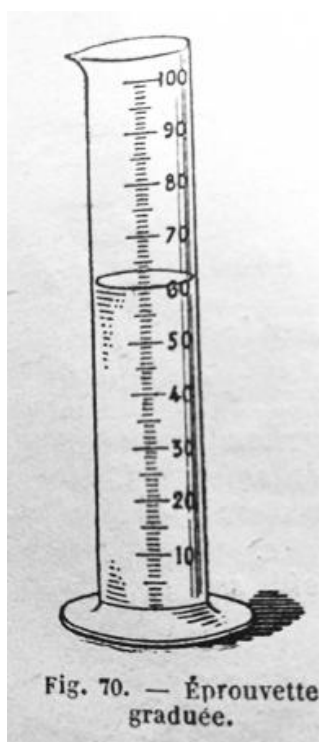


Unités, Conversions, Chiffres Significatifs

Calcul Littéral, Présentation d'un calcul



Frédéric Menan

<https://lesdocsduprof.com/>

fmenan@cesi.fr

Juin 2025

Table des matières

1	UNITES	3
1.1	LES 7 GRANDEURS PHYSIQUES FONDAMENTALES	3
1.2	CONVERSIONS USUELLES.....	3
2	DE L'INTERET DU CALCUL LITTERAL	5
2.1	DU RISQUE DES APPROXIMATIONS SUCCESSIVES	5
2.2	ALORS QUE FAIRE ?.....	5
2.3	AUTRES AVANTAGES DU RAISONNEMENT LITTERAL.....	6
3	BONNES PRATIQUES DE PRESENTATION D'UN RESULTAT : CHIFFRES SIGNIFICATIFS .	7
4	EXERCICES.....	8
4.1	EXERCICE : DE LA TERRE A LA LUNE, JULES VERNE	8
4.2	EXERCICE : UN CUBE D'ACIER DE LA MASSE DE L'ATMOSPHERE ?	11
4.3	EXERCICE : PREFIXES / SUFFIXES	12
4.4	EXERCICE : VARIATION DE L'INTENSITE DANS UN DIPOLE ELECTRIQUE.....	13

Image de couverture : OLMER – Physique du brevet élémentaire. Cinquième édition. 1934

1 Unités

1.1 Les 7 grandeurs physiques fondamentales

Grandeur physique	Symbole	Unité Système international	Description
Longueur	l	Mètre (m)	Longueur parcourue dans le vide par la lumière pendant 1/299 792 458 seconde
Masse	m	Kilogramme (kg)	Masse du prototype en platine irradié du Bureau International des Poids et Mesures
Température	T	Kelvin (K)	1/273.16ème de la température thermodynamique du point triple de l'eau
Temps	t	Seconde (s)	Durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133
Intensité de courant électrique	I	Ampère (A)	Intensité qui dans deux conducteurs parallèles rectilignes de longueur infinie de section circulaire négligeable et placés à 1m de distance l'un de l'autre dans le vide produirait entre ces deux conducteurs une force de 2×10^{-7} N
Quantité de matière	n	Mole (mol)	Nombre d'atomes dans 0.012kg de carbone 12, soit 6.02×10^{23} (nombre d'Avogadro)
Intensité lumineuse	Iv	Candela (cd)	Intensité d'une source qui émet un rayonnement de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ Hz et dont l'intensité est 1/683 W/sr

Toutes les autres unités du Système international (SI) se déduisent de ces 7 unités fondamentales.

1.2 Conversions usuelles

1.2.1 Température

$$[^{\circ}\text{C}] = [\text{K}] - 273,15$$

$$[\text{K}] = [^{\circ}\text{C}] + 273,15$$

$$T(^{\circ}\text{C}) = (T(^{\circ}\text{F}) - 32)/1,8 \text{ (Fahrenheit } ^{\circ}\text{F)}$$

$$[\text{K}] = ([^{\circ}\text{F}] + 459,67) \cdot 5/9$$

1.2.2 Pression/Contrainte

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ Pa} = 1 \text{ N/mm}^2$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ atmosphère} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ torr} = 133,3 \text{ Pa}$$

1.2.3 Longueur

$$1 \text{ Angström} (\text{\AA}) = 10^{-10} \text{ m}$$

$$1 \text{ pouce (inch)} = 25.4 \text{ mm}$$

$$1 \text{ mile} = 1.609 \text{ km}$$

$$1 \text{ pied (foot)} = 304.8 \text{ mm}$$

$$1 \text{ yard} = 0,9144 \text{ m}$$

1.2.4 Volume

$$1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ Litre}$$

1.2.5 Angle

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

1.2.6 Force

$$1 \text{ kgf} = 9.807 \text{ N}$$

$$1 \text{ lbf} = 4.448 \text{ N}$$

1.2.7 Facteur d'intensité de contrainte

$$1 \text{ ksi}\sqrt{\text{in}} = 1.10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}} = 1.10 \text{ MN.m}^{-3/2}$$

1.2.8 Masse

$$1 \text{ livre} = 453.6 \text{ g}$$

1.2.9 Puissance

$$736 \text{ W} = 1 \text{ cv (cheval vapeur)}$$

$$746 \text{ W} = 1 \text{ hp (horsepower)}$$

1.2.10 Energie/chaueur

$$1 \text{ calorie} = 4.18 \text{ J}$$

$$1 \text{ eV} = 1,59.10^{-19} \text{ J (electron volt)}$$

$$1 \text{ Wh} = 3600 \text{ J (Watheure)}$$

2 De l'intérêt du calcul littéral

2.1 Du risque des approximations successives

Exemple (de calcul que l'on voit trop souvent sur des copies)

Soit un cylindre creux, épaisseur 1/3 pouce, rayon extérieur 1m, longueur 10m. Le cylindre est en acier, masse volumique 7000 kg/m³.

On veut calculer la masse du cylindre.

Exemple de raisonnement :

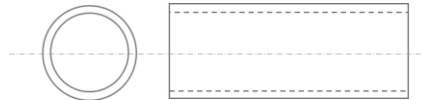
Epaisseur : $1/3 * 25,4\text{mm} \approx 8,47\text{mm}$

Rayon intérieur : $R_i \approx 1 - 8,47 \cdot 10^{-3} \approx 0,992$

Volume : $V \approx 10 * 3,14 * (1^2 - 0,992^2) \approx 0,5004 \text{ m}^3$

Masse : $m \approx 7000 * 0,5004 \approx \mathbf{3502,8 \text{ kg}}$

Valeur réelle : 3708,1 kg



Erreur $\approx 6\%$!!

2.2 Alors que faire ?

A NE PAS FAIRE :

- **faire les applications numériques intermédiaires et injecter le résultat dans la formule suivante**
- **Mêler de l'application numérique et du littéral**

A FAIRE :

- **Nommer toutes les variables si elles ne sont pas déjà définies (longueur L, épaisseur e.....)**
- **Réaliser tout le calcul en "littéral" puis réaliser l'application numérique et présenter le résultat final avec un nombre de chiffres significatif cohérent**

Si on reprend l'exemple précédent en calcul littéral (avec des symboles !)

$$R_i = R_e - e$$

$$V = L \cdot \pi \cdot (R_e^2 - (R_e - e)^2)$$

$$m = \rho \cdot L \cdot \pi \cdot (R_e^2 - (R_e - e)^2)$$

2.3 Autres avantages du raisonnement littéral

- Eviter les approximations successives
- Mettre en évidence la participation de chaque variable au résultat final
- Pouvoir tracer une courbe du résultat en fonction d'une des variables
- Pouvoir refaire le calcul rapidement si une valeur change
- Présenter un raisonnement scientifique dans un rapport, un examen, un devoir maison
- Négliger des termes et modifier les expressions

Exemple précédent :

$$m = \rho . L . \pi . (R_e^2 - (R_e - e)^2) = \rho . L . \pi . (R_e^2 - R_e^2 + 2 . e . R_e - e^2)$$

Si e très inférieure à R_e , on peut écrire $m = \rho . L . \pi . (2 . e . R_e)$. Application numérique : **$m=3723,8\text{kg}$**

Conclusion de l'exemple

Approximations successives	3502,8
Valeur littérale avec simplification e très inférieure à R_e	3723,8
Valeur réelle	3708,1

3 Bonnes pratiques de présentation d'un résultat : chiffres significatifs

Les chiffres autres que zéro sont toujours significatifs.

Le zéro n'est pas significatif quand il est à gauche des autres chiffres. Il est significatif si placé à droite.

Un entier a un nombre infini de chiffres significatifs

Choix du nombre de chiffres significatifs pour la présentation d'un résultat

- Le résultat d'un calcul ne peut être exprimé avec une précision supérieure à celle de la donnée utilisée connue ayant la plus faible précision
 - **Addition / soustraction** : le résultat ne peut pas avoir plus de **décimales** que le terme qui en comporte le moins
 - **Multiplication / division** : le résultat ne peut pas avoir plus de **chiffres significatifs** que le terme qui en comporte le moins

Choix de la valeur arrondie

- Si le premier chiffre enlevé < 5 , dernier chiffre inchangé
- Si le premier chiffre enlevé > 5 ou $= 5$ suivi de chiffres $\neq 0$, dernier chiffre restant augmenté de 1
- Si le premier chiffre enlevé $= 5$ suivi de zéros, dernier chiffre inchangé s'il est pair, augmenté de 1 si impair

4 Exercices

4.1 Exercice : De la Terre à la Lune, Jules Verne

« Mes braves collègues, dit Barbicane, notre *canon* doit être d'une grande ténacité, d'une grande dureté, infusible à la chaleur, indissoluble et inoxydable à l'action corrosive des acides.

-Il n'y a pas de doute à cet égard, répondit le major, et comme il faudra employer une quantité considérable de métal, nous n'aurons pas l'embarras du choix.

-Eh bien, alors, dit Morgan, je propose pour la fabrication de la Columbiad le meilleur alliage connu jusqu'ici, c'est-à-dire cent parties de cuivre, douze parties d'étain et six parties de laiton.

-Mes amis, répondit le président, j'avoue que cette composition a donné des résultats excellents; mais, dans l'espèce, elle coûterait trop cher et serait d'un emploi fort difficile. Je pense donc qu'il faut adopter une matière excellente, mais à bas prix, N'est-ce pas votre avis, major?

-Parfaitement, répondit Elphiston.

Je pense donc qu'il faut adopter une matière excellente, mais à bas prix, telle que la fonte de fer.

-En effet, reprit Barbicane, la fonte de fer coûte dix fois moins que le bronze, elle est facile à fondre, elle se coule simplement dans des moules de sable, elle est d'une manipulation rapide; c'est donc à la fois économie d'argent et de temps [...].

—Cependant, la fonte est très cassante, répondit Morgan.

—Oui, mais très résistante aussi; d'ailleurs, nous n'éclaterons pas, je vous en réponds.

—On peut éclater et être honnête, répliqua sentencieusement J.-T. Maston.

—Évidemment, répondit Barbicane. Je vais donc prier notre digne secrétaire de calculer le poids d'un canon de fonte long de neuf cents pieds, d'un diamètre intérieur de neuf pieds, avec des parois de six pieds d'épaisseur.

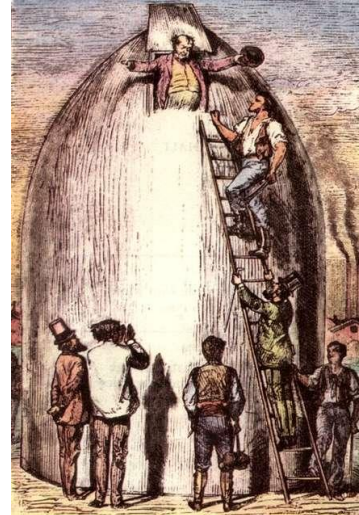
—A l'instant, » répondit J.-T. Maston.

Et, ainsi qu'il avait fait la veille, il aligna ses formules avec une merveilleuse facilité, et dit au bout d'une minute :

« Ce canon pèsera soixante-huit mille quarante tonnes (68,040,000 kg).

—Et à deux cents la livre (10 centimes), il coûtera? . . .

—Deux millions cinq cent dix mille sept cent un dollars (13,608,000 francs). »



J.-T. Maston, le major et le général regardèrent Barbicane d'un air inquiet.

« Eh bien! Messieurs, dit le président, je vous répéterai ce que je vous disais hier, soyez tranquilles, les millions ne nous manqueront pas! ». Sur cette assurance de son président, le Comité se sépara, après avoir remis au lendemain soir sa troisième séance.

Mais quel métal comptez-vous donc employer pour le projectile?

—De la fonte de fer, tout simplement, dit le général Morgan.

—Peuh! de la fonte! s'écria J.-T. Maston avec un profond dédain, c'est bien commun pour un boulet destiné à se rendre à la Lune.

—N'exagérons pas, mon honorable ami, répondit Morgan; la fonte suffira.

—Eh bien! alors, reprit le major Elphiston, puisque la pesanteur du boulet est proportionnelle à son volume, un boulet de fonte, mesurant neuf pieds de diamètre, sera encore d'un poids épouvantable!

—Oui, s'il est plein; non, s'il est creux, dit Barbicane.

—Creux! ce sera donc un obus?

—Oui, un obus, répondit Barbicane; il le faut absolument; un boulet plein de cent huit pouces pèserait plus de deux cent mille livres, poids évidemment trop considérable; cependant, comme il faut conserver une certaine stabilité au projectile, je propose de lui donner un poids de cinq mille livres.

—Quelle sera donc l'épaisseur de ses parois? demanda le major.

—Si nous suivons la proportion réglementaire, reprit Morgan, un diamètre de cent huit pouces exigera des parois de deux pieds au moins.

—Ce serait beaucoup trop, répondit Barbicane; remarquez-le bien, il ne s'agit pas ici d'un boulet destiné à percer des plaques; il suffira donc de lui donner des parois assez fortes pour résister à la pression des gaz de la poudre. Voici donc le problème : quelle épaisseur doit avoir un obus en fonte de fer pour ne peser que vingt mille livres? Notre habile calculateur, le brave Maston, va nous l'apprendre séance tenante.

—Rien n'est plus facile, » répliqua l'honorable secrétaire du Comité.

Et ce disant, il traça quelques formules algébriques sur le papier; on vit apparaître sous sa plume des π et des x élevés à la deuxième puissance. Il eut même l'air d'extraire, sans y toucher, une certaine racine cubique, et dit:

« Les parois auront à peine deux pouces d'épaisseur.

—Sera-ce suffisant? demanda le major d'un air de doute.

—Non, répondit le président Barbicane, non, évidemment.

—Eh bien! alors, que faire? reprit Elphiston d'un air assez embarrassé.

—Employer un autre métal que la fonte.

Du cuivre? dit Morgan.

—Non, c'est encore trop lourd; et j'ai mieux que cela à vous proposer.

—Quoi donc? dit le major.

—*De l'aluminium*, répondit Barbicane.

—De l'aluminium! s'écrièrent les trois collègues du président.

—Sans doute, mes amis. Vous savez qu'un illustre chimiste français, Henry Sainte-Claire-Deville, est parvenu, en 1854, à obtenir l'aluminium en masse compacte. Or ce précieux métal a la blancheur de l'argent, l'inaltérabilité de l'or, la ténacité du fer, la fusibilité du cuivre et la légèreté du verre; il se travaille facilement, il est extrêmement répandu dans la nature, puisque l'alumine forme la base de la plupart des roches, il est trois fois plus léger que le fer, et il semble avoir été créé tout exprès pour nous fournir la matière de notre projectile!

—Hurrah pour l'aluminium!

Questions

Q1/ Que vaut la masse volumique de la fonte étudiée ?

Q2/ Quelle est l'épaisseur de l'obus en pouce ?

Correction

CANON	pieds	m		PROJECTILE	
longueur	900,00	274,32		Diamètre (pieds)	9,00
Di	9,00	2,74		Diamètre (m)	2,74
Ep	6,00	1,83			
De	21,00	6,40		Re (m)	1,37
Volume (m3)	7 205,76			masse (livres)	20 000,00
Masse (kg)	68 040 000,00			masse (kg)	9 072,00
masse volum fonte (kg/m3)	9 442,45			masse volumique (kg/m3)	9 442,45
				Ri (m)	1,33
				Ep (m)	0,0419
				Ep (inch)	1,65

4.2 Exercice : un cube d'acier de la masse de l'atmosphère ?

On souhaite calculer la masse totale de l'atmosphère terrestre. On assimile l'atmosphère à un volume d'air ayant la forme d'une sphère creuse, volume compris entre la surface de la Terre et l'espace.

1. Déterminer l'expression littérale de la masse totale de l'atmosphère terrestre et réaliser l'application numérique
2. Quel côté doit-on donner à un cube d'acier pour qu'il pèse autant que l'atmosphère terrestre ?

Données

- Rayon de la Terre : 6371 km
- Epaisseur de l'atmosphère : 8.4 km
- Masse volumique moyenne de l'air : 1.2 g/litre
- Masse volumique de l'acier : 7555 kg/m³

Correction

$$m = 5,2.10^{18} \text{ kg}$$

Le volume V de l'atmosphère terrestre est :

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (R_e^3 - R_i^3)$$

Avec :

R_i : rayon de la Terre

et $R_e = R_i + e$

e : épaisseur de l'atmosphère

donc

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot ((R_i + e)^3 - R_i^3)$$

La masse totale m de l'atmosphère terrestre est donnée par

$$m = \rho_{air} \cdot V$$

donc

$$m = \rho_{air} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot ((R_i + e)^3 - R_i^3)$$

AN :

$$m = 1.2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot ((6371000 + 8400)^3 - 6371000^3)$$

$$m = 5.2 \cdot 10^{18} kg$$

Remarque : $1.2g/L = 1.2kg/m^3$

Q2/ Soit x le côté du cube. On veut

$$m_{air} = \rho_{acier} \cdot x^3$$

Donc

$$x = \sqrt[3]{\frac{m_{air}}{\rho_{acier}}}$$

Application numérique : $x \approx 88 km$

4.3 Exercice : prefixes / suffixes

Le préfixe iso- signifie "égal".

a) Donner l'adjectif d'une transformation à température constante

b) Donner l'adjectif d'un matériau aux propriétés identiques dans toutes les directions.

Le préfixe a- signifie "sans" (exemple ; aphone signifie "sans voix").

c) Donner l'adjectif d'un matériau dont les atomes ne sont pas organisés dans l'espace de façon ordonnée.

Correction

Isotherme / isotrope / amorphe

4.4 Exercice : variation de l'intensité dans un dipôle électrique

Soit U la tension électrique entre les bornes d'une résistance R .

1/ Rappeler l'expression de l'intensité I qui traverse la résistance

2/ Soit $U = 100 \text{ V}$, $R = 50 \Omega$, $\Delta U = 1 \text{ V}$ et $\Delta R = 2 \Omega$.

Calculer la variation ΔI de l'intensité I dans la résistance.

Rappel : la différentielle totale de la fonction $f(x,y)$ a pour expression

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

Correction

1/ Loi d'Ohm

$$I = \frac{U}{R}$$

2/

$$df = \frac{1}{R} \cdot dU - \frac{U}{R^2} \cdot dR$$

Donc

$$\Delta I = \frac{1}{50} \times 1 - \frac{100}{50^2} \times 2 = -0,06 \text{ A}$$