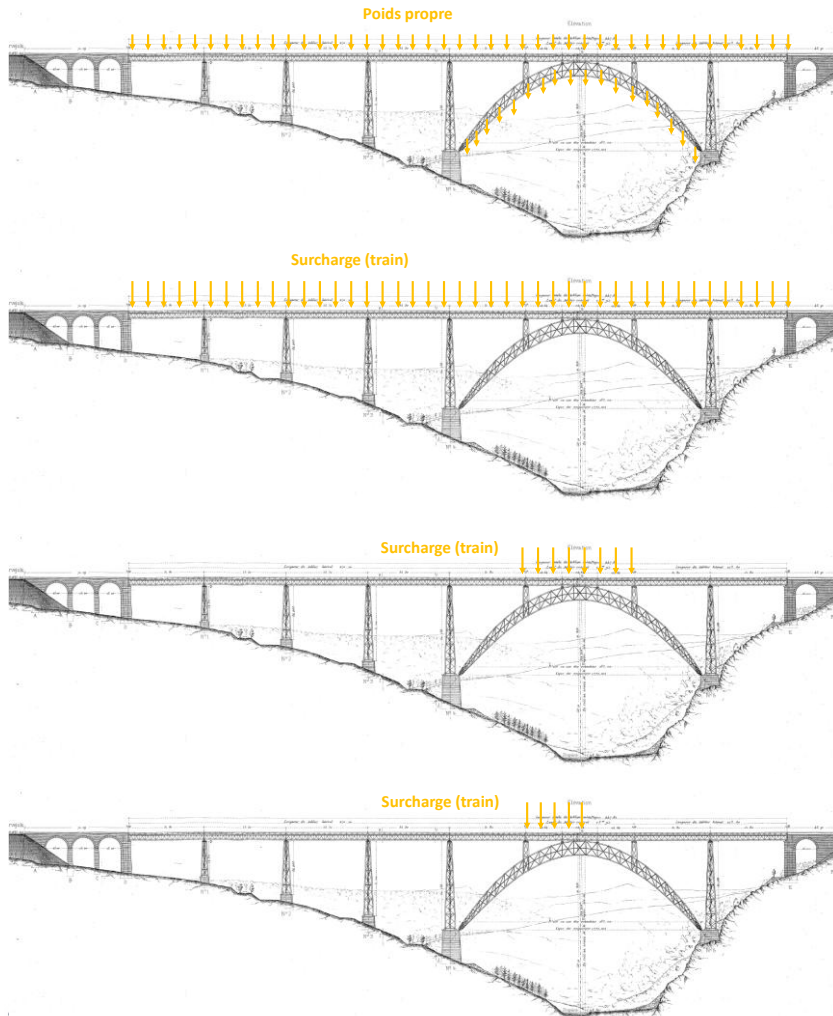
N° des SECTIONS	2 POIDS PROPRE de L'ARC	3 RÉACTION DU TABLIER et des palées	4 CHARGE TOTALE	5 FORCE EXTÉRIEURE F'	6 EFFORT de compression N' = F' sin α	7 EFFORT TRANCHANT P' = F' cos α	8 MOMENT μ'	9 $\frac{N' \Delta x}{E \Omega}$	10 $\frac{P' \Delta y}{E \Sigma (\omega \sin^2 \beta \cos \beta)}$	11 $\frac{\mu' y \Delta s}{EI}$
1				720 870	578 450	430 170	1 596 727	0,000 460 6273	0,00370 738	0,00449 515
2	41 905		41 905	678 965	533 770	419 610	4 639 619	0,000 395 8840	0,01421 178	0,01551 941
3	42 760		42 760	636 205	488 210	407 930	7 580 926	0,000 424 1770	0,01912 157	0,02918 206
4	44 416		44 416	591 789	440 390	395 310	1 061 4659	0,000 423 3327	0,02044 670	0,04072 146
5	44 609		44 609	547 186	391 080	382 710	1 374 0132	0,000 439 5914	0,02286 580	0,05534 206
6	43 632		43 632	503 548	341 530	370 020	1 683 7598	0,000 417 3215	0,02134 570	0,06693 890
7	43 763		43 763	459 785	291 150	355 850	1 986 5532	0,000 412 2883	0,01201 004	0,08887 875
8	44 540		44 540	415 245	239 190	339 430	2 279 4655	0,000 348 9852	0,00847 165	0,10112 100
9	35 298	67 918	103 216	312 029	164 520	265 120	2 472 1336	0,000 126 8523	0,00364 991	0,05417 300
10	30 921	67 918	98 839	213 190	99 760	188 410	2 604 6306	0,000 209 7692	0,00322 346	0,14900 000
11	33 914		33 914	179 276	66 777	166 370	2 754 5744	0,000 142 0780	0,00260 950	0,14894 000
12	32 783		32 783	146 493	38 407	141 360	2 880 6383	0,000 082 8850	0,00138 690	0,15025 660
13	33 545	78 570	112 115	34 378	4 686	34 057	2 951 8827	0,000 011 2951	0,00014 573	0,16917 700
14	34 376		34 378	0	0	0	2 965 9957			0,08525 440
SOMMES								0,003 895 187	0,133 195 22	1,158 999 79

NUMÉRATEUR . . . = 1,158 999 79 + 0,133 195 22 - 0,003 895 187

= 1,288 299 823

POUSSÉE Q = $\frac{1,288\ 299\ 823}{0,0000\ 244\ 519\ 09} = 526\ 871$

$$Q = \frac{- \int_{x_0}^{x_1} \frac{N dx}{E \Omega} + \int_0^0 \frac{P' dy}{E \Sigma (\sin^2 \beta \cos \beta \omega)} + \int_0^0 \frac{\mu' y ds}{EI}}{\int_{x_0}^{x_1} \frac{\cos \alpha dx}{E \Omega} + \int_0^0 \frac{\sin \alpha dy}{E \Sigma (\sin^2 \beta \cos \beta \omega)} + \int_0^0 \frac{y^2 ds}{EI}}$$

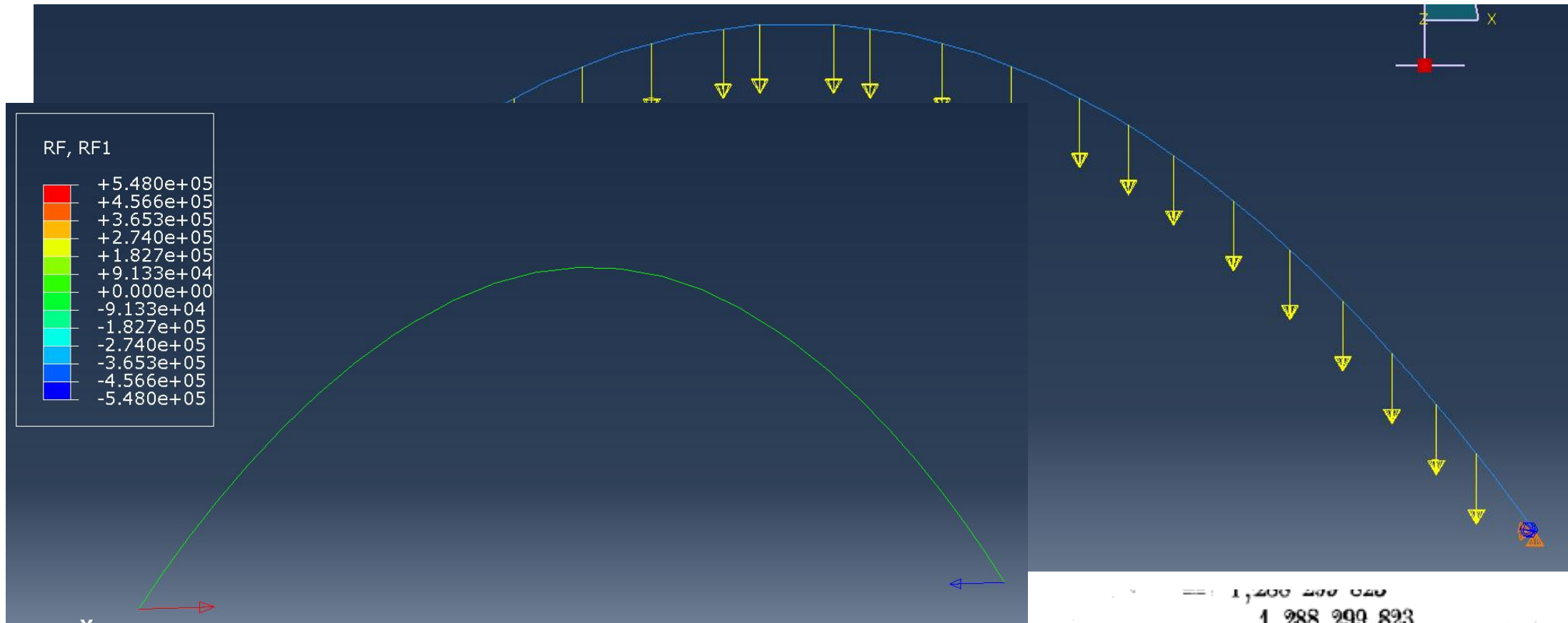


Calcul de la poussée Q : modèle ABAQUS



CALCUL DE L'ARC CENTRAL

Calcul de la poussée : modèle ABAQUS



$$\text{POUSSÉE } Q = \frac{1,288\,299\,823}{0,00000\,244\,519\,09} = 526\,871$$

CALCUL DE L'ARC CENTRAL

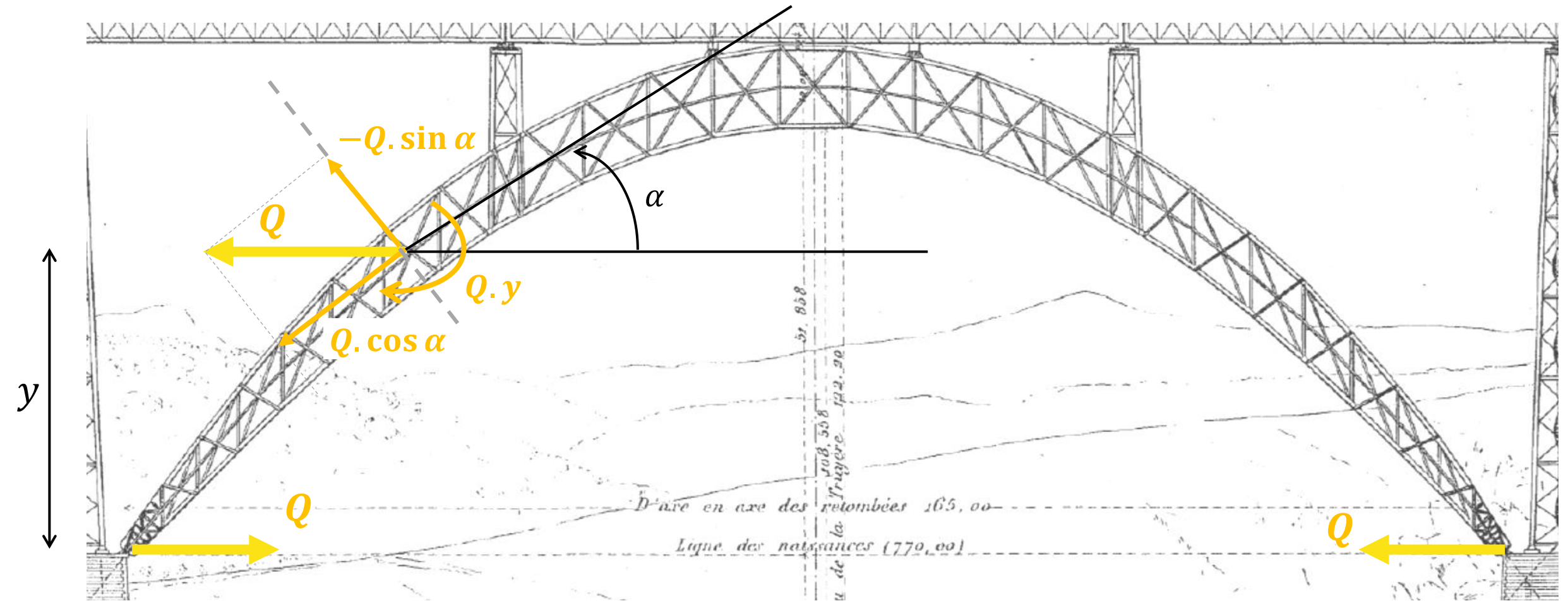
Calcul de la poussée : modèle ABAQUS

	ABAQUS (kg)	Calcul Excel avec les données de l'article (kg)	Article (kg)	Erreur relative Abaqus/article
Tab 3 (p151)	547 971	527 518	526 871	4%
Tab 4 (p152)	257 458	247 805	242 712	6%
Tab 5 (p153)	178 293	170 961	166 848	7%
Tab 6 (p154)	128 666	107 067	121 310	6%

ABAQUS : inerties des treillis
négligées, et sections différentes
des sections réelles

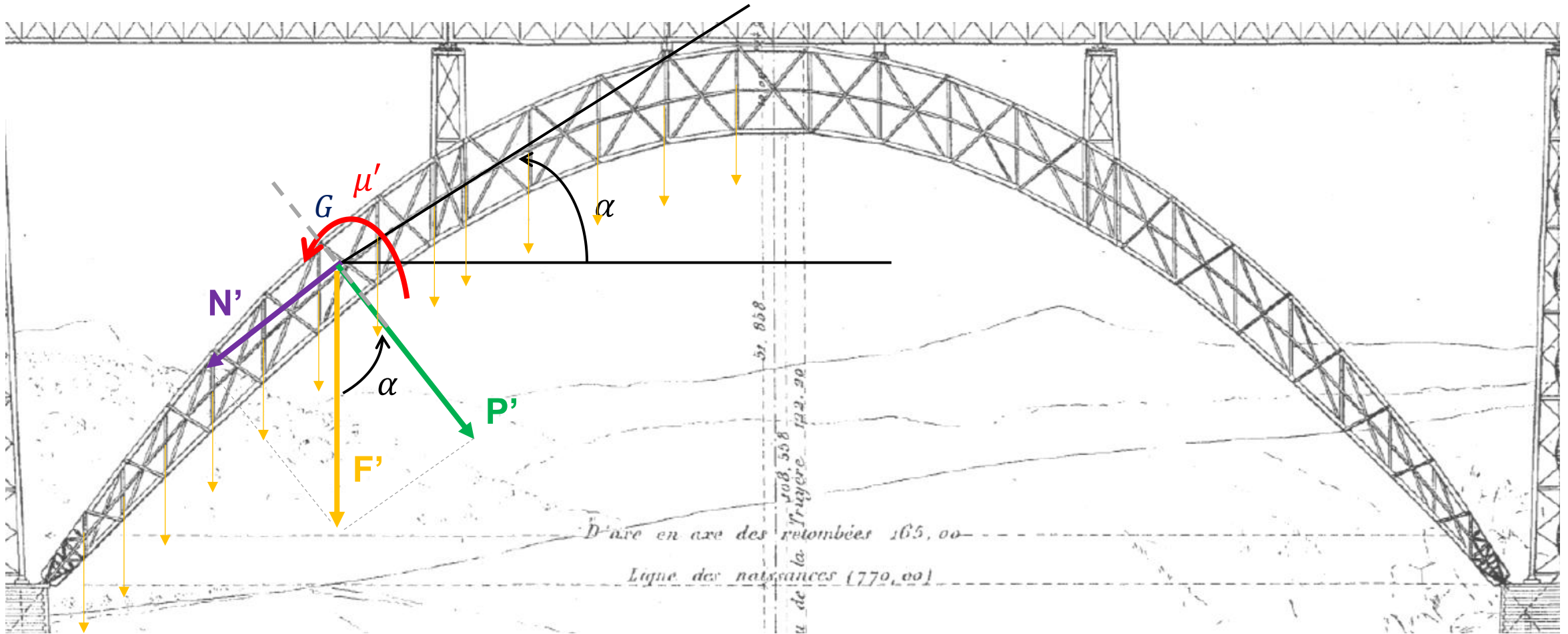
CALCUL DE L'ARC CENTRAL

Charges verticales : efforts internes



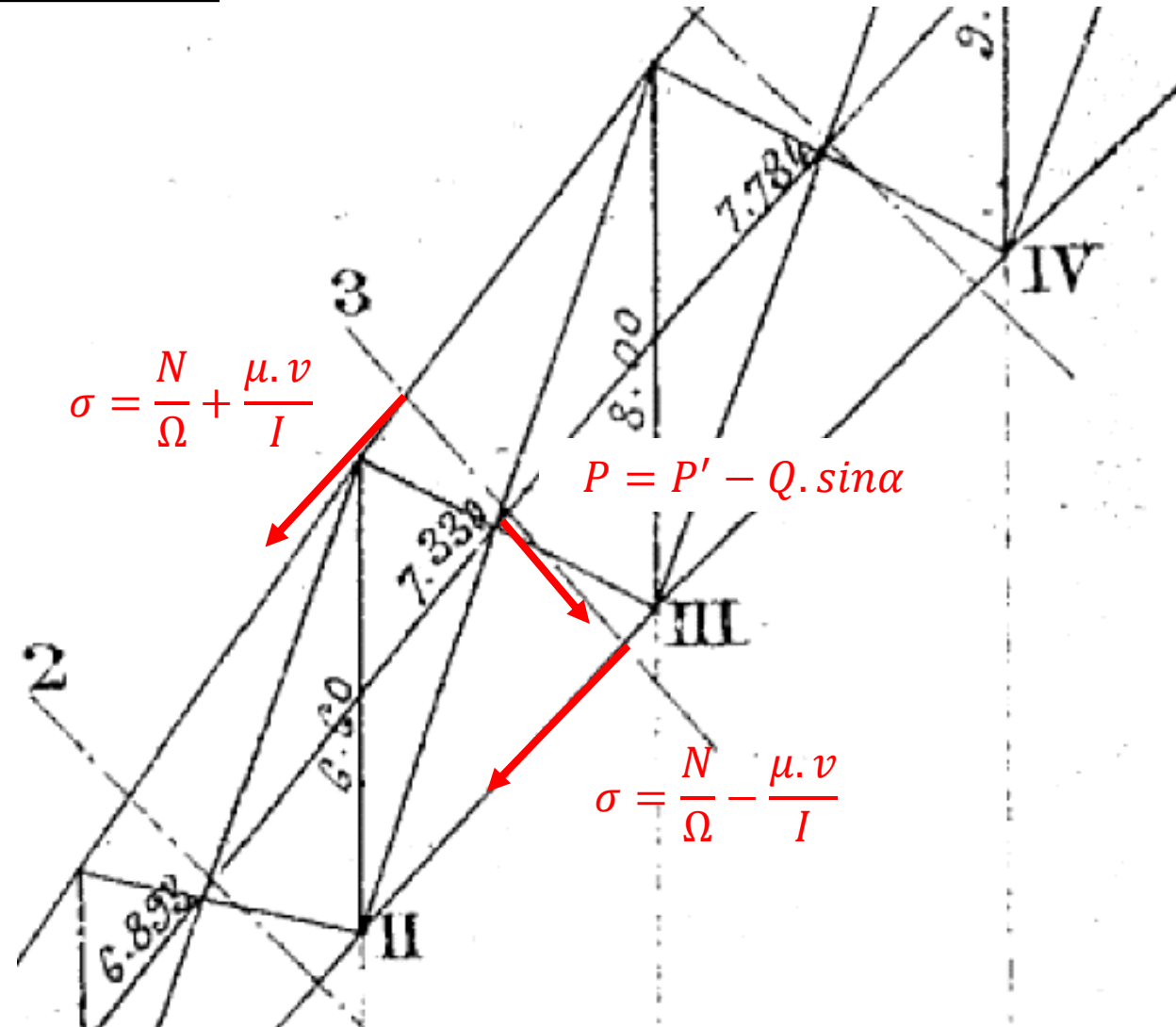
CALCUL DE L'ARC CENTRAL

Charges verticales : efforts internes



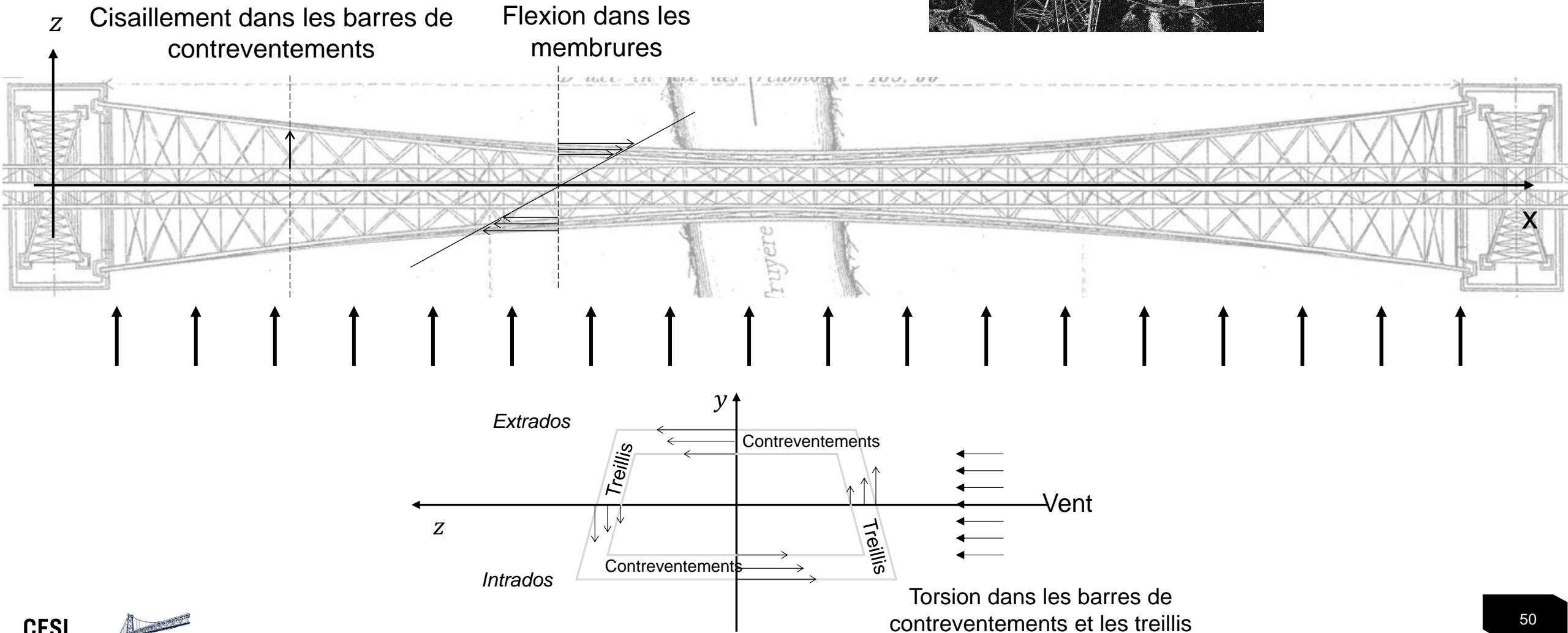
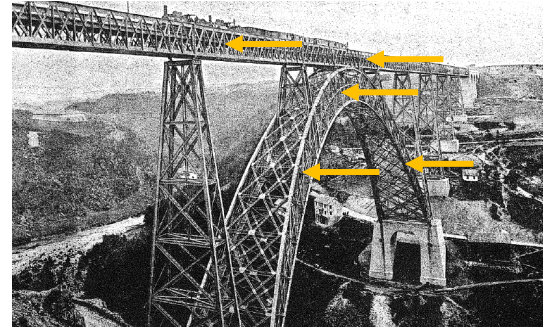
CALCUL DE L'ARC

Charges verticales : contraintes



CALCUL DE L'ARC

Action du vent



CALCUL DE L'ARC

Contraintes finales dans les membrures et les treillis

Coefficients de travail des membrures d'extrados.

N° des Sections	ARC ET TABLIER SKELS	ARC ENTIÈREMENT CHARGÉ	ARC CHARGÉ AU MILIEU	ARC A DEMI CHARGÉ	VENT SANS SURCHARGE	VENT AVEC SURCHARGE	COEFFICIENTS MAXIMUMS
	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg
1	2,65	3,19	2,95	3,25	2,70	1,98	5,35
2	2,51	2,73	2,55	3,15	2,35	1,77	4,92
3	2,58	2,70	2,52	3,33	2,34	1,81	5,14
4	2,48	2,64	2,41	3,36	2,08	1,67	5,03
5	2,53	2,82	2,52	3,61	1,84	1,58	5,19
6	2,60	3,11	2,71	3,94	1,54	1,44	5,38
7	2,75	3,56	3,04	4,45	1,14	1,24	5,69
8	2,84	4,07	3,38	4,91	0,57	0,94	5,85
9	2,98	4,48	3,73	5,26	0,03	0,66	5,92
10	2,98	4,63	4,01	5,58	0,52	0,45	5,83
11	2,57	4,27	3,90	4,67	1,08	0,18	4,85
12	2,43	4,37	4,20	4,45	1,59	-0,12	4,57
13	2,33	4,34	4,27	3,98	2,10	0,32	4,66
14	2,19	4,08	4,07	3,14	2,15	0,35	4,43

Coefficients de travail des barres de treillis obtenus en ajoutant les coefficients dus aux efforts tranchants du tableau N° 11 aux coefficients dus à la torsion du tableau N° 19.

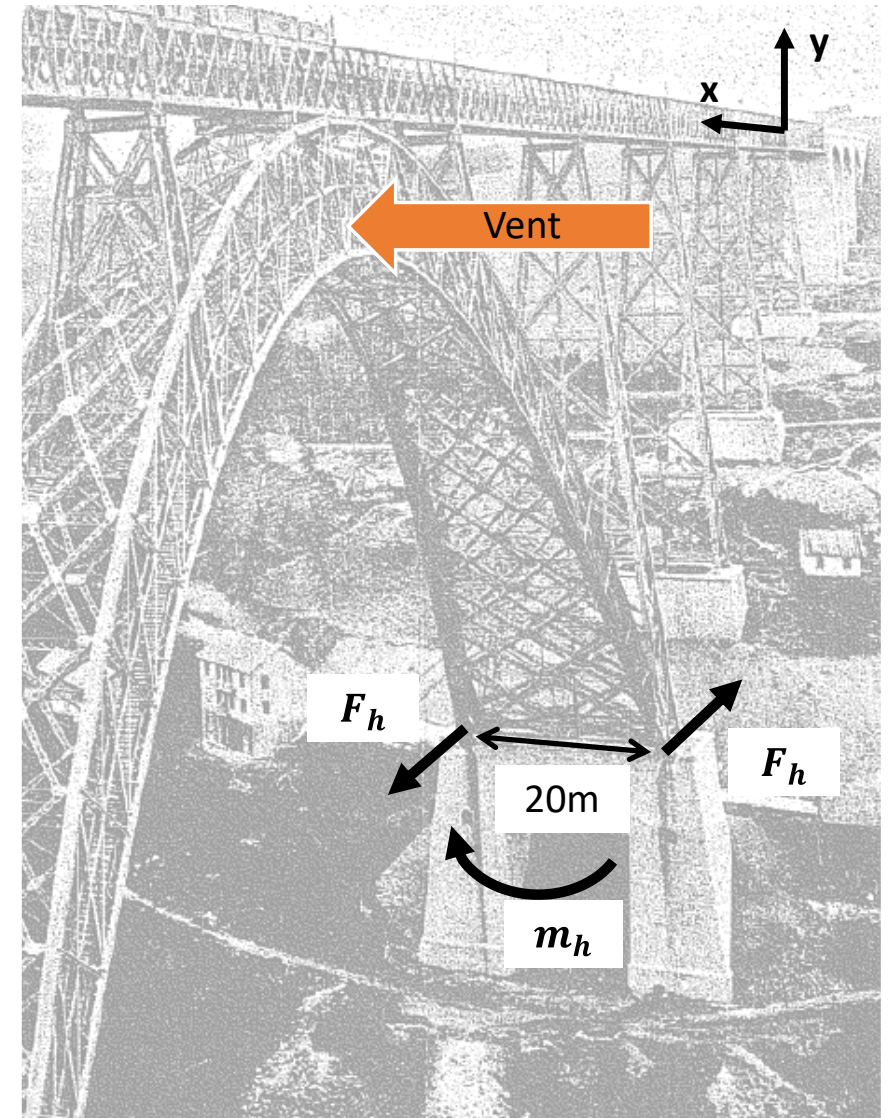
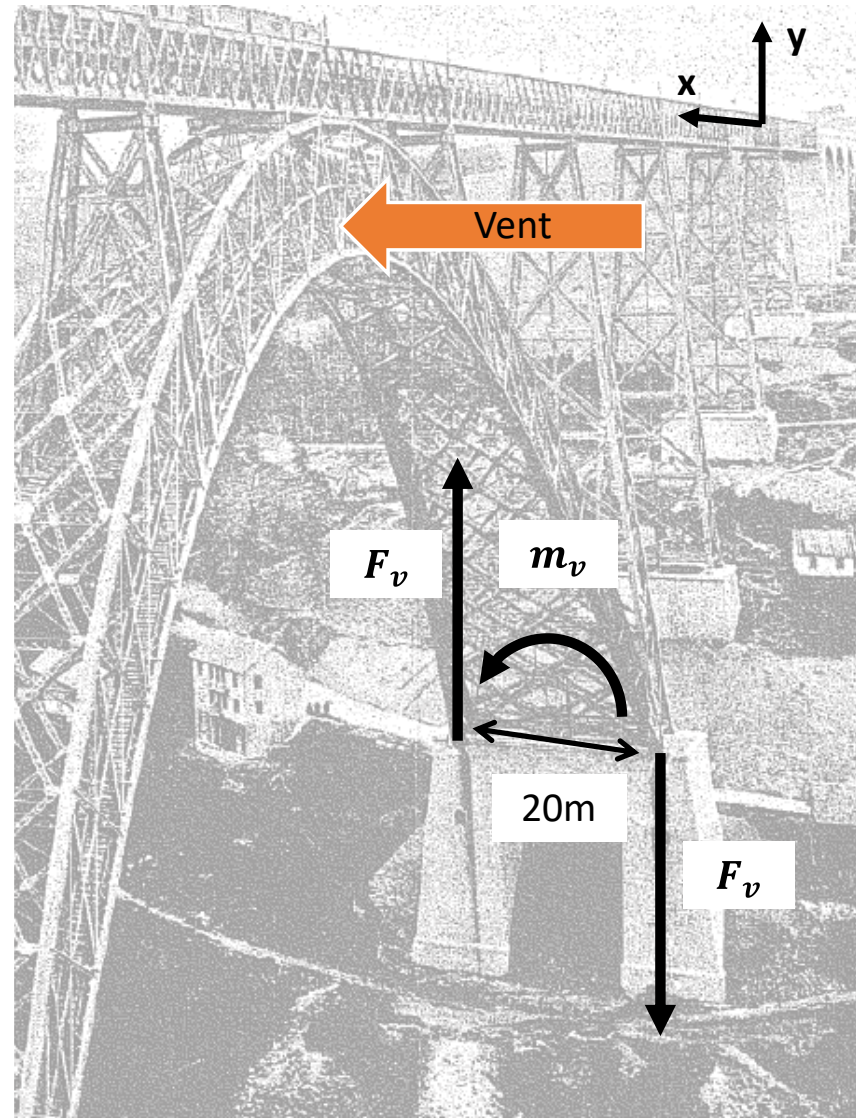
N° des Sections	CAS DU VENT SANS SURCHARGE			CAS DU VENT AVEC SURCHARGE		
	EFFORT TRANCHANT	VENT	TOTAL	EFFORT TRANCHANT	VENT	TOTAL
	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.	kil.
1	0,06	0,16	0,22	0,28	0,43	0,76
2	0,20	1,63	1,83	1,30	1,63	2,93
3	0,14	2,50	2,64	1,31	1,02	2,33
4	0,13	3,04	3,17	1,09	0,33	1,42
5	0,24	3,52	3,76	0,92	0,27	1,19
6	0,51	3,77	4,28	2,08	0,75	2,83
7	0,67	4,02	4,69	2,22	1,15	3,37
8	0,93	4,00	4,93	2,63	1,42	4,05
9	0,42	2,67	3,08	0,73	0,81	1,54
10	1,49	3,00	4,49	2,20	0,70	2,90
11	1,01	3,07	4,08	1,51	0,92	2,43
12	0,11	2,55	2,66	2,61	0,65	3,26
13	1,08	0,89	1,97	3,97	0,14	4,11
14				2,63		2,63

Principe de superposition

$$\sigma = \sigma_{charges\ verticales} + \sigma_{vent}$$

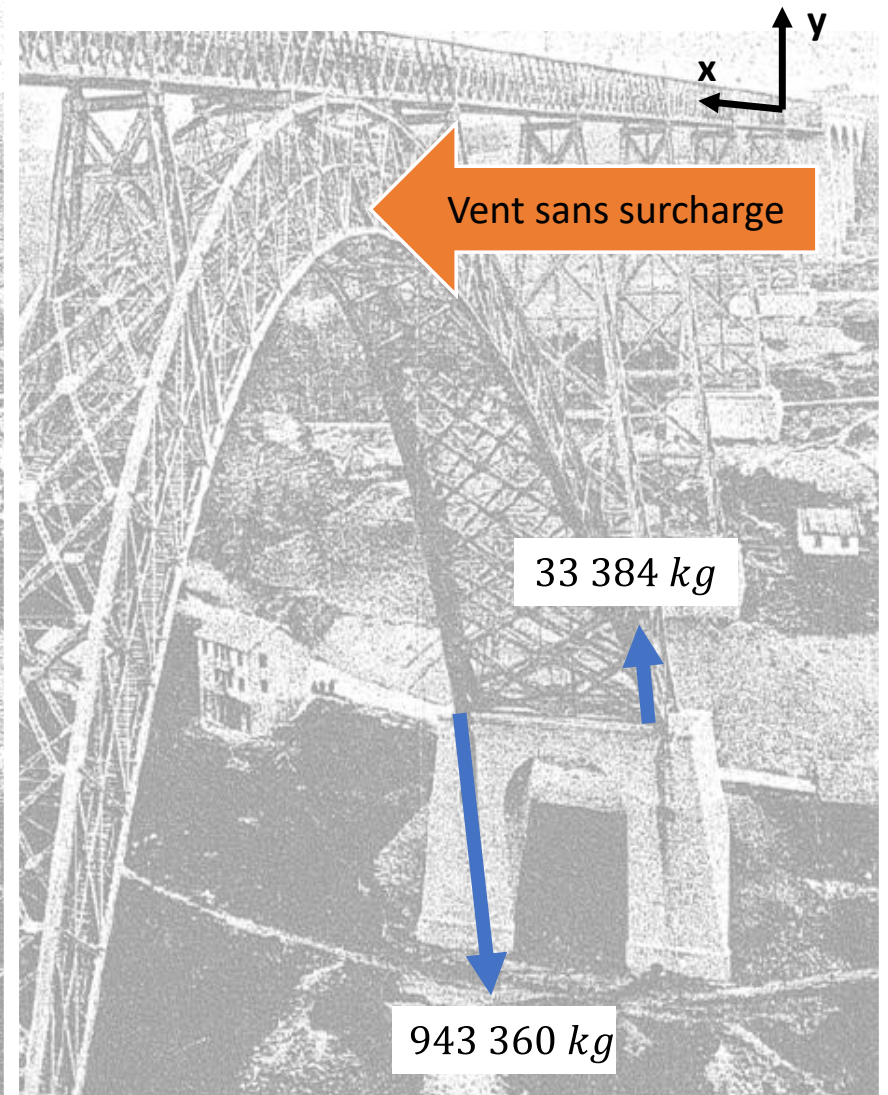
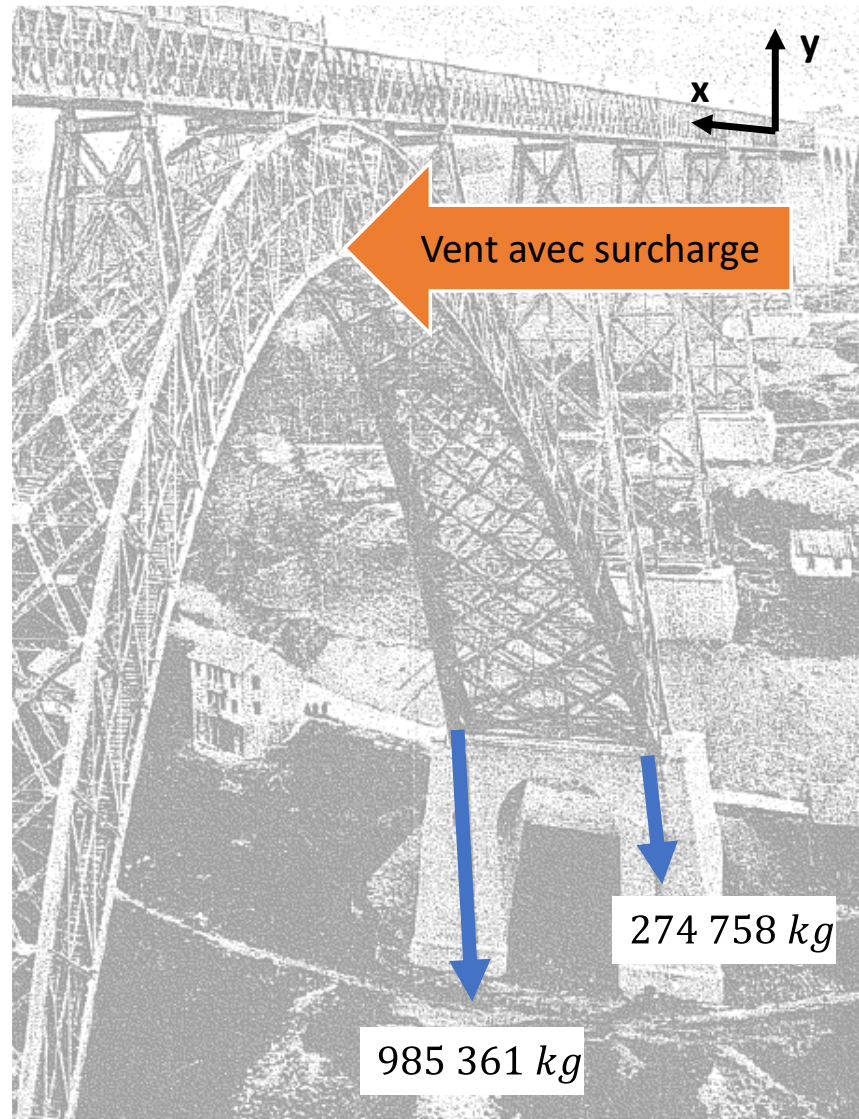
CALCUL DE L'ARC

Renversement



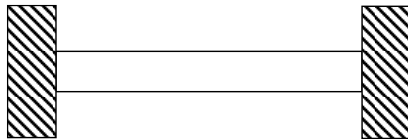
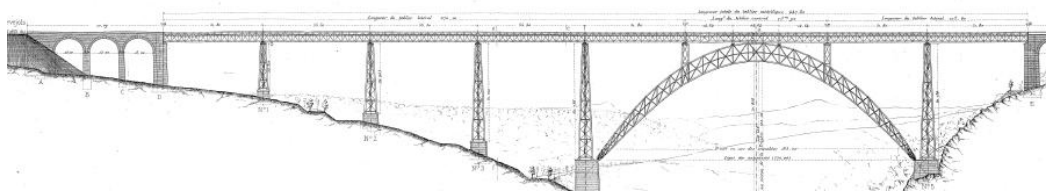
CALCUL DE L'ARC

Renversement



DILATATION THERMIQUE

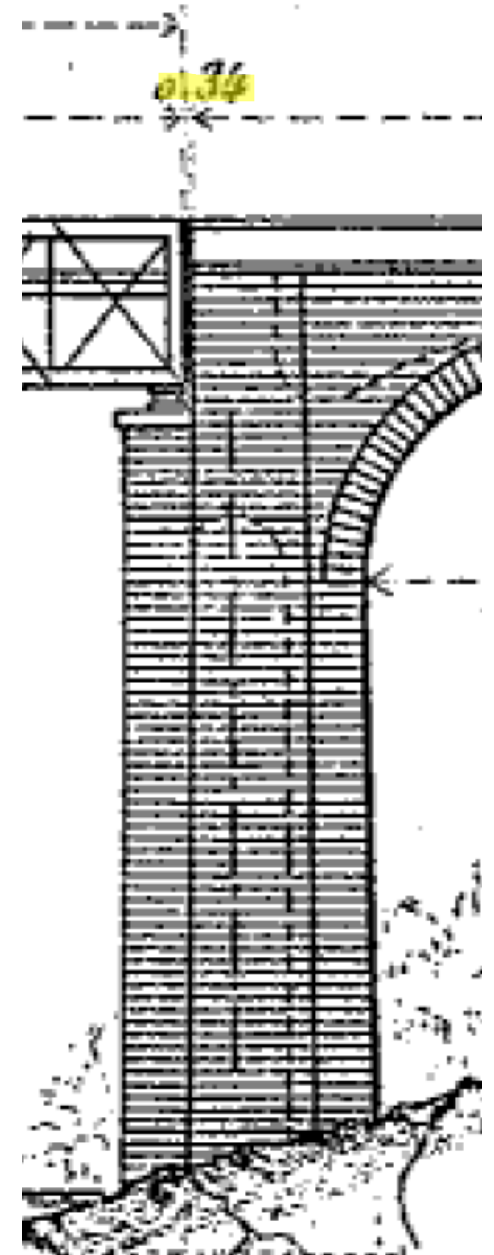
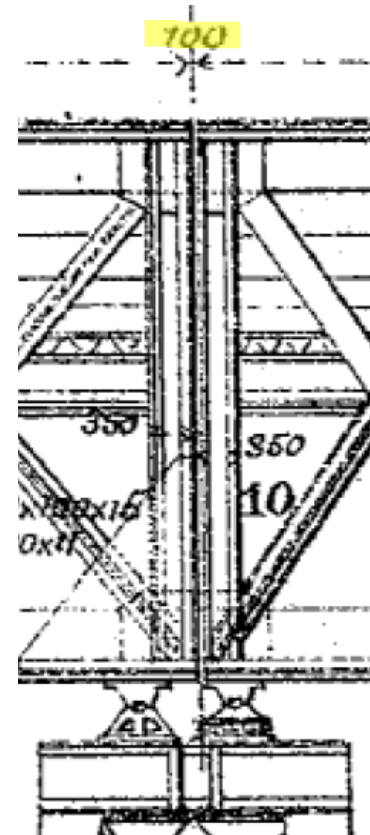
Dilatation thermique des tabliers



Tablier	L (m)	ΔL (mm)
Marvejols	270,34	97,3
Central	73,92	26,6
Neussargues	103,84	37,4

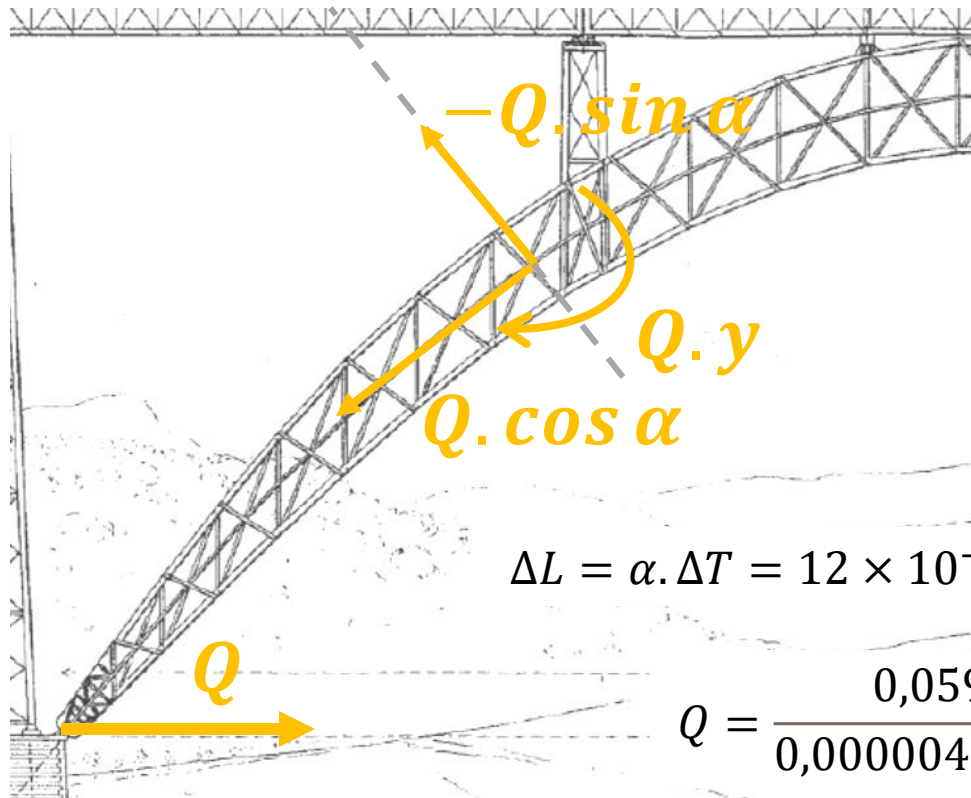
$$\Delta T = 30^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta L = \alpha \cdot \Delta T \cdot L$$



DILATATION THERMIQUE

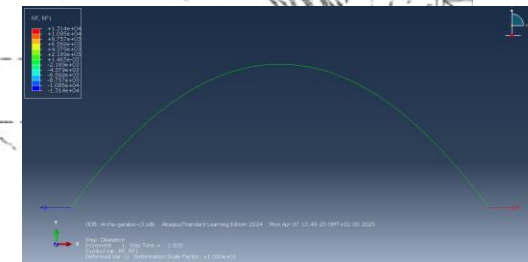
Dilatation thermique de l'arc



1	2	3	4	5	6	7
NUMÉROS des SECTIONS	MOMENT $Q \cdot y$	COEFFICIENT de TRAVAIL	$N = Q \cos. \alpha$	COEFFICIENT R du aux EFFORTS N	COEFFICIENTS TOTAUX	
					R_e	R_i
1	36 177	0,10 kg	7 231	0,02 kg	$\pm 0,12$ kg	$\pm 0,12$ kg
2	105 266	0,18	7 507	0,02	0,20	0,20
3	172 338	0,25	7 788	0,03	0,28	0,28
4	241 681	0,28	8 113	0,03	0,31	0,31
5	312 859	0,32	8 495	0,03	0,35	0,35
6	382 487	0,36	8 925	0,03	0,39	0,39
7	448 902	0,41	9 401	0,03	0,44	0,44
8	510 813	0,44	9 929	0,03	0,47	0,47
9	552 354	0,49	10 320	0,04	0,53	0,53
10	589 230	0,60	10 734	0,05	0,65	0,65
11	632 420	0,61	11 269	0,05	0,66	0,66
12	664 030	0,62	11 721	0,05	0,67	0,67
13	683 760	0,68	11 759	0,05	0,73	0,73
14	690 630	0,69	12 146	0,05	0,74	0,74

$$\Delta L = \alpha \cdot \Delta T = 12 \times 10^{-6} \times 30 \times 165 = 0,0594 \text{ m}$$

$$Q = \frac{0,0594}{0,00000489038} = 12 146 \text{ kg}$$



$$Q_{abaqus} = 13 136 \text{ kg}$$

ESSAIS DE CHARGE (ÉPREUVES)

10-13 Avril 1888

1° Que sous la charge d'un train pesant 165 t, les flèches observées dans les travées ont été de 16 à 19 mm et que les tassements des piles ont été de 1 mm;

2° Que sous celle d'un train occupant deux travées successives et pesant 285 t, les flèches observées dans les travées ont été de 8 à 10 mm et que les tassements des piles ont été de 2 mm.

Après chaque épreuve les fils revenaient exactement à leur position première;

3° Que pour l'épreuve de l'arc sur toute sa longueur, on a employé un train de 405 t qui a donné une flèche de 8 mm seulement; celle au droit des palées a été de 7 mm et les tassements des piles ont été de 1 mm.

Le même train occupant successivement chacune des demi-longueurs de l'arc et pesant 240 t, a abaissé la palée intermédiaire placée sur les reins de l'arc de 10 mm seulement, et le déplacement horizontal n'a été que de 8 mm. — La flèche à la clef a été de 4 mm;

4° Que les épreuves en vitesse avec un train de 405 t ont donné

dans les travées des flèches de 15 à 18 mm, et sur l'arc une flèche à la clef de 12 mm seulement. — Ces flèches mesurées sur les fils étaient contrôlées par des niveaux maniés par des observateurs très expérimentés.

Les déplacements horizontaux du tablier pendant le passage du train ont été mesurés de même et ont été trouvés de 6 à 8 mm seulement.

Tous les résultats dénotent une extraordinaire rigidité, pour l'arc surtout, et ont été accueillis avec la plus grande satisfaction par les ingénieurs qui assistaient à ces épreuves et par les nombreux visiteurs qu'elles avaient attirés.

CONCLUSION

- Charges : poids propre, train, vent
- Pas de calcul de la distribution réelle des efforts : décomposition en structures élémentaires + cas de charges simples + structures isostatiques (sauf arc central)
- Principe de superposition
- Savant mélange de calcul analytique et de statique graphique
- Statique graphique : gain de productivité, compromis vitesse/précision des résultats
- Pas de calcul de fatigue, pas de calculs d'instabilité (flambement, déversement.....)
- Peu de données matériau nécessaires

Les calculs en 2025 ?

- Neige
- Calculs d'instabilité
- Chargement multiaxial
- Fatigue
- Analyse du second ordre
- Prise en compte des changements d'inertie dans la répartition des efforts internes des poutres

Merci !

QUELQUES RÉFÉRENCES

- Bresse. (1859). *Cours de Mécanique Appliquée. Première partie Résistance des matériaux et stabilité des constructions*. Mallet Bachelier.
- Buchetti, J. (1888). *Manuel des constructions métalliques et mécaniques*. <http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb301722737>
- Callandreau, E. (1944). *Problèmes de résistance des matériaux avec leurs solutions*. Albin Michel. Source gallica.bnf.fr / Bibliothèque nationale de France
- Camus, C. E. L. (1751). *Cours de mathématique. Partie 3. Eléments de mécanique statique. Tome Premier*. Imprimerie royale. gallica.bnf.fr
- Chatzis, K. (2004). La réception de la statique graphique en France durant le dernier tiers du XIXe siècle. *Revue d'histoire des mathématiques*, 10, 7-43.
- Chenevier, R. (1933). Le centenaire de Gustave Eiffel, le magicien du fer. *La science et la vie* (<https://cnum.cnam.fr/redir?SCVIE.187>), Tome XLIII(N° 187), 3.
- Collignon. (1885). *Cours de mécanique appliqué aux constructions : Première partie résistance des matériaux* (3^e éd.). gallica.bnf.fr
- Considère, A. (1885, semestre). N°34 Mémoire sur l'emploi du fer et de l'acier dans les constructions. *Annales des Points et Chaussées* (<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k4085432>), 574-775.
- Cremona. (1885). *Les figures réciproques en statique graphique*. gallica.bnf.fr
- Culmann, C. (1866). *Die graphische Statik*. Meyer & Zeller. <https://doi.org/10.3931/E-RARA-20052>
- Doubrière, J.-C. (2013). *Résistance des matériaux—Cours—Exercices corrigés—Edition revue et enrichie*. Eyrolles.
- **Ducout. (1997). *Ponts métalliques—Conception générale C 2 675. Techniques de l'Ingénieur.***
- Dupeux, M. (2013). *Aide-mémoire de science des matériaux* (3^e éd.). DUNOD.
- Duverger. (1888). Décision ministérielle. 14 juin 1879. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*. <http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49>, 50, 171.
- Eiffel, G. (1880). Mémoire sur le viaduc métallique de Garabit. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils* <http://cnum.cnam.fr/redir?P931.43>, 34, 414.
- Eiffel, G. (1881). Construction du viaduc de Garabit. *Le Technologiste, Quarante-troisième année. Troisième série. Tome quatrième*, 94.
- **Eiffel, G. (1888a). Mémoire présenté à l'appui du projet définitif du viaduc de Garabit. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*. <http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.49>, 50, 55-184.**
- **Eiffel, G. (1888b). Note sur les épreuves définitives du Viaduc de Garabit. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils. Conservatoire Nationale des Arts et Métiers* <http://cnum.cnam.fr>, 49, 547.**

QUELQUES RÉFÉRENCES

- Molinos, & Pronnier. (1857). *Traité théorique et pratique de la construction des ponts métalliques*. Source gallica.bnf.fr
- Murry, G. (1993). *M300 Techniques de l'Ingénieur—Aciers. Généralités*.
- Palacios, R. (2025). *Lignes d'influence d'une charge mobile sur une poutre sur 3 appuis—CTICM – Mai 2025*. <https://metaletech.com/2025/04/28/lignes-dinfluence-dune-charge-mobile-sur-une-poutre-sur-3-appuis/>
- Poncelet. (1827). *Cours de mécanique industrielle (rédigé par M. le capitaine de génie Gosselin)*. gallica.bnf.fr
- Ringot, E. (2017). *Calcul des ouvrages : Résistance des matériaux et fondements du calcul des structures*. Eyrolles.
- Ringot, E., Husson, B., & Vidal, T. (2023). *Calcul des ouvrages : Applications exercices et problèmes résolus de résistance des matériaux et de calcul des structures* (2eme éd). Eyrolles.
- **Rochès, & Muzeau. (2024). www.afgc.asso.fr/app/uploads/2024/10/2024_10_17-Garabit-du-19e-au-21e-siecle-et-au-dela.pdf**
- **Seyrig, T. (1878). *Le pont sur le Douro de MM. G. Eiffel et Cie (Société des ingénieurs civils, Vol. 31, p. 741-816)*. <https://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.30>**
- Seyrig, T., & Eiffel, G. (1880). Note sur l'accident arrivé au pont de la Tay. *Mémoires de la Société des ingénieurs civils* <http://cnum.cnam.fr/redir?ECCMC6.32>, 33, 284.
- Talansier. (1883). La statue de la liberté éclairant le monde. *Le Génie Civil*. gallica.bnf.fr
- Techniques de l'Ingénieur. (2005). Tba1320 Recherche des efforts dans les structures à barres (treillis). *Techniques du bâtiment : l'enveloppe du bâtiment*. <https://doi.org/10.51257/a-v1-tba1320>
- Texereau, J. (2003). *Polycopié de calcul des structures ISAE-ENSMA*. ISAE-ENSMA.
- Tissandier, G. (1883). Le viaduc de Garabit, en France, et le viaduc de Kinzua, aux Etats-Unis. *La Nature, Onzième année, premier semestre*(508), 193.
- Tissandier, G. (1888). Le viaduc de Garabit. *La Nature, Seizième année, deuxième semestre*, p391.
- Turgan, J. (1882). *Les Grandes usines de France : Tableau de l'industrie française au XIXe siècle*. Calmann-Levy. <https://cnum.cnam.fr/redir?4KY15.18>
- Varignon, P. (1725). *Nouvelle mécanique, ou Statique. Ouvrage posthume* (Vol. 1). gallica.bnf.fr
- <https://www.lalozerenouvelle.com/leon-boyer-lingenieur-des-ponts-qui-a-relie-les-hommes/>

QUELQUES RÉFÉRENCES

- Favaro, A. (1879). *Leçons de statique graphique. Première partie, Géométrie de position. Traduit de l'italien par Paul Terrier* (Terrier, Trad.). Gauthier Villars. <http://catalogue.bnf.fr/ark:/12148/cb304221901>
- Goulet, J., Boutin, J.-P., & Lerouge, F. (2019). *Résistance des matériaux* (10^e éd.). Dunod : Editions le Moniteur.
- **Koechlin, M. (1898). *Applications de la statique graphique* (2^e éd.). gallica.bnf.fr**
- Maruéjols. (1903). *Recueil de lois, ordonnances, décrets, règlements et circulaires concernant les différents services du Ministère des travaux publics*. 57.
- Maxwell, J. C. (1864). L. *On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 27(182), 294-299. <https://doi.org/10.1080/14786446408643668>
- Mayère. (2001). *C3305 Techniques de l'Ingénieur Règles Neige et Vent NV 65*.
- **<https://www.garabit-viaduc-eiffel.com/le-geant-de-fer/garabit-en-quelques-dates/>**