

Béton Armé : Dimensionnement des armatures

Table des matières

Introduction	1
1 Hypothèses générales	1
2 Semelles en béton armé	2
2.1 Hauteur de la semelle : éclairages sur la méthode des bielles.....	2
2.2 Espacement e	4
2.3 Valeur réelle de d	4
2.4 Vérification au poinçonnement	5
3 Poutres en béton armé sollicitées en flexion	6
3.1 Schématisation	6
3.2 Données matériaux.....	7
3.3 Mise en place des équations.....	7
3.4 Notion de pivot	11
3.5 Vérifications diverses après calcul des sections d'armature	15
3.6 Cas des poutres en T	18
4 Références bibliographiques	21

Introduction

On propose dans ce document d'apporter des éclairages sur le dimensionnement des armatures en acier pour béton armé.

Les dimensions de la poutre, la résistance du béton et la résistance des armatures sont **connues**.

L'objectif est de **déterminer la section d'acier nécessaire**.

Ce cours s'inspire notamment de l'ouvrage de J.-L. Granju, *Béton armé: théorie et applications selon l'Eurocode 2*, 2e édition. Eyrolles, 2016.

1 Hypothèses générales

La complexité du matériau béton armé, des sollicitations et des éléments de structure en béton armé imposent des hypothèses simplificatrices énoncées ci-dessous [1, p. 163]. Certaines sont communes aux hypothèses classiques de la Résistance des Matériaux.

- Dans les limites des efforts imposés, l'adhérence est supposée complète entre les armatures et le béton. Les armatures subissent donc les mêmes déformations que le béton adjacent.
- Le module d'élasticité en compression du béton est constant

- La résistance du béton à la traction est nulle, ou tout au moins trop faible pour qu'on en tienne compte
- La tension initiale déterminée par le retrait du béton pendant la prise est négligée.

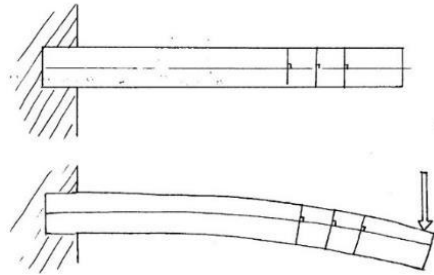


Figure 1. Hypothèse : les sections planes restent planes après déformation

2 Semelles en béton armé

Une semelle isolée est une fondation en béton armé située sous un poteau ou pilier, conçue pour supporter une charge concentrée et la transmettre à un sol stable, évitant ainsi les affaissements ou déséquilibres (rupture du sol d'assise).

2.1 Hauteur de la semelle : éclairages sur la méthode des bielles

On va considérer que le béton se comporte comme un ensemble de bielles, toutes articulées au point O (Figure 3), et reliées en divers points au niveau de l'axe des armatures. Elles travaillent en compression, tandis que les armatures d'acier travaillent en traction.

Une bielle est une pièce ayant la forme d'un segment de droite, articulée à chaque extrémité.

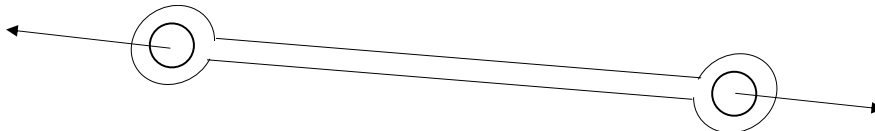


Figure 2. Schématisation d'une bielle

On suppose que toutes les bielles comprimées passent par un point O tel que

$$\frac{B}{h_0} = \frac{(B - b)}{d}$$

On suppose que la contrainte au sol est la même en tout point, et telle que, pour une longueur de 1m

$$\sigma_{sol} = \frac{P_u}{B \times 1m}$$

P_u : effort induit par le poteau à l'état limite ultime.

La réaction dR du sol, sur une surface de largeur dx et de longueur 1m, est donc

$$dR = \sigma_{sol} \cdot dx = \frac{P_u}{B} \cdot dx$$

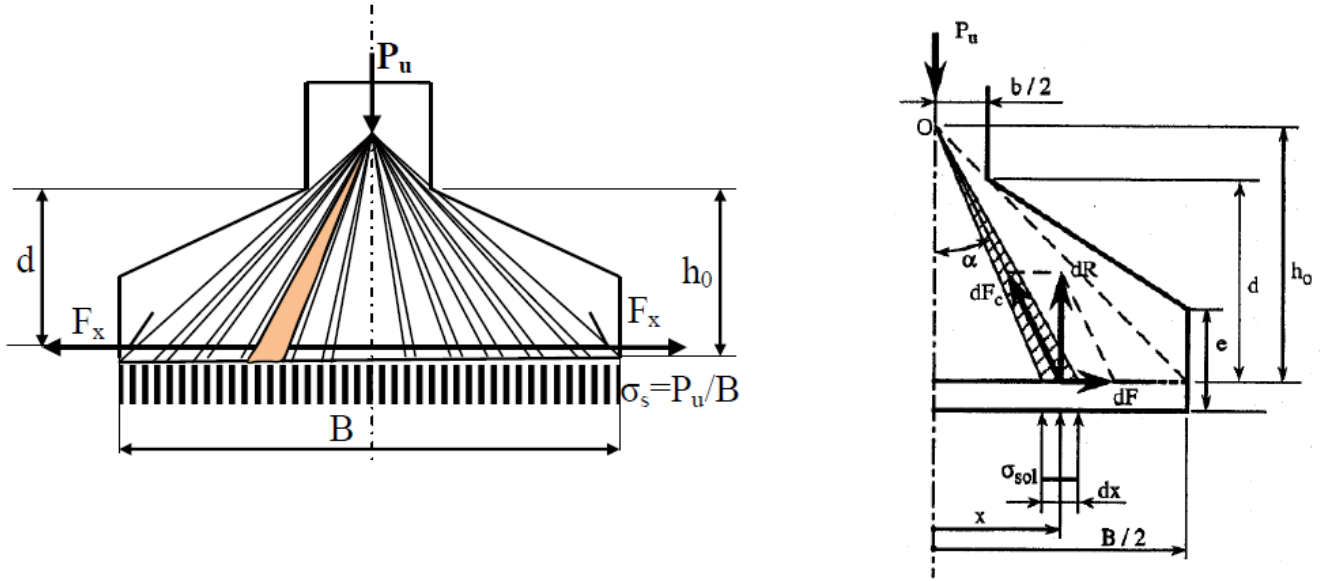


Figure 3. Transmission de l'effort normal selon des bielles de béton comprimées. Equilibre d'un tronçon élémentaire d'armature [2]

L'effort dR induit un effort de compression dF_c dans la bielle et un effort de traction dF_x dans l'armature.

$$\tan \alpha = \frac{dF_x}{dR}$$

avec

$$\tan \alpha = \frac{x}{h_0}$$

Donc

$$dF_x = \frac{x}{h_0} \cdot \frac{P_u}{B} \cdot dx$$

L'effort de traction F_x résultant en $x = 0$ est la somme des efforts dF_x dans les armatures :

$$F_x = \int_0^{B/2} dF_x = \int_0^{B/2} \frac{x}{h_0} \cdot \frac{P_u}{B} \cdot dx = \frac{P_u}{B \cdot h_0} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{B/2} = \frac{P_u}{B \cdot h_0} \cdot \frac{B^2}{8}$$

Or

$$\frac{B}{h_0} = \frac{B - b}{d}$$

Donc

$$F_x = \frac{P_u \cdot (B - b)}{8d}$$

Par sécurité on prend

$$F_x = \frac{P_u \cdot (B - b)}{8d} \times 1,15 \approx \frac{P_u \cdot (B - b)}{8 \times 0,9d}$$

Si on définit un moment M_u et z tels que

$$M_u = \frac{P_u \cdot (B - b)}{8 \times 0,9d}$$

$$z = 0,9d$$

On a

$$F_x = \frac{M_u}{z}$$

Critère de résistance des armatures : la contrainte doit être inférieure à la limite d'élasticité σ_s de l'acier

$$\frac{F_x}{A_s} = \sigma_s$$

Avec A_s section des armatures. Finalement

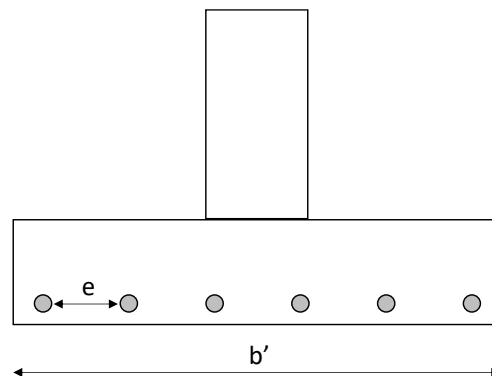
$$A_s = \frac{F_x}{\sigma_s} = \frac{M_u}{z \cdot \sigma_s}$$

2.2 Espacement e

$$e = \frac{b' - 2c - n \cdot \phi}{n - 1}$$

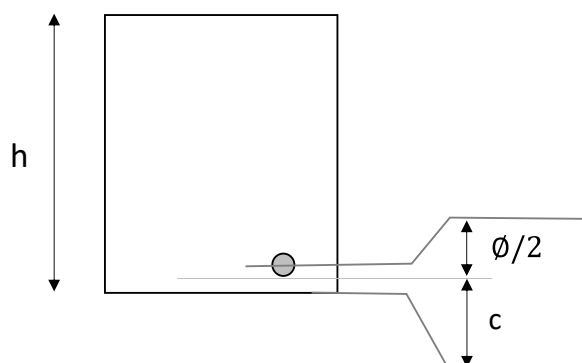
Avec

- b' : largeur de la semelle
- c : enrobage
- n : nombre d'armatures
- ϕ : diamètre des armatures



Remarque : on fixe en général, pour choisir le ferrailage et l'espacement, que e ne doit pas être supérieur à la hauteur de la semelle.

2.3 Valeur réelle de d



2.4 Vérification au poinçonnement

2.4.1 Illustration du phénomène

Le phénomène de poinçonnement est illustré ci-dessous.

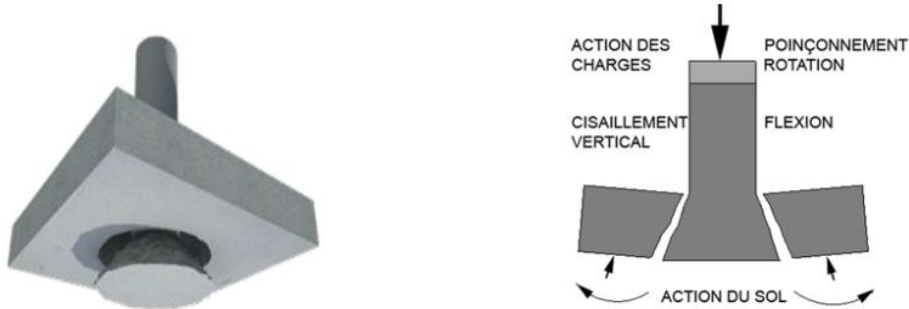


Figure 4. Poinçonnement d'une semelle isolée. Images issues de [2]

2.4.2 Effort de poinçonnement

L'effort tranchant dans la section cisailée est $V_{ed,red}$ (notation Eurocode 2) tel que

$$V_{ed,red} = V_{ed} - \Delta V_{ed}$$

V_{ed} : effort tranchant dû à la charge transmise par le poteau (en N)

ΔV_{ed} : Réaction du sol à l'intérieur du contour de contrôle (en N)

2.4.3 Contrainte de poinçonnement

Soit v_{ed} la contrainte de poinçonnement (en N/m²) dans le semelle, alors

$$v_{ed} = \frac{V_{ed,red}}{\mu_1 \cdot d}$$

$\mu_1 \cdot d$: section cisailée en m²

μ_1 : périmètre de poinçonnement

2.4.4 Critère de résistance au cisaillement

Si

$$v_{ed} \leq v_{rd}$$

alors aucune armature d'effort tranchant n'est nécessaire (mais on en mettra un peu par sécurité.....).

v_{rd} : résistance du béton armé au poinçonnement

$$v_{rd} = \max \{ C_{Rd,c} \cdot k (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}}, V_{min} \} \times \frac{2d}{a}$$

ρ : pourcentage moyen d'acier en fonction du ferrailage A_{sx} et A_{sy}

f_{ck} : résistance caractéristique à la compression du béton déterminée sur éprouvettes cylindriques

2.4.5 Critère de non écrasement des bielles

On doit aussi vérifier le critère suivant :

$$v_{ed} \leq v_{rd,max}$$

Avec

$$v_{rd,max} = 0,5v \cdot f_{cd}$$

où

$$v = 0,6 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right)$$

3 Poutres en béton armé sollicitées en flexion

3.1 Schématisation

3.1.1 Longueur efficace

On cherche à schématiser la poutre BA comme ci-dessous :

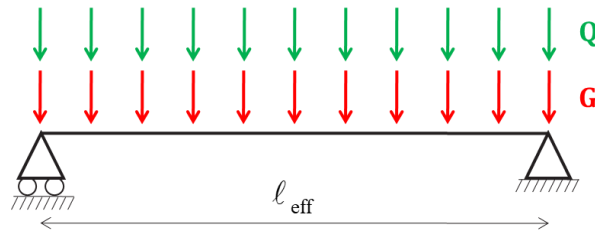


Figure 5. Schéma RDM d'une poutre BA

Or le plan de la poutre est en général tel que ci-dessous. t_1 et t_2 sont les largeurs des appuis 1 et 2.

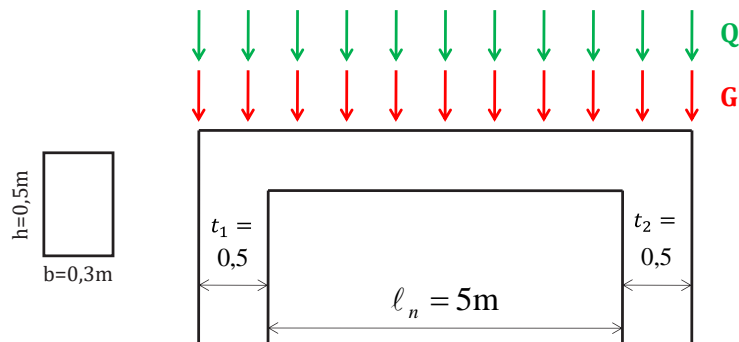


Figure 6. Géométrie d'une poutre BA

La longueur efficace l_{eff} sera définie par :

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2$$

Dans l'exemple ci-dessus,

$$a_1 = \min \left(\frac{h}{2}; \frac{t_1}{2} \right) = 0,25 \text{ m}$$

$$a_2 = \min\left(\frac{h}{2}; \frac{t_2}{2}\right) = 0,25 \text{ m}$$

3.2 Données matériaux

3.2.1 Béton

Pour un béton C25/30, la résistance à la compression f_{ck} est de 25 MPa. Cependant, par sécurité on utilise une valeur plus faible pour les calculs, appelée f_{cd} et telle que

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ MPa}$$

3.2.2 Acier

Pour un acier S500, la limite d'élasticité garantie f_{yk} est de 500 MPa. Cependant, par sécurité on utilise une valeur plus faible pour les calculs, appelée f_{yd} et telle que

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

3.3 Mise en place des équations

On propose de retrouver les équations de dimensionnement des armatures en acier dans des structures en béton sollicitées en flexion.

La situation de départ est la Figure 7 : par **calcul de RDM** : on a obtenu M_G et N , moment fléchissant au centre de gravité G de la section et effort normal N dans la section (Figure 7).

On peut déplacer cette action mécanique de G à A . Au point A passe l'axe des armatures.

Le moment devient M_A et l'effort normal reste N .

Pour simplifier, dans ce document on prendra $N=0$.

$N = 0 \Rightarrow M_A = M_G \Rightarrow M_A$ et M_G sont souvent confondus dans une même notation M .

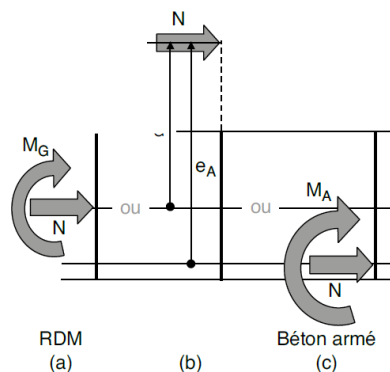


Figure 7. (a) Moment fléchissant M_G et effort normal N calculés à la fibre neutre de la poutre (en G centre de gravité de la section), par les formules classiques de RDM (b) Si la poutre est soumise à un effort normal N désaxé, il se crée également un moment fléchissant et un effort normal en A , centre des armatures d'acier (c) M_G et N créent un moment fléchissant M_A et un effort normal N en A , centre des armatures d'acier Source image [3]

On considère que la section est à l'équilibre. Les profils des contraintes et des déformations dans la partie comprimée du béton sont donnés en Figure 8.

L'effort total de compression dans le béton (zone hachurée) est appelé F_c .

Cet effort induit un effort de traction F_s dans les armatures de section A_s en bas de la poutre. Les armatures subissent alors la déformation ε_s et la contrainte σ_s .

Dans la zone comprimée du béton on définit :

- x : hauteur de la zone comprimée
- d : hauteur utile de la poutre

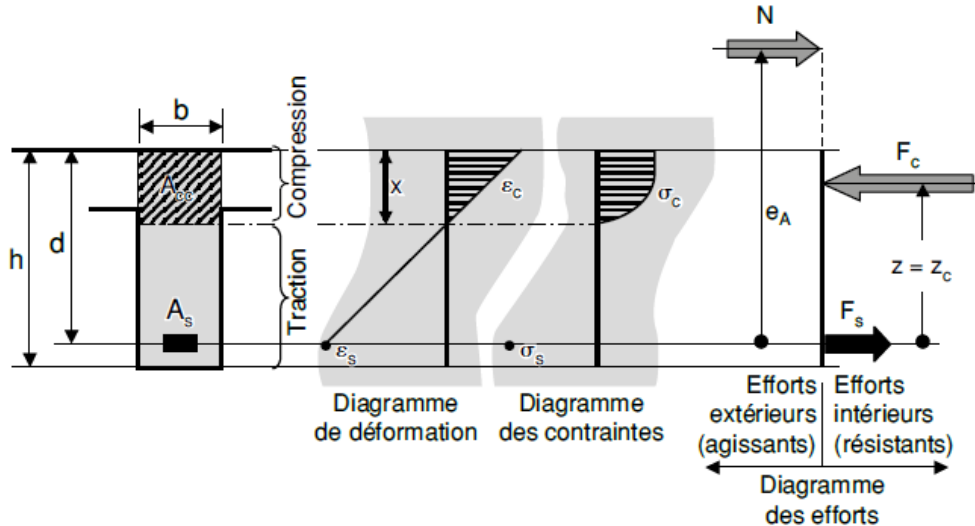


Figure 8. Equilibre de la section [3]

3.3.1 Paramétrage de la zone comprimée du béton

Considérons le cas où le moment fléchissant et l'effort normal induisent des déformations en compression allant **du haut de la poutre à une distance x du haut de la poutre**. C'est donc entre $h/2$ et $h/2-x$ que le béton est comprimé.

On suppose alors que la répartition des **déformations** est **linéaire**, conséquence des hypothèses générales formulées au paragraphe 1 (les sections planes restent planes).

On peut schématiser le comportement en compression du béton armé par la courbe contrainte-déformation ci-dessous :

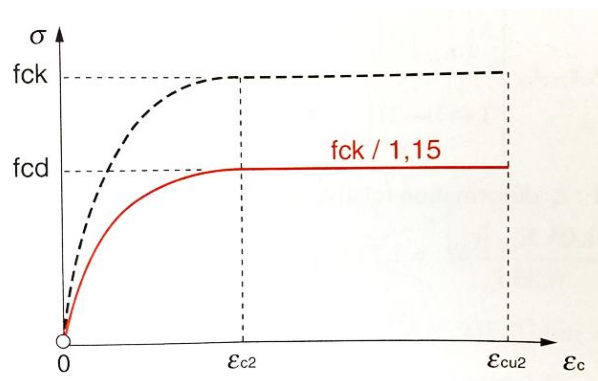


Figure 9. Courbe contrainte déformation du béton en compression [1]

La courbe contrainte-déformation en compression du béton explique le diagramme parabolique des contraintes (Figure 8), paramétré en Figure 10.

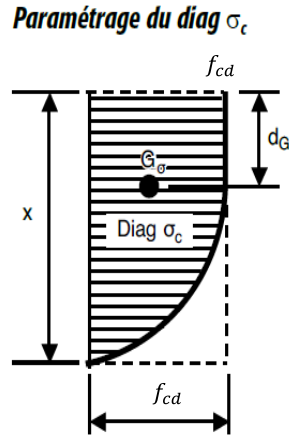


Figure 10. Zone de béton comprimée au sein de la poutre [3]

3.3.2 Equilibre des moments en A

Soit z_c la distance entre les armatures et le centre de gravité de la zone de béton comprimée (Figure 8). z_c est le bras de levier des forces internes.

L'analyse de la Figure 8 et de la Figure 10 montre que

$$z_c = d - d_G$$

Si on définit les variables δ_G et α telles que

$$\delta_G = \frac{d_G}{x}$$

$$\alpha = \frac{x}{d}$$

on a alors

$$z_c = d - \delta_G \cdot x = d - \delta_G \cdot \alpha \cdot d$$

α est un paramètre adimensionnel et δ_G est appelé coefficient de centre de gravité.

Finalement

$$z_c = d \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha)$$

Soit F_c la force de compression agissant sur le béton. Par définition

$$F_c = \int_{\text{Section comprimée de béton}} \sigma \cdot dS$$

Avec $S = b \cdot x$ surface de la zone comprimée et σ contrainte normale dans la zone comprimée.

On peut écrire

$$F_c = \int_0^x \int_0^b \sigma dz dy = b \cdot \int_0^x \sigma_c dz$$

L'intégrale $\int_0^x \sigma_c dz$ est l'aire du profil des contraintes dans la partie comprimée du béton (Figure 10).

On définit le coefficient Ψ , appelé coefficient de remplissage (sans dimension), tel que

$$\Psi = \frac{\text{aire du profil des contraintes } \sigma_c}{\text{aire du rectangle } x \cdot f_{cd}}$$

Or selon le paramétrage défini,

$$\int_0^x \sigma_c dz = \Psi \cdot x \cdot f_{cd}$$

On a donc

$$F_c = b \cdot \Psi \cdot x \cdot f_{cd}$$

Soit M_A le moment fléchissant sur la poutre, exprimé au centre de la section des armatures.

L'équilibre des moments en A énonce :

$$M_A - F_c \cdot z_c = 0 \Leftrightarrow M_A = F_c \cdot z_c$$

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} z_c = d \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha) & (1) \\ F_c = b \cdot \Psi \cdot x \cdot f_{cd} & (2) \\ M_A = F_c \cdot z_c & (3) \end{cases}$$

Par conséquent

$$M_A = b \cdot \Psi \cdot x \cdot f_{cd} \cdot d \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha)$$

Or on a défini le paramètre adimensionnel α tel que $\alpha = \frac{x}{d}$, donc on peut remplacer x dans l'équation précédente par $\alpha \cdot d$:

$$M_A = b \cdot \Psi \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot d^2 \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha)$$

On définit alors μ , paramètre sans dimension appelé *moment réduit*, tel que

$$\mu = \frac{M_A}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

On rappelle que :

$N = 0 \Rightarrow M_A = M_G \Rightarrow M_A$ et M_G sont souvent confondus dans une même notation M .

L'équilibre des moments en A devient, avec μ : moment réduit.

$$\mu = \Psi \cdot \alpha \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha)$$

Calculer l'équilibre de la section étudiée revient donc à calculer le moment réduit μ .

$$\mu = \frac{M}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

M : moment de flexion au centre de gravité de la section étudiée

b : largeur de la section

f_{cd} : contrainte admissible en compression dans le béton

d : hauteur utile de la section

3.3.3 Cas du diagramme rectangle, construction du diagramme des pivots et valeurs frontières du moment réduit μ

On considère que la zone comprimée de béton a pour allure un des deux diagrammes ci-dessous.

Avec $\Psi = 0.8$ et $\delta_G = 0.4$, l'équation $\mu = \Psi \cdot \alpha \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha)$ devient

$$\alpha = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu})$$

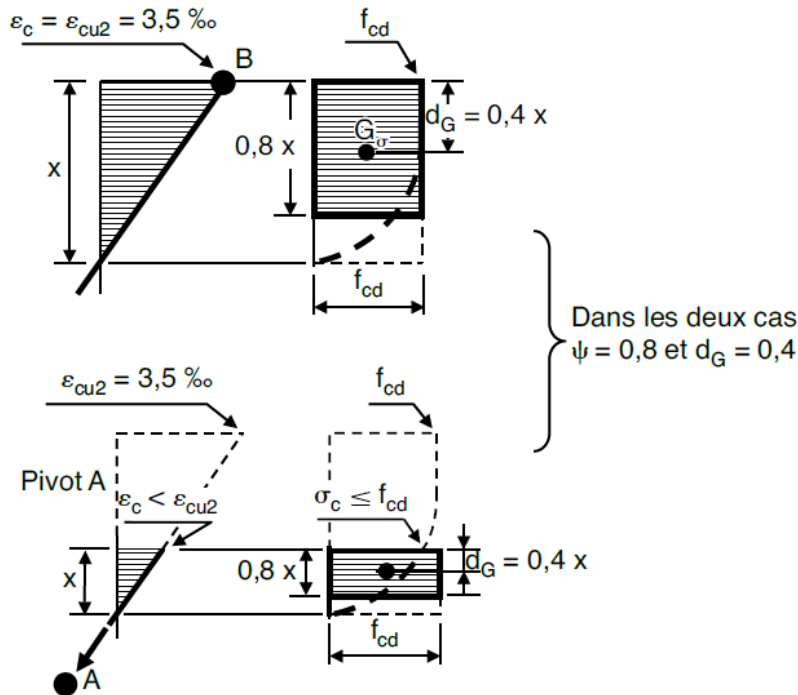


Figure 11. Caractéristiques et valeurs de ψ et δ_G du diagramme rectangle et comparaison avec le diagramme parabole-rectangle Réf [3]

3.4 Notion de pivot

3.4.1 Diagramme des déformations et pivots A et B

Lorsque la poutre est sollicitée, plusieurs situations limites peuvent apparaître :

- La déformation en traction ε_s dans l'acier peut atteindre la déformation maximale admissible ε_{ud} de l'acier, avant que la déformation ε_c dans le béton n'atteigne la déformation maximale admissible du béton ε_{cu2} . On parle de **pivot A**.
- La déformation en compression ε_c dans le béton peut atteindre la déformation maximale admissible du béton en compression ε_{cu2} avant que la déformation en traction ε_s dans l'acier n'atteigne la déformation maximale admissible de l'acier ε_{ud} . On parle de **pivot B**.

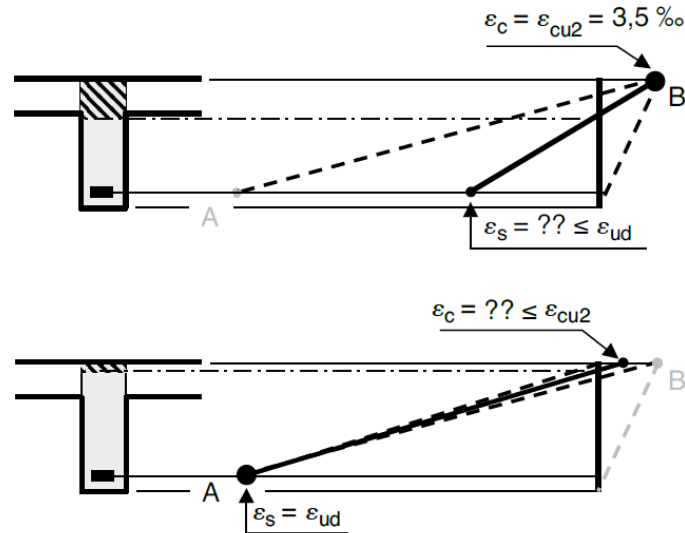


Figure 12. Notion de pivot A et b

On va exploiter le schéma ci-dessous pour identifier les domaines du diagramme des déformations.

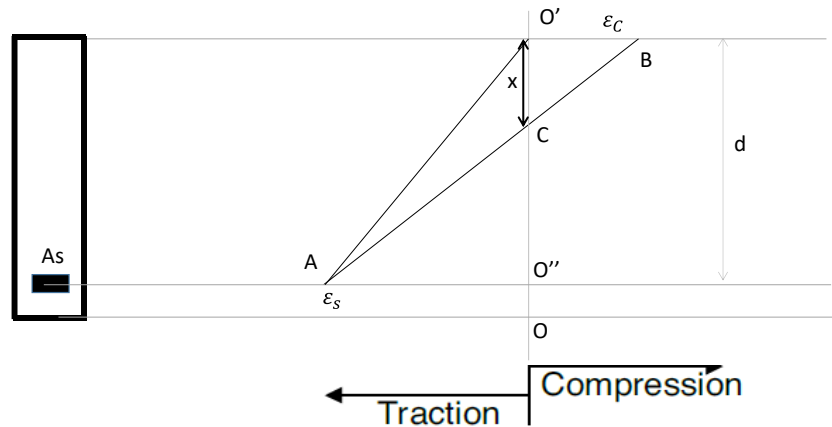


Figure 13. Schéma pour l'analyse des différentes frontières du diagramme des déformations dans la poutre

Frontière AO'

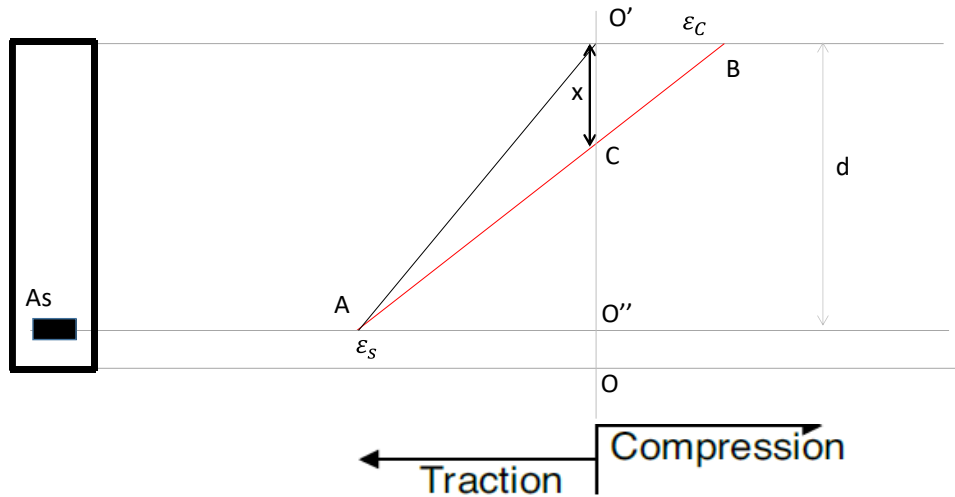
Si le profil de déformation suit la ligne AO', aucune zone du béton n'est comprimée.

$F_C = 0$ et

$$\mu = 0$$

Frontière AB

Si le profil de déformation suit la ligne AB, on a alors la figure suivante :



On appelle C le point de la section où la déformation est nulle dans la poutre.

Les triangles O'BC et O''CA sont semblables donc :

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d - x}$$

Donc

$$\frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

Or on a défini α tel que $\alpha = x/d$ donc

$$\alpha = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

Avec

- Déformation maximale admissible du béton en compression : $\varepsilon_{cu2} = 3.5\text{‰}$
- Déformation maximale admissible de l'acier en traction $\varepsilon_{ud} = 45\text{‰}$

On obtient

$$\alpha = 0.072$$

La valeur du moment réduit correspondant est

$$\mu = \Psi \cdot \alpha \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha) = 0.8 \times 0.072 \times (1 - 0.4 \times 0.072) = 0.056$$

A la frontière O''B

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cu2}$$

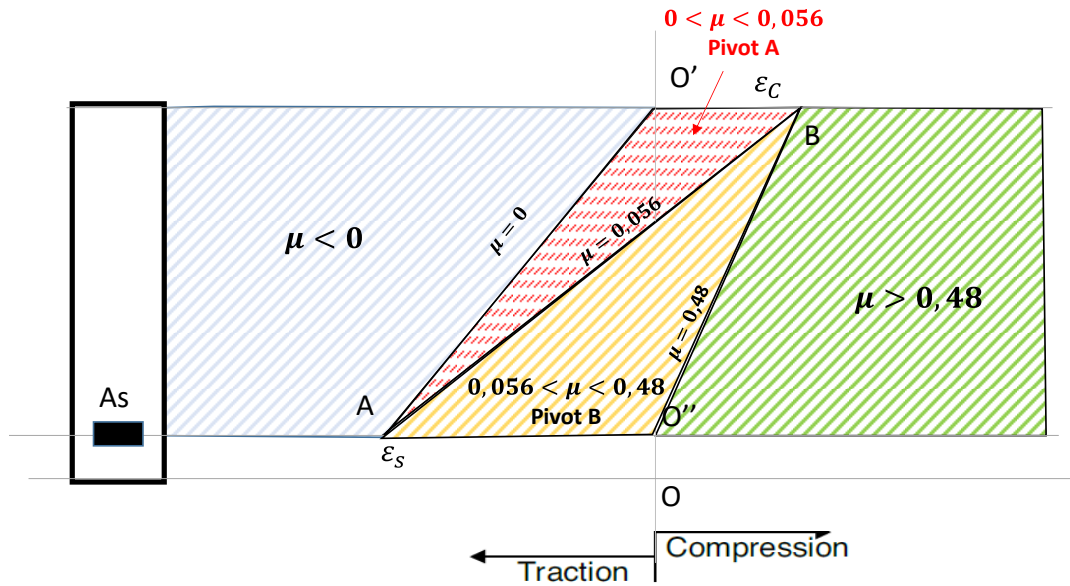
$$\varepsilon_s = 0$$

$$\alpha = \frac{x}{d} = 1$$

La valeur du moment réduit correspondant est

$$\mu = \Psi \cdot \alpha \cdot (1 - \delta_G \cdot \alpha) = 0.8 \cdot (1 - 0.4) = 0.48$$

On résume ci-dessous les situations dans la poutre en fonction de la valeur de μ .



Si on suppose une flexion pure (moment fléchissant non nul et effort normal nul), la somme des contraintes normales sur une section doit être nulle.

Or lorsque $\mu < 0$ l'ensemble de la poutre est en compression et l'équilibre n'est pas satisfait.

De même, lorsque $\mu > 0.48$ l'ensemble de la poutre est en traction et l'équilibre n'est pas satisfait.

3.4.2 Limite économique d'utilisation des aciers

Si les aciers sont sollicités à une déformation inférieure à leur limite d'élasticité, ils sont sous-utilisés car leur section pourrait être réduite. On parle de limite économique des aciers.

Pour optimiser la section d'acier, on souhaite qu'ils soient utilisés au-delà de leur déformation à la limite d'élasticité, soit

$$\varepsilon_s > \varepsilon_{yd}$$

Avec ε_{yd} déformation à la limite d'élasticité ($\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E$ avec f_{yd} limite d'élasticité).

Pour $f_{yd} = 500 \text{ MPa}$ (acier S500), un coefficient de sécurité de 1.15 sur f_{yd} et un module E de 200 000 MPa on obtient

$$\varepsilon_{yd} = \frac{500/1.15}{200000} = 2.17\text{‰}$$

Dans ce cas,

$$\alpha = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \approx 0.617$$

La valeur du moment réduit est alors

$$\mu = 0.617 * 0.8 * (1 - 0.4 * 0.617) = 0.37$$

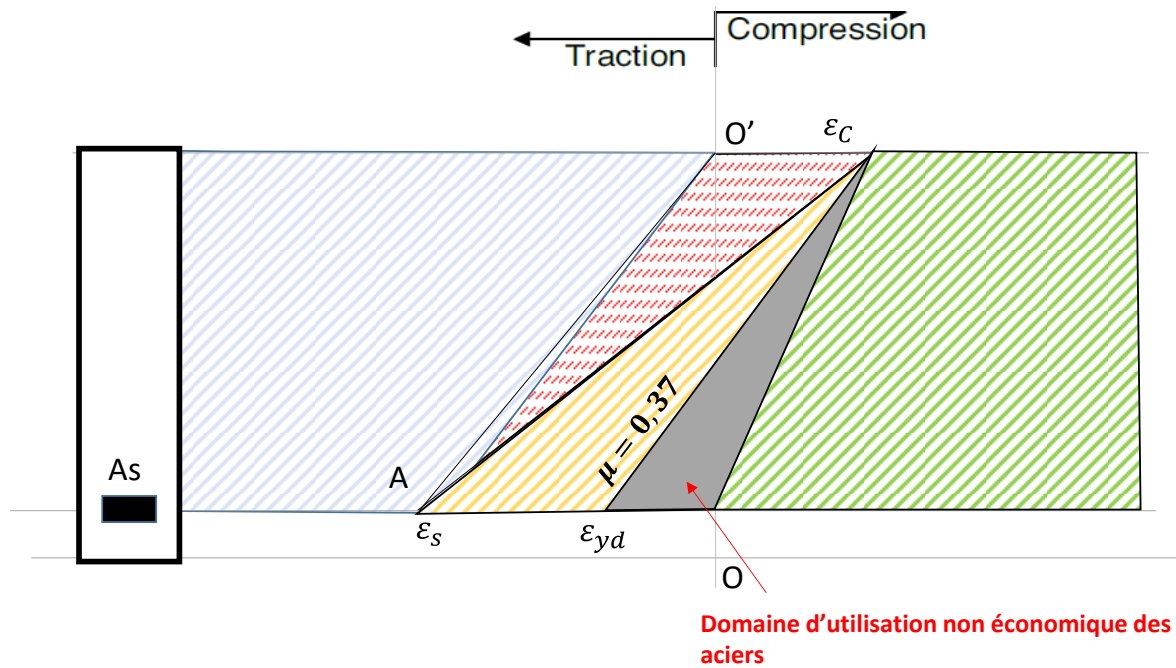


Figure 14. En gris : domaine d'utilisation non économique des aciers

3.5 Vérifications diverses après calcul des sections d'armature

3.5.1 Limite de non fragilité

Dans le domaine des matériaux, un matériau est dit fragile s'il casse sans déformation plastique notable (exemples : verres, céramiques, aciers trempés, fontes....).

Dans le domaine du béton armé, on définit un béton armé fragile de la sorte : « *Un élément est fragile s'il casse brutalement et sans signe avant-coureur dès l'apparition de la première fissure.* » [3] (Figure 15). Une rupture fragile a en effet comme propriété de se produire sans signe avant-coureur, car la déformation est généralement faible.

Dans un élément armé fragile, la résistance après fissuration du béton est inférieure à sa charge de fissuration. Ainsi dès fissuration du béton, l'élément rompt. Dans la Figure 16, la stabilisation après fissuration et la phase de comportement linéaire fissuré ne se produisent, pas, l'élément rompt dès la fissuration.

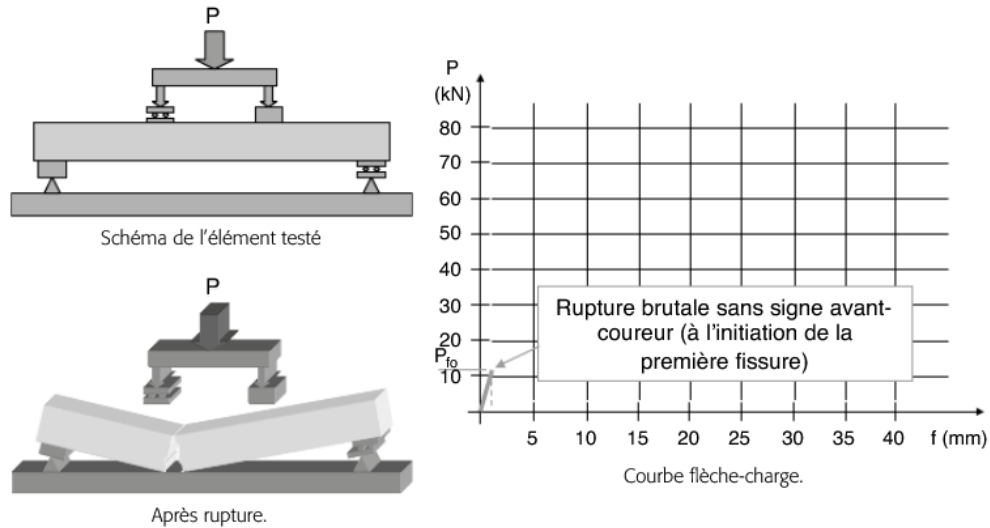


Figure 15. Poutre non armée (peu résistante et dangereuse car rupture fragile) [3]

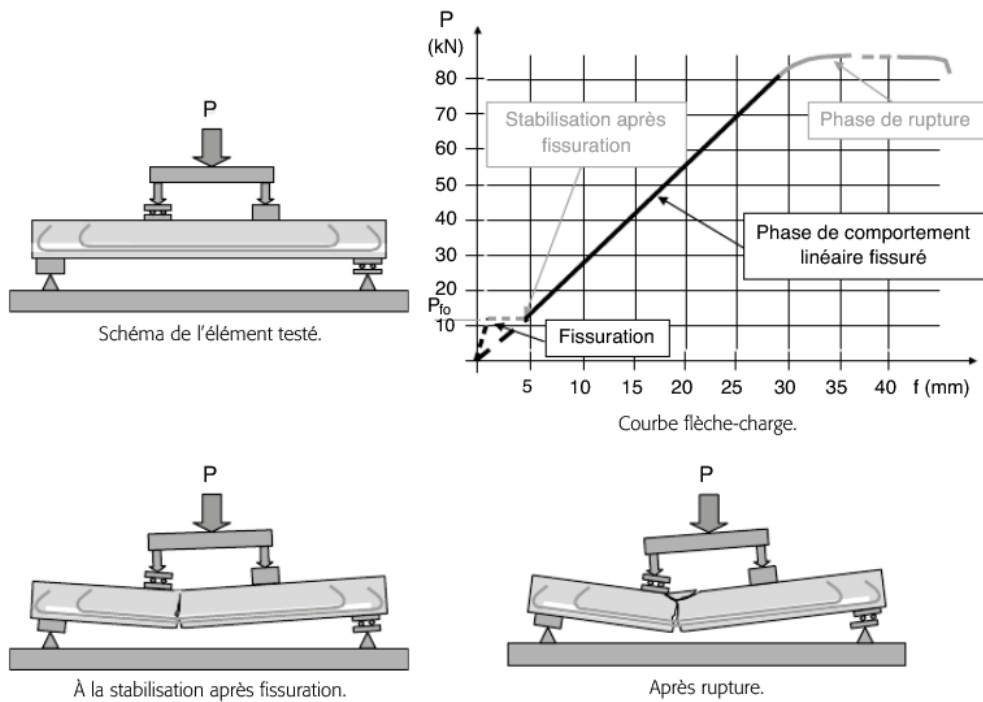


Figure 16. Comportement souhaité d'une poutre avec armatures ancrées mais non adhérentes [3]

Condition de non-fragilité

La section d'acier A_s doit être telle que

$$A_s \geq A_{s \min}$$

Avec

$$A_{s \min} = \max \left(0,26 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}; 0,0013 \cdot b \cdot d \right)$$

f_{ctm} : résistance moyenne en traction du béton. $f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}$

On explique ci-dessous l'origine de la formule

$$0,26 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}}$$

Résistance de la poutre fissurée

Moment résistant béton armé = $F_s \cdot z_c$

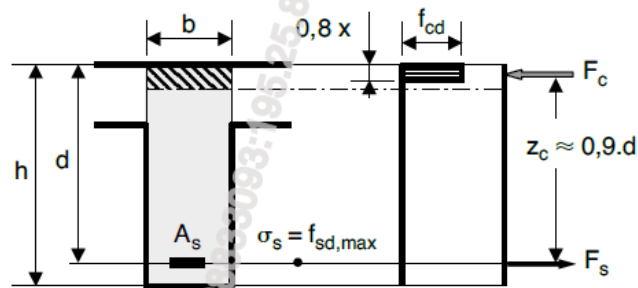
avec $F_s = A_s \cdot \sigma_s = A_s \cdot f_{yk}$

$z_c = ?$ à défaut de calculs plus précis

il est admis de considérer à l'ELU

$z_c \approx 0,9 \cdot d$

d'où moment résistant $\approx A_s \cdot f_{yk} \cdot 0,9 \cdot d$



Résistance de la poutre avant fissuration

Avant fissuration :

- ce sont les règles des matériaux continus qui s'appliquent, à savoir $\sigma = M \cdot v / I$
- le rôle des aciers d'armature est négligeable ; les armatures ne sont en effet réellement mises en tension qu'en réaction à l'ouverture des fissures (voir les commentaires de la Figure B.3.6)
 \Rightarrow la section armée non fissurée est assimilée à la section non armée non fissurée.

Moment résistant de la poutre avant fissuration

(repéré par l'indice cr comme cracking en anglais) :

$$M_{cr} = \sigma \cdot I / v$$

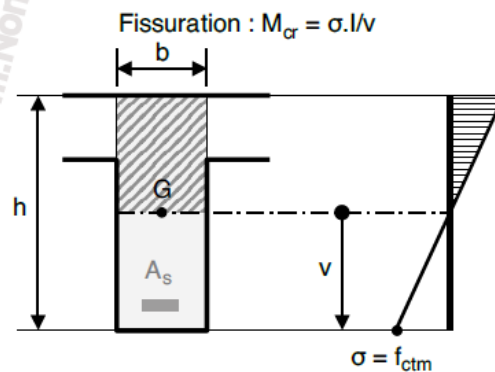
$$\sigma = f_{ctm}$$

$$I = b h^3 / 12$$

en admettant $d \approx 0,9h \Rightarrow h \approx 1,1 d$, on a $v = h/2$

$\approx 1,1 d/2$

$$M_{cr} \approx f_{ctm} \cdot \frac{b \cdot (1,1d)^3}{12} \cdot \frac{1}{1,1d/2}$$



M résistant béton armé > M juste avant fissuration

Cela s'écrit, aux approximations ci-dessus près : $A_s \cdot f_{yk} \cdot 0,9 \cdot d > f_{ctm} \cdot \frac{b \cdot (1,1d)^3}{12} \cdot \frac{1}{1,1d/2}$

Ce qui, tous calculs faits, donne environ : $A_s > 0,22 \cdot b \cdot d \cdot f_{ctm} / f_{yk}$

Par rapport à ce calcul, la prescription réglementaire prend une marge de sécurité en majorant le coefficient 0,22 jusqu'à 0,26. Cela permet de conserver la même prescription dans des conditions un peu différentes, comme une section non rectangulaire ou la flexion composée avec faible effort normal.

3.5.2 Section maximale d'armature [3, p. 200]

Lorsque la quantité d'acier est trop importante, il devient difficile de couler le béton. Par ailleurs, une quantité d'acier trop importante modifie le comportement de la poutre (de béton armé à acier enrobé...).

La section maximale d'armature est choisie telle que :

$$A_{s,max} = 0,04 \cdot A_c$$

A_c : aire de la section.

3.6 Cas des poutres en T

Voir [4]

5.1.4 Sections en T (à table de compression) en flexion simple

La largeur efficace b de la table de compression est supposée connue (§ 1).

La présence de cette table rend pratiquement superflue la vérification de l'état-limite de compression du béton. Il n'est donc généralement pas nécessaire de prévoir une armature comprimée, et l'on supposera, dans ce qui suit, $A' = 0$.

Le dimensionnement par l'état-limite ultime implique une fissuration peu préjudiciable. En cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, il convient de dimensionner par l'état-limite de service (§ 6.3.3.3).

— Quantités connues :

- dimensions b , b_0 , d , h_0 et d' (figure 27) ;
- résistance de calcul de l'acier : $f_{su} = f_s / \gamma_s$;
- résistance réduite du béton en flexion f_{bu} ;
- moment fléchissant agissant ultime M_u .

— Quantité inconnue :

section A d'aciers tendus.

Le moment qui serait équilibré par la table seule, de largeur b , supposée uniformément comprimée à la contrainte f_{bu} sur sa hauteur h_0 , est :

$$M_{Tu} = b h_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right) f_{bu} \quad (37)$$

a) Cas où $M_u \leq M_{Tu}$: la table est surabondante pour équilibrer le moment agissant (donc $0,8 y < h_0$) ; la zone comprimée a une forme rectangulaire, et le calcul se ramène à la détermination des armatures d'une section rectangulaire de largeur égale à la largeur b de la table de compression.

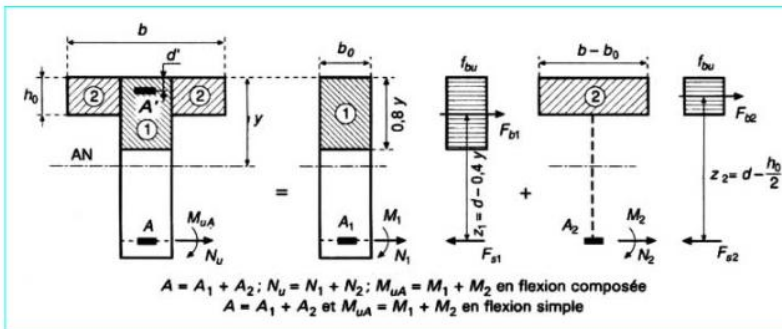


Figure 28 – Décomposition d'une poutre en T en deux sections fictives

— une section en T ②, avec table de largeur $b - b_0$ et de hauteur h_0 , d'épaisseur d'âme nulle, de hauteur utile d , dont l'armature tendue est constituée par une fraction A_2 de la section totale A , et qui équilibre une fraction M_2 du moment total M_u .

La zone comprimée de cette seconde section fictive équilibre un effort :

$$F_{b2} = (b - b_0) h_0 f_{bu}$$

et le moment équilibré par cette section est, avec $z_2 = d - h_0/2$:

$$M_2 = F_{b2} z_2 = (b - b_0) h_0 (d - h_0/2) f_{bu} = M_{Tu} \frac{b - b_0}{b}$$

La section rectangulaire ① doit donc équilibrer un moment :

$$M_1 = M_u - M_2 = M_u - M_{Tu} \frac{b - b_0}{b}$$

Sa section d'armatures doit être telle que $A_1 = A - A_2$ avec (équilibre de la section ②) :

$$A_2 = \frac{(b - b_0) h_0 f_{bu}}{f_{su}}$$

Figure 26 – Organigramme de calcul d'une section rectangulaire avec aciers comprimés

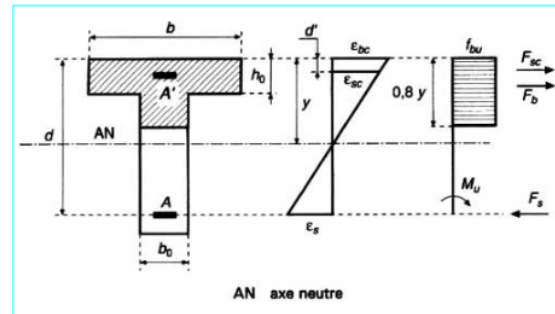


Figure 27 – Section à table de compression

b) Cas où $M_u > M_{Tu}$: la table seule ne suffit plus pour équilibrer le moment agissant. On a alors $0,8 y > h_0$; la zone comprimée a une forme de T.

On décompose la section en deux sections fictives (figure 28) :

— une section rectangulaire ①, de largeur b_0 et de hauteur utile d , dont l'armature tendue est constituée par une fraction A_1 de la section totale A et qui équilibre une fraction M_1 du moment total M_u ;

Compte tenu de ces résultats, la marche à suivre est la suivante.

On cherche tout d'abord les armatures A_1 de la section rectangulaire de largeur b_0 soumise au moment :

$$M_1 = M_u - M_{Tu} \frac{b - b_0}{b} \quad (38)$$

Pour cela, on applique la méthode exposée au paragraphe 5.1.2.3.4, en formant :

$$\mu_{bu} = \frac{M_1}{b_0 d^2 f_{bu}}$$

On calcule ensuite :

$$z_b = \frac{d}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 2\mu_{bu}} \right)$$

La section cherchée est (unités m, m², MN · m, MPa) :

$$A = \frac{1}{f_{su}} \left[\frac{M_1}{z_b} + (b - b_0) h_0 f_{bu} \right] \quad (39)$$

L'organigramme de la figure 29 résume la marche à suivre.

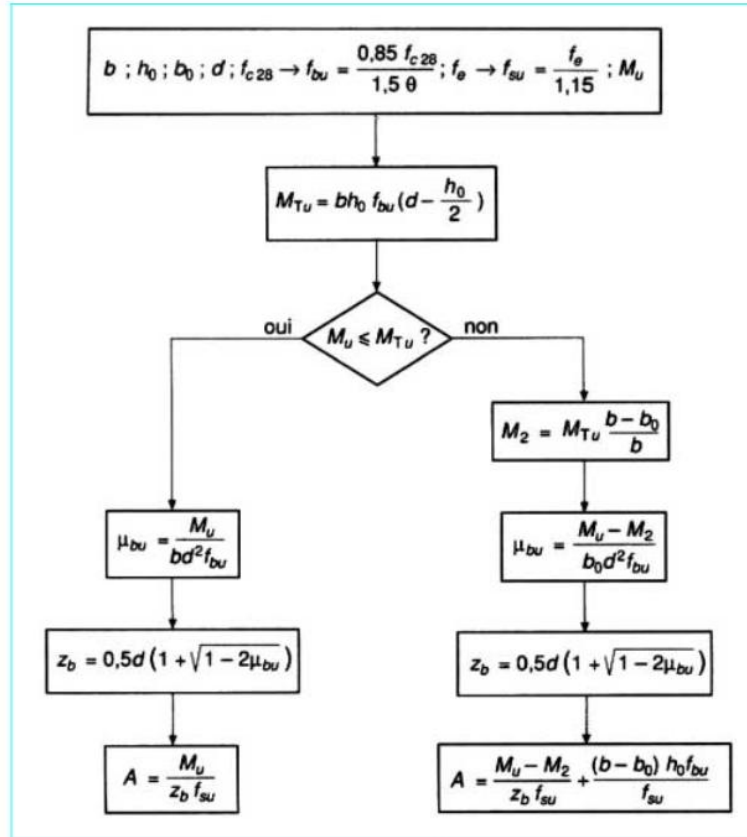


Figure 29 – Organigramme de calcul d'une section en T à l'état-limite ultime

Exemple 4 : la section représentée figure 30 est soumise à un moment de flexion de $210 \text{ kN} \cdot \text{m}$ dû à des charges permanentes et à un moment de flexion de même valeur dû à des charges variables ($M_G = M_Q = 210 \text{ kN} \cdot \text{m}$).

La durée d'application des charges variables est supérieure à 24 h ($\theta = 1$) et la fissuration est peu préjudiciable. La résistance caractéristique du béton est $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$. On se propose de déterminer la section A des armatures tendues supposées en acier Fe E 500 HA.

Résistance du béton en flexion :

$$f_{bu} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \gamma_b} = \frac{0,85 \times 30}{1 \times 1,5} = 17 \text{ MPa}$$

Acier :

$$f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} = 435 \text{ MPa}$$

Formule (37) :

$$M_{Tu} = 0,60 \times 0,10 \times 17 \left(0,55 - \frac{0,10}{2} \right) = 0,510 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

$$M_u = 1,35 M_G + 1,5 M_Q = 1,35 \times 0,21 + 1,5 \times 0,21 = 0,599 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

On a $M_u > M_{Tu}$, la zone comprimée a une forme de T.

Formule (38) :

$$M_1 = M_u - M_{Tu} \frac{b - b_0}{b} = 0,599 - 0,510 \frac{0,60 - 0,15}{0,60} = 0,217 \text{ MN} \cdot \text{m}$$

Formule (7) :

$$\mu_{bu} = \frac{0,217}{0,15 \times 0,55^2 \times 17} = 0,281$$

Formule (21) :

$$z_b = \frac{0,55}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 2 \times 0,281} \right) = 0,457 \text{ m}$$

Formule (39) :

$$A = \frac{10^4}{435} \left[\frac{0,217}{0,457} + (0,60 - 0,15) 0,1 \times 17 \right] = 28,5 \text{ cm}^2$$

$$(6 \text{ HA } 25 = 29,5 \text{ cm}^2)$$

Si les moments appliqués avaient été deux fois plus faibles, la zone comprimée aurait été rectangulaire et l'on aurait trouvé $A = 13,2 \text{ cm}^2$. On remarque qu'à l'état-limite ultime il n'y a pas proportionnalité : à un moment λM ne correspond pas une section λA .

[4]

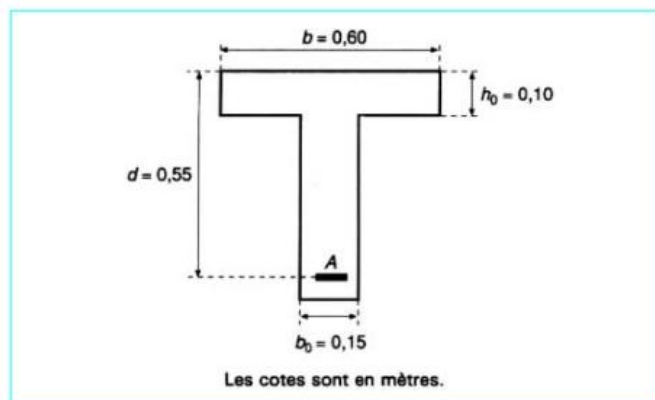


Figure 30 – Section en T

4 Références bibliographiques

[1], [3], [4], [5]

- [1] J.-M. Paillé, *Calcul des structures en béton*. in Eurocode 2. Paris La Plaine Saint Denis: Eyrolles AFNOR, 2009.
- [2] « Fondations superficielles ». Disponible sur: https://staff.univ-batna2.dz/sites/default/files/dimia-mohammed-salah/files/chapitre_4_calcul_des_fondations_superficielles.pdf
- [3] J.-L. Granju, *Béton armé: théorie et applications selon l'Eurocode 2*, 2e édition. Paris: Groupe Eyrolles, 2016.
- [4] J. Perchat, *Béton armé. Règles BAEL. Pièces soumises à des sollicitations normales. Réf c2306*. in Techniques de l'Ingénieur.
- [5] Espitallier, *Le Béton armé, systèmes généraux et calcul des ouvrages en béton armé*. Paris, 1906.