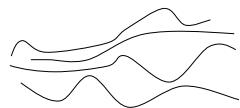


Matériaux

-

Polymères Matériaux Composites

Cours et exercices corrigés



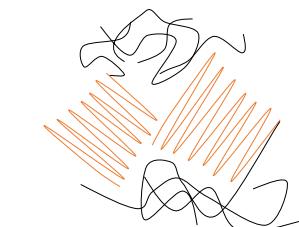
Macromolécules linéaires



Macromolécules ramifiées



Macromolécules linéaires
réticulées



Semi-cristallins

Frédéric Menan

<https://lesdocsduprof.com/>

fmenan@cesi.fr

2024

Table des matières

1	LES POLYMERES	3
1.1	DEFINITIONS.....	3
1.2	MACROMOLECULES	3
1.3	STRUCTURE DES POLYMERES	5
1.4	PROPRIETES GENERALES DES POLYMERES.....	8
2	LES MATERIAUX COMPOSITES	17
2.1	GENERALITES.....	17
2.2	PROPRIETES GENERALES DES COMPOSITES	20
2.3	NOTION DE STRATIFIE.....	24
2.4	CONCEPTION DE PIECES COMPOSITES	25
3	LE MATERIAU PLI	27
3.1	LE PLI UNIDIRECTIONNEL (PLI UD)	27
3.2	LE PLI TISSE	32
4	ETUDE DES STRATIFIES.....	36
4.1	POURQUOI LA SYMETRIE MIROIR ?.....	36
4.2	COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN STRATIFIE.....	37
4.3	VIDEOS	39
4.4	ANNEXE. RAPPELS MATHEMATIQUES.....	39
5	MISE EN ŒUVRE DES COMPOSITES.....	40
5.1	RENFORCEMENT DES RESINES THERMODURCISSABLES	41
5.2	PROCEDES POUR LA REALISATION DE CORPS CREUX.....	51
5.3	PROCEDES DE MOULAGE EN CONTINU.....	53
5.4	RENFORCEMENT DES RESINES THERMOPLASTIQUES	54
6	DURABILITE DES COMPOSITES.....	56
6.1	RUPTURE DES PLIS	56
6.2	RUPTURE DES STRATIFIES	56
7	EXERCICES.....	58
7.1	POLYMERES.....	58
7.2	COMPOSITES	61
8	REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	83

1 Les Polymères

1.1 Définitions

Un monomère est une molécule élémentaire constituée le plus souvent d'atomes de carbone, hydrogène, oxygène (éventuellement chlore, azote).

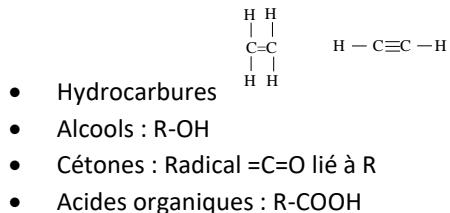
Une macromolécule est un assemblage de monomères liés par liaisons covalentes. Elle est obtenue par polymérisation.

Un polymère est un ensemble de macromolécules dont la cohésion est assurée par des liaisons secondaires faibles (Van der Waals, pont H).

Dans les polymères on trouve deux types de liaison atomique

- liaisons covalentes qui créent les macromolécules à partir des monomères (en général chaîne carbonée), et entre les macromolécules dans le cas de macromolécules réticulées
- Van der Waals ou pont H pour la cohésion entre les chaînes (liaison faible)

Exemples de monomères



1.2 Macromolécules

On distingue les macromolécules d'origine naturelle (végétales, animales) des macromolécules d'origine synthétique (issues de la pétrochimie).

1.2.1 Degré de polymérisation

Le degré de polymérisation est le nombre moyen de monomères dans les macromolécules. C'est donc le rapport de la masse moléculaire moyenne \bar{M} de la macromolécule sur la masse moléculaire m du monomère

$$\text{Degré de Polymérisation} = \frac{\bar{M}}{m}$$

\bar{M} : masse moléculaire moyenne de la macromolécule ; m : masse moléculaire du monomère

1.2.2 Influence du degré de polymérisation sur les propriétés mécaniques

La rigidité et la résistance augmentent avec le degré de polymérisation.

Degré de polymérisation < 300 : matériau inutile (aucune résistance à la traction : les molécules glissent trop facilement les unes sur les autres,.....).

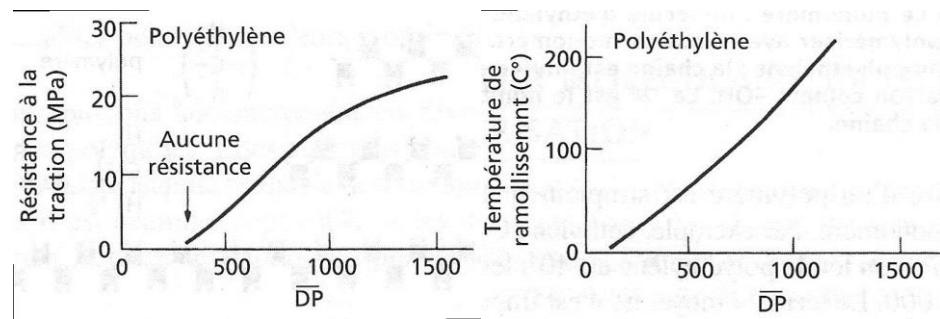


Figure 1. Influence du degré de polymérisation

La viscosité augmente avec DP donc il sera plus difficile d'injecter un polymère de DP élevé (> 1000)

1.2.3 Masses molaires moyennes des polymères

La polymérisation donne lieu à de nombreuses macromolécules de masses molaires différentes.

Il y a donc, au sein d'un polymère, une répartition statistique de la masse molaire des macromolécules (Figure 2). On doit donc raisonner en moyennes.

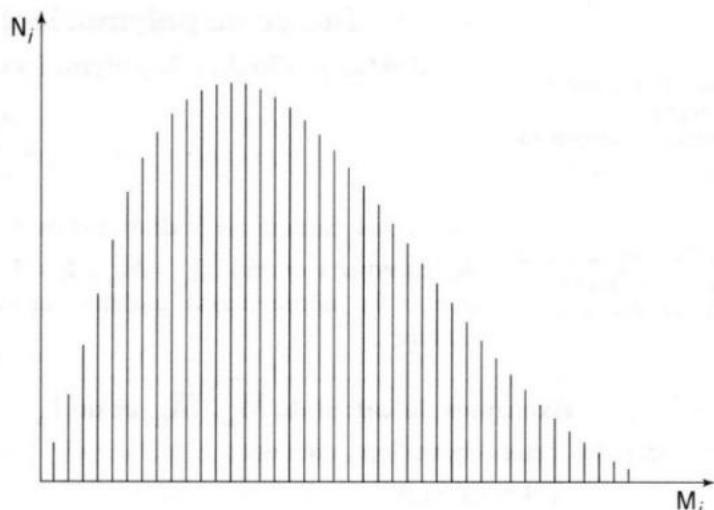


Fig. 3 – Répartition en nombre N_i des macromolécules de masse molaire M_i^{-1} dans un échantillon de polymère.

Figure 2. Répartition de la masse molaire des macromolécules au sein d'un polymère [1]

La masse molaire d'un polymère est la moyenne de la masse molaire des macromolécules qui le composent.

1.2.3.1 Masse molaire moyenne en nombre M_n

$$\overline{M_n} = \frac{\sum N_i \cdot M_i}{\sum N_i}$$

1.2.3.2 Masse molaire moyenne en masse M_w

$$\overline{M_w} = \frac{\sum N_i \cdot M_i^2}{\sum N_i \cdot M_i}$$

M_w : influence sur les propriétés mécaniques et la résistance à la fissuration.

M_n : influence sur le comportement rhéologique.

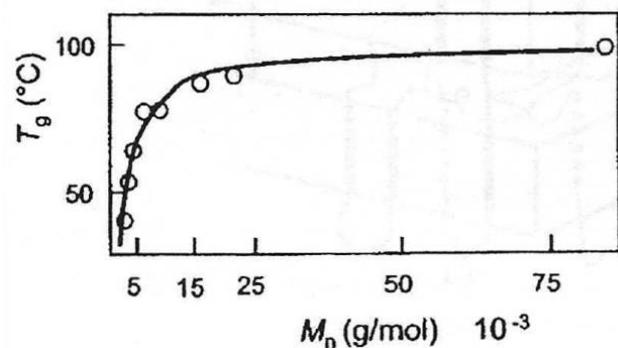


Figure 3. Influence de la masse molaire moyenne en nombre sur la température de transition vitreuse du polystyrène

1.2.4 Indice de polymolécularité (ou polydispersité)

$$Ip = \frac{\overline{Mw}}{\overline{Mn}}$$

1.2.5 Les formes de macromolécules

Les macromolécules sont linéaires ou ramifiées. De plus elles peuvent être réticulées : des liaisons fortes type liaisons covalentes relient les macromolécules entre elles.

1.3 Structure des polymères

1.3.1 Organisation spatiale des macromolécules

Les polymères ont une structure plutôt amorphe car la grande taille des macromolécules rend difficile leur diffusion et leur mise en ordre. MAIS si les chaînes sont suffisamment courtes et non ramifiées, la cristallisation est possible. On obtient alors des plaquettes cristallines regroupées sous forme de sphérolites enrobées de structure amorphe. On peut les détecter par lumière polarisée (diffraction des rayons, comme un réseau).

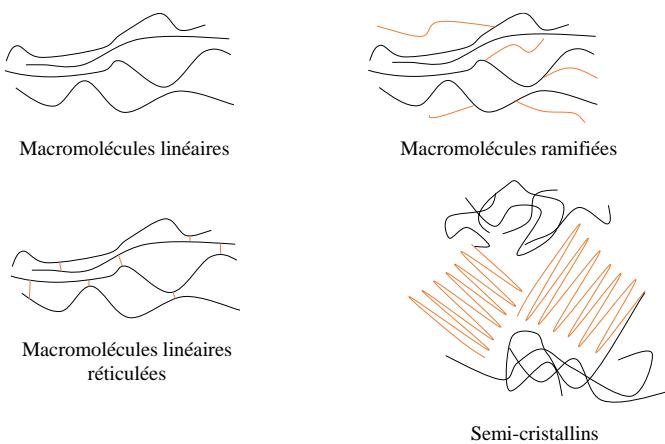


Figure 4. Organisation spatiale des macromolécules (structure des polymères)

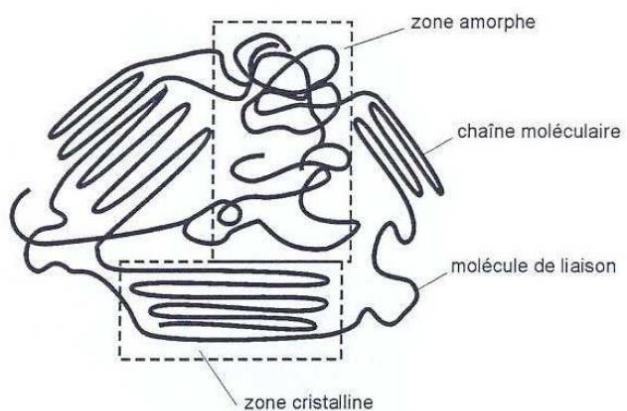


Figure 5. Organisation spatiale des macromolécules (structure des polymères). Référence : CANGEMI L., MEIMON Y., « Une approche méso-macro continue pour la modélisation du comportement des polymères semi-cristallins à usage structural », Mécanique et Industrie 3, 557-570, 2002

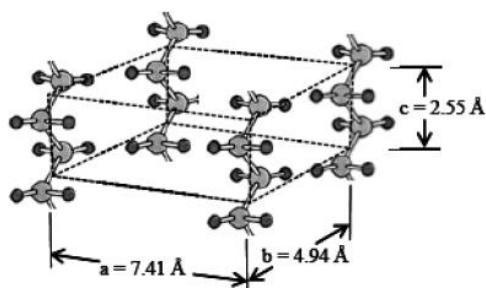


Figure 6. Réseau cristallin du polyéthylène (PE) ALVARADO-CONTRERAS J.A., LIU H., POLAK M.A., PENLIDIS A, "Micro and macro-mechanical approaches for modeling of polyethylene material for pipes", Advances in Engineering Structures, Mechanics & Construction, 449-558, 2006

Nom du polymère	Réseau cristallin	Axes de la maille conventionnelle [Å]	Angles de la maille conventionnelle (α, β, γ)	Masse volumique (g cm ⁻³)
Polyéthylène (PE)	Orthorhombique	7,418 4,946 2,546	90° 90° 90°	0,9972
Polytétrafluoroéthylène (PTFE)	Trigonal	5,66 5,66 19,5	90° 90° 120°	2,302
Polypropylène (PP) (isotactique)	Monoclinique	6,66 20,78 6,495	90° 99,62° 90°	0,946
Polychlorure de vinyle (PVC) (syndiotactique)	Orthorhombique	10,4 5,3 5,1	90° 90° 90°	1,477
Polystyrène (PS) (isotactique)	Trigonal	21,9 21,9 6,65	90° 90° 120°	1,127

Figure 7. Réseaux cristallins de polymères usuels [2]

1.3.2 Taux de cristallinité

Le taux de cristallinité d'un polymère est

$$\tau = \frac{\rho - \rho_a}{\rho_c - \rho_a}$$

ρ : masse volumique du polymère ; ρ_c : masse volumique phase cristalline ; ρ_a : masse volumique phase amorphe

Il est possible de mesurer τ par analyse thermique type DSC (Differential Scanning Calorimetry).

La plupart des caractéristiques d'un polymère semi-cristallin peuvent être déduites à partir des caractéristiques des deux phases (amorphe et cristalline) et du taux de cristallinité.

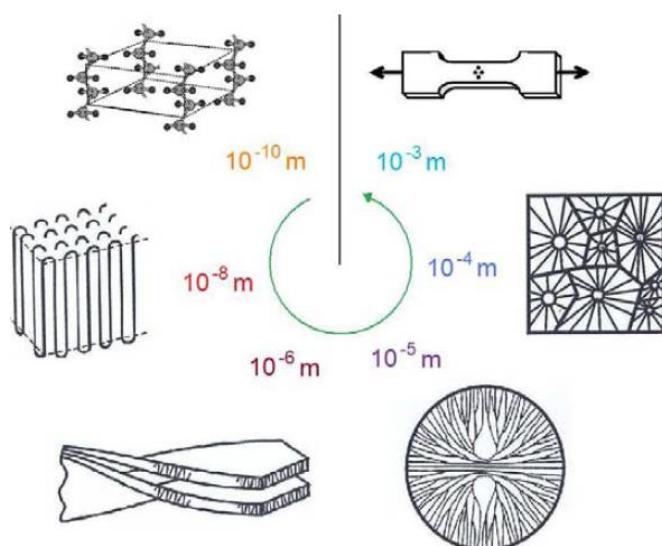


Figure 8. Observation d'un polymère à différentes échelles [3]

1.3.3 Influence de l'organisation spatiale des macromolécules

Structures	Molécules	Caractéristiques (tendances)
amorphe (inorganisée)	chaînes très ramifiées, désordonnées, en pelote	<ul style="list-style-type: none">stabilité dimensionnelletenue au flUAGEtransparence possibleplage de ramollissement, grande fluiditécycle rapide
cristalline (organisée)	alignées, symétriques	<ul style="list-style-type: none">résistance à la fatigue dynamiquefaible coefficient de frictionmoindre déformation sous températuretenue chimique (hydrocarbures, solvants)point de fusion francbonne propriété d'écoulement (fibres, films)opacité retrait importantretrait important

Figure 9. Influence de l'organisation spatiale des macromolécules [4]

1.4 Propriétés générales des polymères

1.4.1 Propriétés physiques et chimiques

- Propriétés électriques : en général ils sont isolants mais il existe des polymères conducteurs ([lien suivant](#))
- Sensibles à la lumière, à l'humidité
- Liaisons entre chaînes peu résistantes à l'agitation thermique donc température de fusion faible et coefficient de dilatation thermique élevé
- Structure peu compacte et atomes légers : masse volumique faible

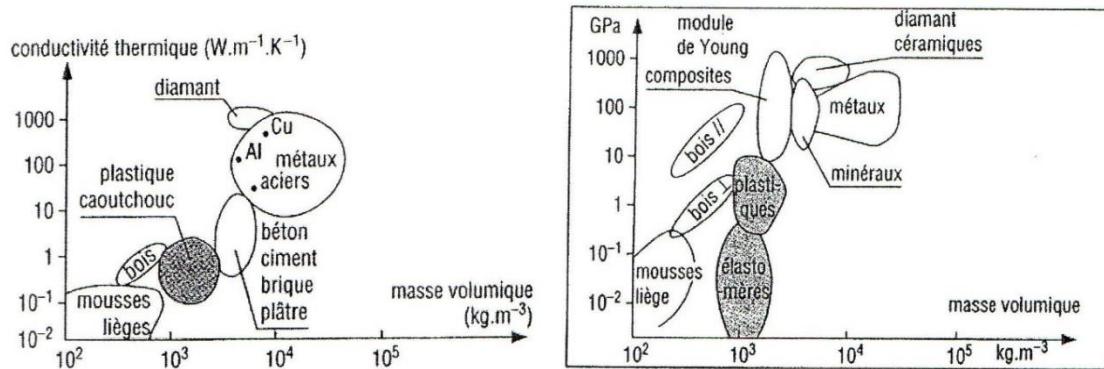


Figure 10. Propriétés des polymères (comparaison avec les autres matériaux)

1.4.2 Propriétés élastiques

1.4.2.1 Introduction

Le module d'Young d'un polymère dépend de la température, de la durée d'application de la charge, du taux de réticulation, du taux de cristallinité, de la vitesse de déformation, de l'humidité.

1.4.2.2 Influence de la température

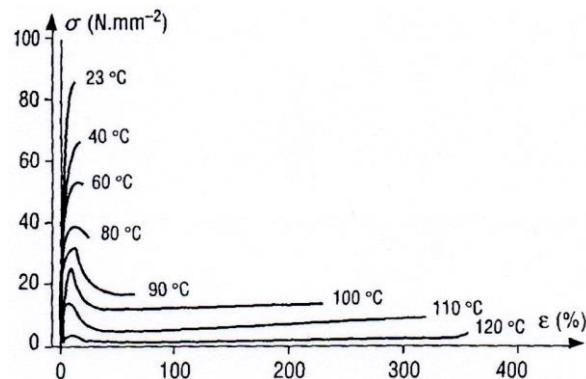


Figure 11. Courbe de traction du PMMA à différentes températures

Cas d'un polymère linéaire amorphe (donc non réticulé) : voir Figure 12

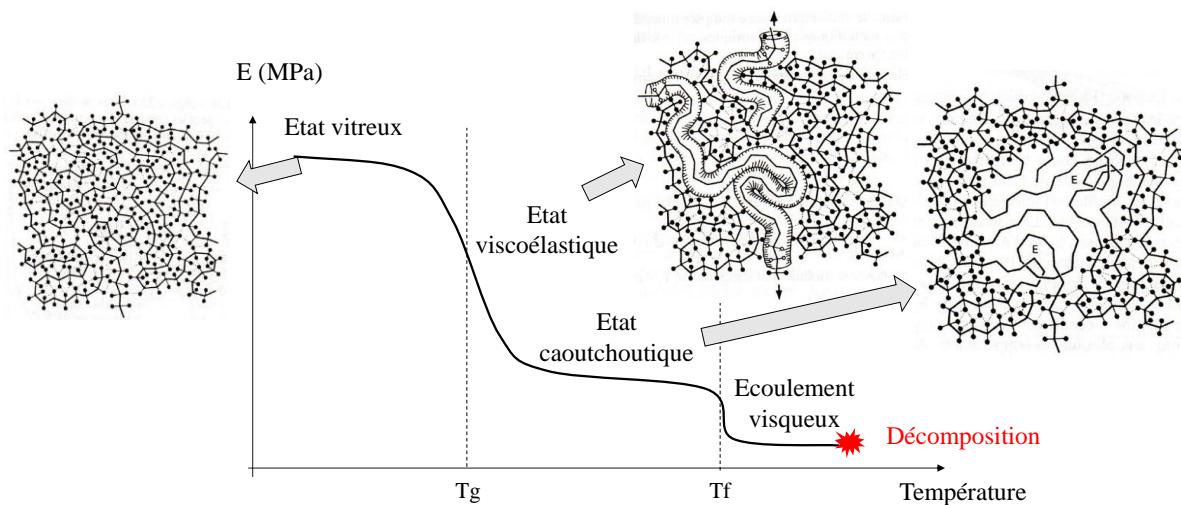


Figure 12. Influence de la température sur la rigidité d'un polymère linéaire amorphe [5], [6]

Zone vitreuse

- Peu de déformation plastique
- Module d'Young "élevé"

Transition vitreuse

Début de la fonte des liaisons faibles entre les chaînes : des segments de chaîne peuvent glisser les uns sur les autres comme des morceaux de ficelle graissée. On entre dans la zone viscoélastique.

Zone viscoélastique

Chaque macromolécule a autour d'elle un volume libre, comme un tube. Sous contrainte, les macromolécules glissent le long de ce tube comme un serpent (mouvement de reptation). Lorsque $T^{\circ}\text{C}$ augmente, le volume libre augmente entre les chaînes, ce qui augmente la quantité de chaînes qui peuvent glisser et diminue le module.

Comportement viscoélastique

Complaisance de fluage

$$D(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0}$$

Module de relaxation

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0}$$

Équivalence temps – température

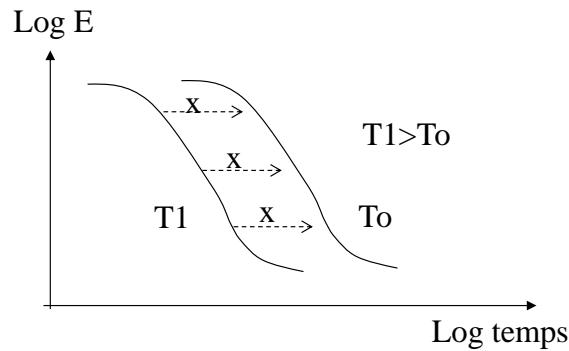


Figure 13. Equivalence temps – température

Plateau caoutchoutique

Quand la température dépasse T_g , on pourrait imaginer une chute continue de E . Oui si les chaînes sont courtes ($DP < 1000$). Mais si les chaînes sont longues on a un état caoutchoutique, à cause des enchevêtements (points où les molécules se nouent les unes aux autres) : pour un fort allongement, la déformation revient à son état initial à cause des enchevêtements (énergie emmagasinée restaurée par un retour élastique)



Figure 14. Notion d'enchevêtements

Fusion (écoulement visqueux)

Les liaisons secondaires fondent complètement et même les points d'enchevêtrement peuvent glisser : le polymère devient un liquide visqueux. C'est dans ce régime que l'on injecte et moule les thermoplastiques.

Décomposition par pyrolyse

L'augmentation de température brise les liaisons covalentes entre les atomes de carbone dans les macromolécules. Le polymère est décomposé.

1.4.2.3 Influence du taux de réticulation

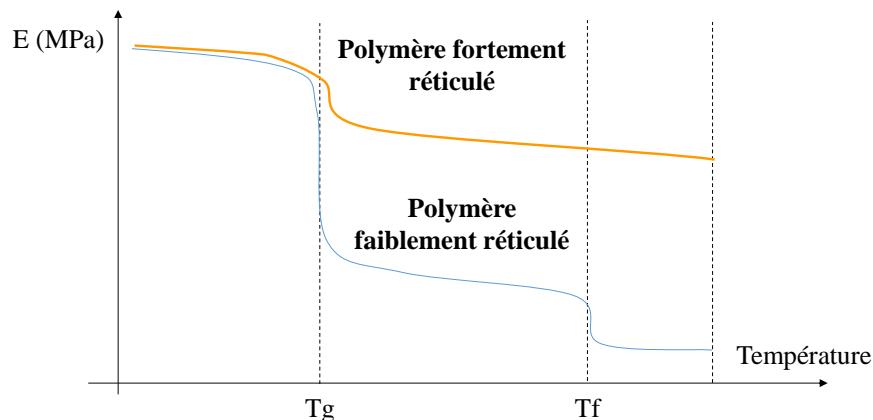
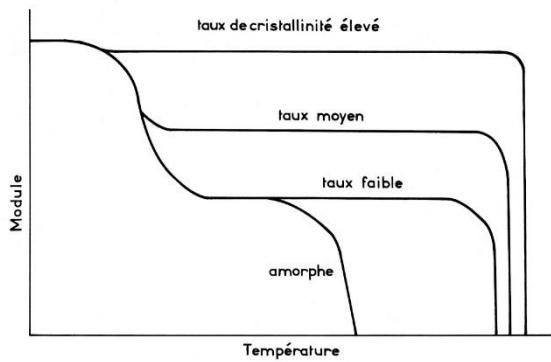


Figure 15. Influence du taux de réticulation sur les propriétés élastiques des polymères

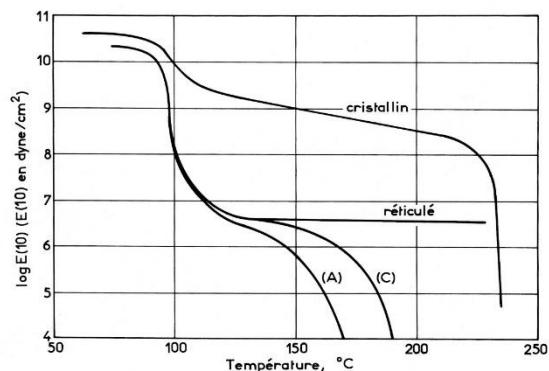
1.4.2.4 Influence du taux de cristallinité

Les liaisons entre chaines sont plus fortes dans la phase cristalline → disparition de la Tg pour cette phase.



Influence de la cristallinité sur les courbes de module en fonction de la température.

"Polymer Science and Materials" A.V. Tobolsky et H.F. Mark, Wiley 1971



Module en fonction de la température pour un polystyrène isotactique, un PS atactique faiblement réticulés et deux PS atactiques de masses différentes : A = 210 000 et C = 325 000.

"Polymer Science and Materials" A.V. Tobolsky et H.F. Mark, Wiley 1971

Figure 16. Influence du taux de cristallinité sur les propriétés élastiques des polymères

1.4.2.5 Influence de la vitesse de déformation

Figure 3: Effet de la vitesse de déformation sur les propriétés de contrainte-déformation d'un polypropylène

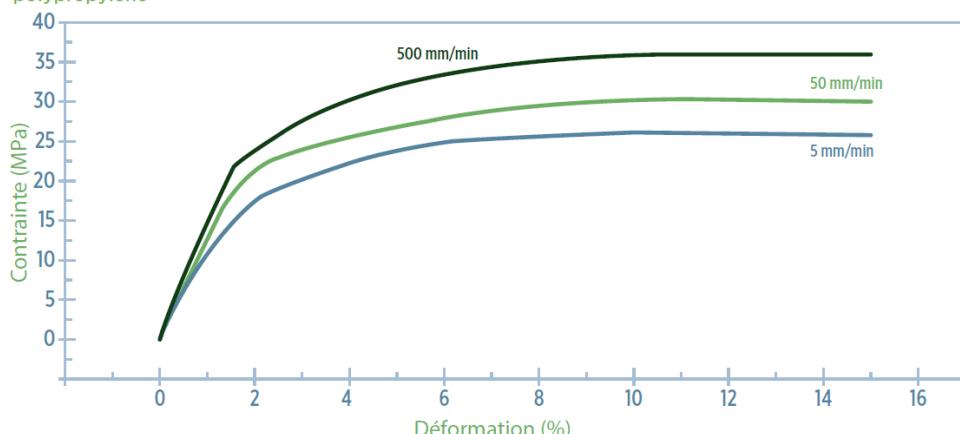


Figure 17. Influence de la vitesse de déformation sur la courbe de traction du PP (Proto Labs Ltd)

1.4.2.6 Mesure des propriétés élastiques

1.4.2.6.1 Analyse DMA (Dynamic mechanical analysis)

L'analyse mécanique dynamique (AMD), ou spectrométrie mécanique dynamique, est une méthode de mesure de la viscoélasticité. Cette méthode d'analyse thermique permet l'étude et la caractérisation des propriétés mécaniques de matériaux viscoélastiques, tels les polymères.

On impose une contrainte cyclique et on mesure la déformation (ou le contraire).

On mesure le déphasage entre l'effort imposé et la déformation résultante.

$\sigma(t)=\sigma_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$: imposée ; $\varepsilon(t)=\varepsilon_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \delta)$: mesurée. → Détermination de $E(t, T)$, T_g

1.4.2.6.2 Point de ramollissement Vicat (VST Vicat softening temperature)

Cet essai donne la mesure de la perte de rigidité d'un thermoplastique en fonction de la température.

1.4.3 Plasticité et rupture des polymères

1.4.3.1 Rupture fragile

Au-dessous de $0,75 \cdot T_g$ environ, les polymères sont cassants. Lors d'un usinage, d'une abrasion, des fissures sont présentes en surface. Lors d'une injection, des porosités agissant comme des fissures peuvent apparaître. Si $\sigma = K_c / \sqrt{\pi a}$ avec a : profondeur fissure, quelques microns, K_c : ténacité du polymère (typiquement 1 MPa \sqrt{m}), cela donne R_m environ 100MPa

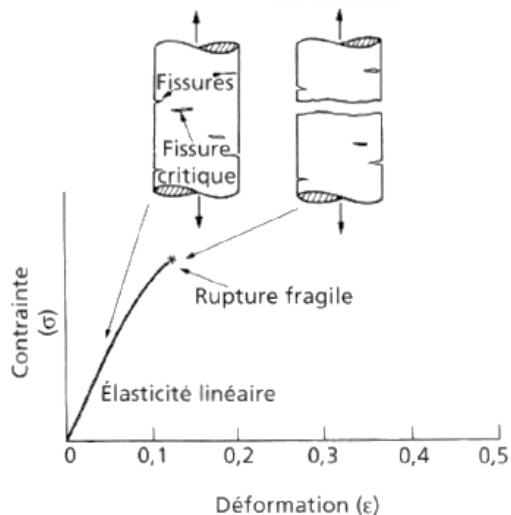


Figure 25.9 – La rupture fragile : la fissure la plus profonde se propage lorsque le critère de rupture brutale est rempli.

Figure 18. Rupture fragile [6]

1.4.3.2 Etirage à froid

A environ 50°C au dessous de T_g , les thermoplastiques deviennent ductiles.

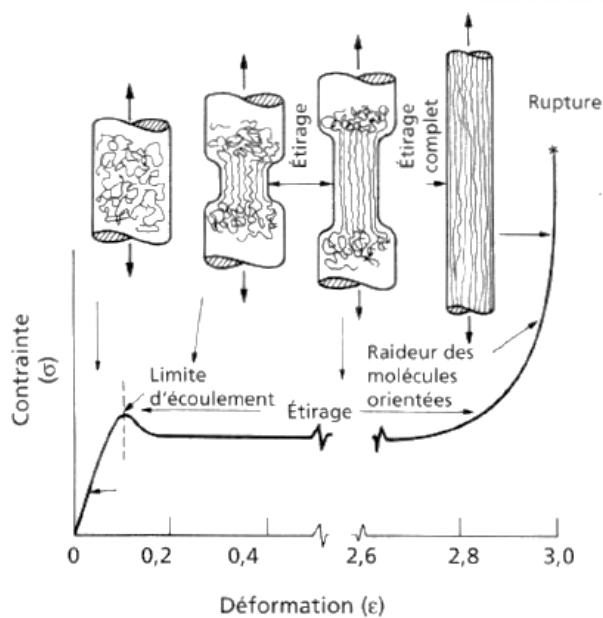


Figure 25.10 – L'étirage à froid d'un polymère linéaire : les molécules sont étirées et alignées ; il en résulte, pour un taux d'étirage de 4 environ, un matériau beaucoup plus résistant dans la direction d'étiement qu'il ne l'était initialement.

Figure 19. Etirage à froid [6]

1.4.3.3 Craquelures et cisaillement par bandes

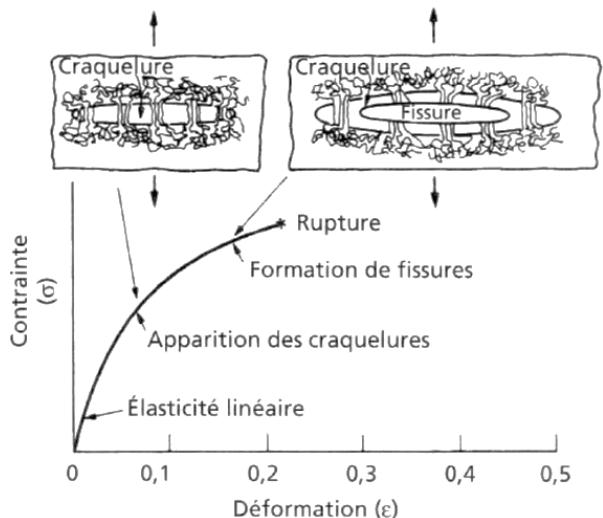


Figure 25.11 – Les craquelures d'un polymère linéaire : les molécules sont étirées comme sur la figure 25.10, mais sur une échelle beaucoup plus petite, ce qui crée des ligaments résistants entre les lèvres des microfissures.

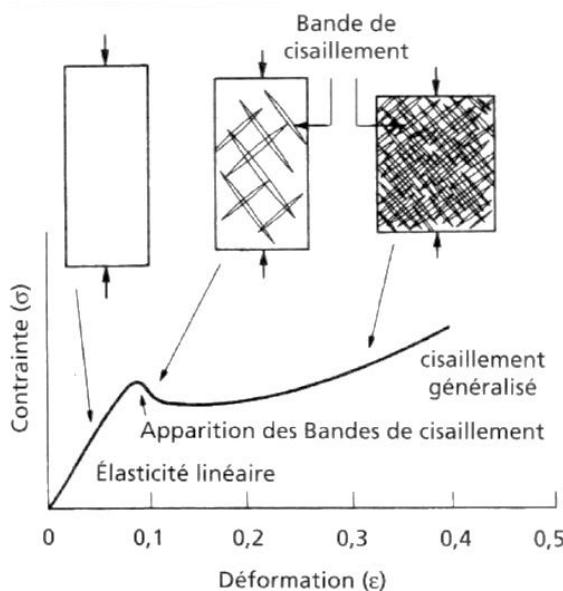


Figure 25.12 – Le cisaillement par bandes, autre forme de la plasticité des polymères, qui apparaît en compression.

Figure 20. Mécanismes de rupture des polymères [6]

Remarque : en dimensionnement on fera attention à utiliser un critère de rupture défini pour ne pas dépasser R_e car dans les polymères, pour des contraintes inférieures à R_e , de grandes déformations peuvent apparaître.

1.4.3.4 Influence du temps, de la température et de la structure moléculaire

La structure des polymères et la faiblesse des liaisons entre chaînes impliquent d'étroites relations entre la température, la résistance à rupture, la structure moléculaire et le temps (Figure 21).

Tableau 2 : Contrainte maximum admissible en fonction du temps pour le polycarbonate à deux températures

Temps (heures)	Contrainte admissible à 23°C (psi)	Contrainte admissible à 60°C (psi)
0,01	9.200	7.200
0,1	8.850	7.000
1	8.450	6.850
10	8.080	6.450
100	7.700	6.050
1.000	7.425	5.800
10.000	7.100	5.100

Figure 5 : Effet de la masse moléculaire sur la température de transition pour le polycarbonate à usage général

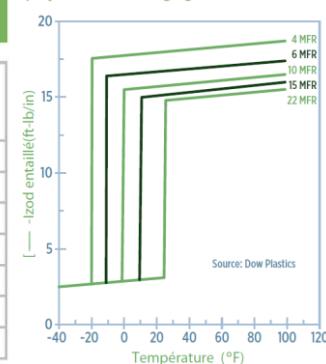


Figure 21. Influence du temps, de la température et de la structure moléculaire

1.4.4 Désignation des polymères

Monomère	Désignation UICPA	Courante	Acronyme anglais
$-(-\text{CH}_2-\text{CH}-\text{Cl})_n$	poly(1-chloroéthylène)	poly(chlorure de vinyle)	PVC
$-(-\text{CF}_2-\text{CF}_2)_n$	poly(difluorométhylène)	polytétrafluoroéthylène	PTFE

Tableau 1. Exemples de désignations matériau

Attention à la désignation commerciale : Néoprène, Nylon, Araldite, Latex, Mylar.....

1.4.5 Classes de polymères

La réticulation gouverne tellement les propriétés des polymères qu'elle guide la classification des polymères : on distingue les thermoplastiques, les thermodurcissables et les élastomères.

1.4.5.1 Thermoplastiques

- Polymères linéaires ou faiblement ramifiés, dont la cohésion est assurée grâce à des interactions électrostatiques de Van der Waals (faible taux de réticulation)
- Les liaisons entre macromolécules (type Van der Waals) sont facilement rompues lorsque la température augmente donc leur module d'élasticité et leur viscosité diminuent sous l'effet de la température (voir §1.4.2.2). Ce phénomène permet de les mettre en forme à haute température (injection, thermoformage...) puis d'obtenir la pièce finale lors du refroidissement. Ce phénomène, réversible, permet également de les recycler (mais pas indéfiniment).
- 100% amorphes ou semi-cristallins
- Thermoplastiques courants : polystyrène choc, polyamide (nylon), polyméthacrylate de méthyle (plexiglas), polytétrafluoréthylène (teflon)....
- Température de fusion T_f marquée : deviennent un fluide visqueux au-delà de T_f

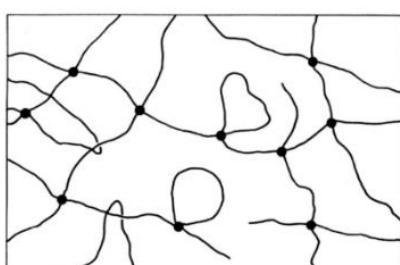
1.4.5.2 Thermodurcissables

- Fortement réticulés : réseau 3D de macromolécules solidaires non seulement par des liaisons secondaires type Van der Waals, mais aussi par des liaisons covalentes induites entre autres par des pontages de brins de chaînes.
- Réticulation importante => macromolécules fortement reliées entre elles => rigidité plus importante que pour les thermoplastiques
- Amorphes
- Réticulation importante => pas de température de fusion car les macromolécules ne peuvent pas glisser facilement entre elles : une chauffe trop élevée entraîne directement une décomposition par pyrolyse, irréversible.
- Non recyclables
- Exemples : époxydes, bakélite.

1.4.5.3 Élastomères

Polymères amorphes très faiblement réticulés, et dont la T_g est inférieure à la température d'utilisation : les liaisons secondaires faibles entre chaînes ont globalement fondu, et il ne reste que quelques ponts covalents qui donnent au matériau un retour élastique même lors de forts allongements.

Exemples : néoprène, latex, polyuréthanes...



Schematic diagram of the molecules in an elastomer showing normal crosslinking, chain ends, intramolecular loops and entanglements.

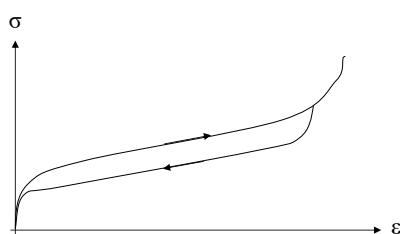


Figure 22. Structure des élastomères. Comportement mécanique des élastomères (élastique non linéaire)

Ces matériaux montrent un comportement élastique non linéaire. Lors du retour élastique, il y a dissipation d'énergie élastique mécanique sous forme de chaleur (dissipation due au frottement entre les parties libres des macromolécules). Ce phénomène est présent dans tous les polymères au-delà de Tg mais il est particulièrement important chez les élastomères car la déformation est très grande. Cette dissipation d'énergie est utilisée dans les composants type silentbloc, articulations élastiques....

Applications : pneumatiques, chambres à air, durites, gants, tendeurs, élastiques, ustensiles de cuisine, fibres textiles, joints, lentilles de contact

1.4.6 Guide d'identification

- Aspect : Transparent = amorphe. Opaque = à voir car ajout de charges peut avoir rendu opaque sans pour autant être cristallin
- Chauffage : Thermoplastiques : ramollissement. Thermodurs : pas de ramollissement
- Combustion : certains polymères s'éteignent si on retire la flamme car ils demandent plus d'oxygène pour brûler que ce qui est contenu dans l'air
- Masse volumique : à manipuler avec précaution car elle peut être biaisée par les charges.
- Essai Beilstein : permet de déceler la présence de chlore. Un fil de cuivre incandescent est frotté sur l'échantillon puis remis dans la flamme : une couleur verte se dégage en présence de chlore
- Tenue aux solvants : couples spécifiques solvant/polymère qui mènent à la corrosion du polymère (gonflement, solubilité).

2 Les Matériaux Composites

2.1 Généralités

Les matériaux composites sont des matériaux composés d'une matrice et d'un renfort (on peut également parfois considérer un troisième matériau : l'interphase.). Le renfort est une phase distincte physiquement et chimiquement de la matrice.

Remarque

Certains polymères thermoplastiques usuels (PVC, PE, PS) sont en fait des composites car ils sont renforcés (fibres courtes, paillettes, particules)

Exemples

- Bois : matrice lignine et fibres cellulose
- Os : collagène + hydroxyapatite
- Papier : fibres cellulosiques végétales avec un liant amidon ou latex

Un peu d'histoire

- Babylone : voie processionnelle en bitume et paille tressée
- 5000 ans en arrière : briques en terre cuite + paille ou crin

On distingue généralement deux grandes familles : les composites de grande diffusion, peu onéreux, qui occupent une large part du marché et les composites à hautes performances. Ces derniers, généralement renforcés de fibres continues de carbone ou d'aramide, sont réservés à des secteurs à forte valeur ajoutée (aéronautique, médical, sports et loisirs).

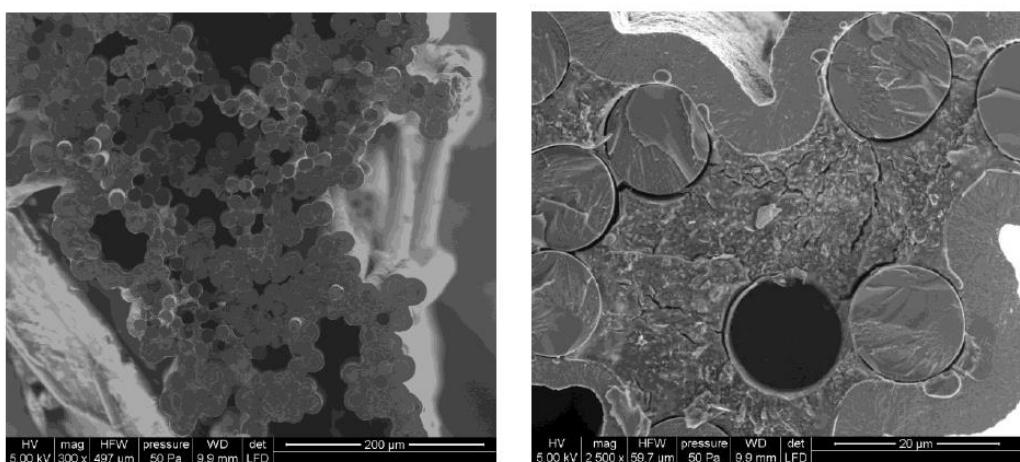


Fig.4. Clichés réalisés au MEB environnemental d'un minicomposite sans AlN soumis à des essais de fatigue statique sous air à 600°C. Les zones blanches sur le cliché de gauche à cœur du minicomposite sont typiques d'une phase oxyde.

Figure 23. Optimisation de la composition de composites à matrice céramique afin d'augmenter les durées de vies dans les applications aéronautiques A. Griesser, F. Rebillat, S. Jacques LCTS Bordeaux

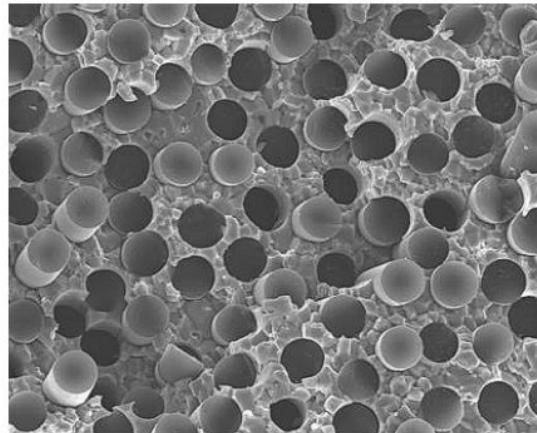


Figure 24. Cliché obtenu en microscopie électronique à balayage d'un matériau composite à fibres longues de carbone dans une matrice intermétallique NiAl (www.space-mining.com). (repris du cours de S. Pommier 2006)

	Aéronautique	Automobile	Ferroviaire	Bâtiment	Construction industrielle	Industrie nautique	Médical	Électricité	Sports& loisirs
Les propriétés des matériaux composites par secteurs									
Durée de vie									
Rigidité			x		x	x	x	x	
Résistance mécanique			x	x	x	x			x
Tenue à la fatigue	x				x				
Résistance à la corrosion	x	x	x		x	x	x		
Etanchéité			x	x					
Sécurité									
Tenue aux chocs		x				x	x		x
Tenue au feu	x		x	x	x			x	
Isolation thermique			x	x				x	
Isolation électrique							x		
Amortissement, vibrations					x				x
Conception									
Intégration de fonctions	x	x					x		
Formes complexes	x	x	x	x				x	
Transparence ondes électromagnétiques							x		
Allègement de structures	x	x				x		x	

[7]

2.1.1 Matrice

2.1.1.1 Rôle de la matrice

- Lier le renfort
- Assurer une distribution homogène des efforts aux renforts

2.1.1.2 Types de matrices

On distingue les matrices organiques, métalliques, céramiques.

Les matrices polymères thermodurcissables sont mises en forme par chauffage lors d'une transformation irréversible. Les principales résines thermodurcissables sont les polyesters insaturés, les résines époxydes et phénoliques. Les composites à matrice thermodurcissable représentent environ 70 % des composites transformés en Europe. Les polymères thermoplastiques durcissent au cours du refroidissement. Le processus de transformation chimique qui les fabrique est réversible. Les principales résines thermoplastiques utilisées dans les composites sont le polypropylène, les polyamides et le polyéther-éther-cétone.

Matrices	Points forts	Points faibles
Polymères	Faible masse volumique Bon marché Insensibles à de nombreux agents chimiques Mise en œuvre facile	Faible tenue en température Sensibles à l'humidité
Métalliques (cas des matrices alus)	Masse volumique moyenne Assez bon marché Caractéristiques mécaniques bonnes Mise en œuvre assez facile car Tfusion basse	Mise en œuvre chère
Minérales	Faible masse volumique Réfractaires Bonne résistance en compression Rigidité importante Inertie chimique Résistantes aux hautes températures	Sensibles aux chocs Mise en œuvre délicate et chère

Tableau 2. Avantages et inconvénients des principaux types de matrices

2.1.2 Renfort

Le rôle du renfort est d'améliorer les propriétés du matériau composite (augmenter la raideur, la résistance mécanique, la conductivité électrique et thermique, rendre le matériau magnétique....). Les renforts les plus courants sont les fibres polymères, les fibres de verre, de carbone ou d'aramide.

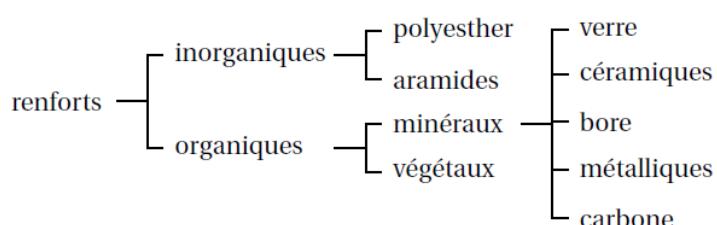


Figure 25. Principaux types de renforts

Les renforts peuvent adopter diverses géométries et organisations spatiales (Figure 26). La géométrie et l'organisation spatiale des renforts ont une grande influence sur les propriétés d'un composite (voir chapitres suivants).

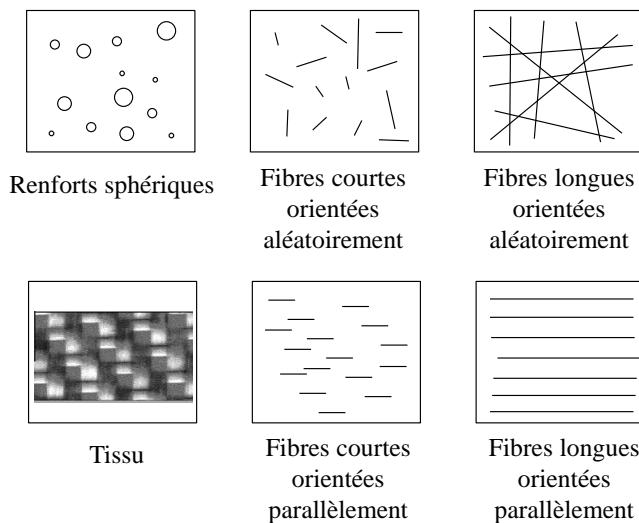
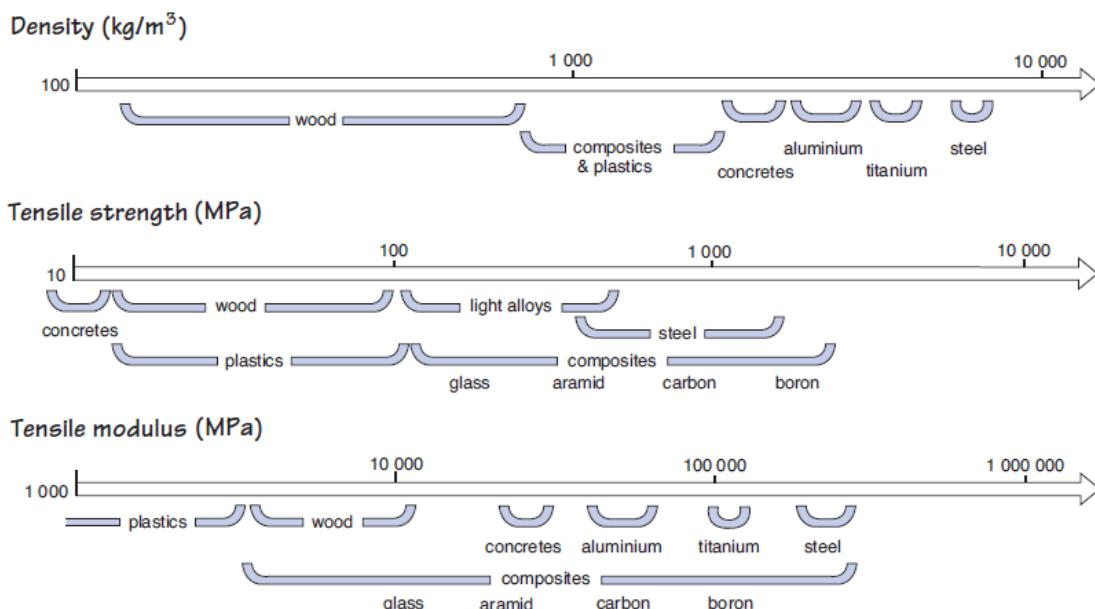


Figure 26. Géométries et organisations spatiales des renforts

2.2 Propriétés générales des composites



Composites provide the advantages of lower weight, greater strength and higher stiffness.

Figure 27. Propriétés des composites en comparaison avec d'autres familles de matériaux (Doc. HEXCEL)

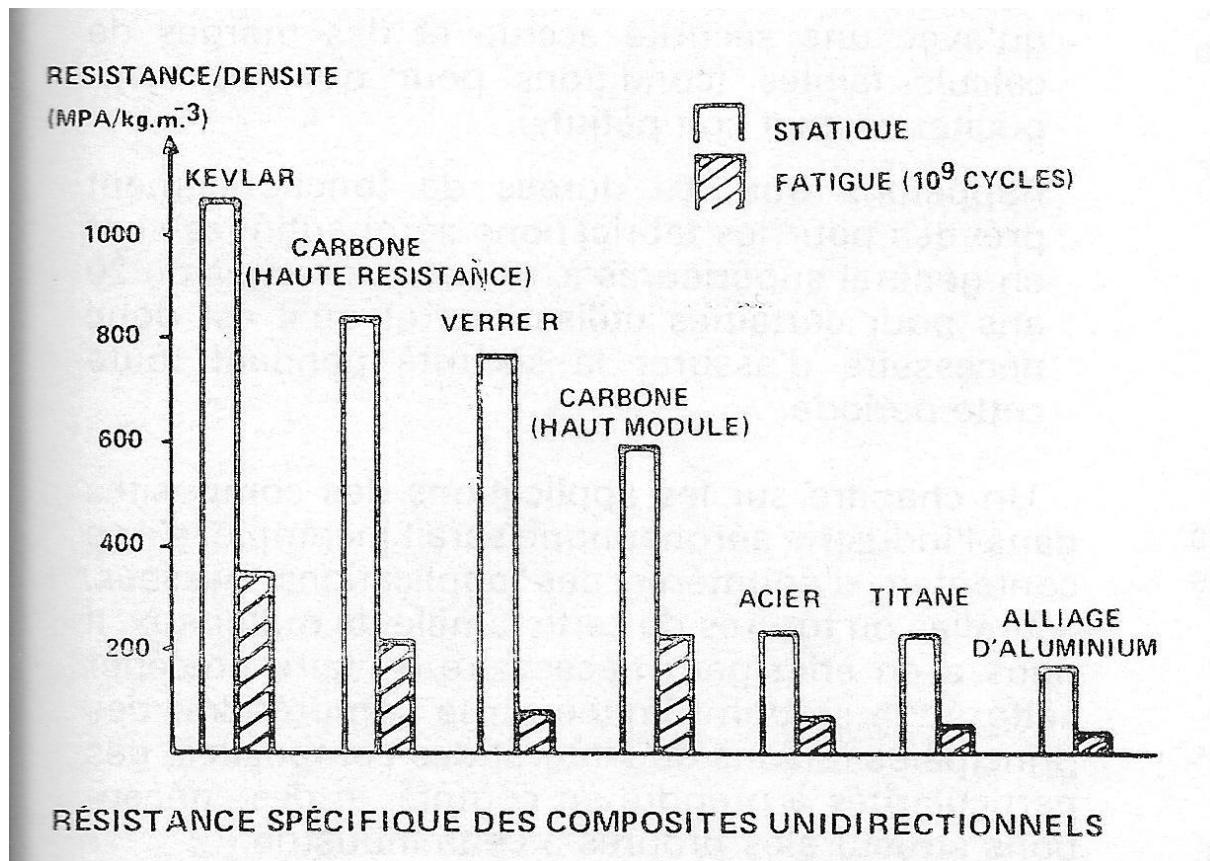


Figure 28. Propriétés des composites en comparaison avec d'autres familles de matériaux

Nature	Construction classique Prix	Construction composite Prix
Empennage d'hélicoptère	Alliage léger + acier (16 kg) 1	Carbone/époxyde (9 kg) 0,45
Potence de treuil d'hélicoptère	Acier soudé (16 kg) 1	Carbone/époxyde (11 kg) 1,2
Moyeu rotor d'hélicoptère	masse : 1 1	Carbone/kevlar/époxyde masse : 0,8 0,4
Plancher aéronautique	masse : 1 1	Carbone/kevlar/époxyde masse : 0,8 1,7

Figure 29. Les composites en remplacement des métaux [8]

2.2.1 Modélisation du comportement mécanique en traction uniaxiale du pli UD à fibres longues

Un pli UD (unidirectionnel) à fibres longues est une « feuille » de composite dans laquelle les fibres sont longues (la longueur critique permettant un gain optimal de résistance mécanique est atteinte) et toutes orientées parallèlement dans une seule direction (voir en bas à droite de la Figure 26).

Fraction massique de renfort :

$$M_f = \frac{\text{masse de renfort}}{\text{masse totale}}$$

Fraction massique de matrice :

$$M_m = \frac{\text{masse de matrice}}{\text{masse totale}}$$

Remarque : $M_f + M_m = 1$

Fraction volumique de renfort :

$$V_f = \frac{\text{volume de renfort}}{\text{volume total}}$$

Fraction volumique de matrice :

$$V_m = \frac{\text{volume de matrice}}{\text{volume total}}$$

Remarque : $V_f + V_m = 1$

Masse volumique d'un pli : $\rho = \rho_f \cdot V_f + \rho_m \cdot V_m$

Epaisseur du pli :

$$h = \frac{m}{V_f \cdot \rho_f}$$

avec m : grammage

Relation fraction massique / fraction volumique

Soit un composite donc le renfort est sous forme de fibres. En procédés, on raisonne en masses (masse de fibre, masse de matrice). En modélisation mécanique, on verra qu'on a besoin de raisonner en fraction volumique. Il est donc nécessaire d'établir le lien entre fraction massique et fraction volumique.

Par définition, la fraction volumique de fibres est

$$V_f = \frac{\text{volume de fibres}}{\text{volume total}}$$

Le volume des fibres est leur masse m_f sur leur masse volumique ρ_f : m_f / ρ_f . Idem pour la matrice.

Le volume total est le volume de fibre et de matrice.

Donc

$$V_f = \frac{\frac{m_f}{\rho_f}}{\frac{m_f}{\rho_f} + \frac{m_m}{\rho_m}}$$

Divisons en haut et en bas par la masse m_c totale du composite et notons que $M_f = m_f/m_c$ est la fraction massique de fibres. Idem pour la matrice. Alors il vient

$$V_f = \frac{\frac{M_f}{\rho_f}}{\frac{M_f}{\rho_f} + \frac{M_m}{\rho_m}}$$

Loi des mélanges

Certaines propriétés des plis UD à fibres longues peuvent être estimées à partir des propriétés du renfort, des propriétés de la matrice et de la fraction volumique de renfort à l'aide d'une loi simple appelée loi des mélanges. On peut citer le module d'Young E_c , la résistance en traction Rm_c , la conductivité thermique dans le sens des fibres.

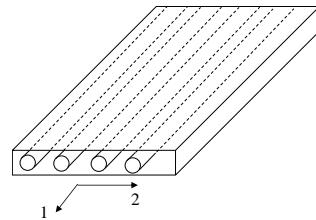
Exemple : module d'Young d'un pli UD à fibres longues

E_c dans le sens 1 : loi de Voigt

$$E_{1c} = E_{1f}.V_f + E_{1m}.V_m$$

E_c dans le sens 2 : loi de Reuss

$$\frac{1}{E_{2c}} = \frac{V_m}{E_{2m}} + \frac{V_f}{E_{2f}}$$



Remarque : certaines propriétés des composites à fibres longues ne peuvent pas être estimées à partir de la loi des mélanges. On peut citer la conductivité thermique dans le sens transversal aux fibres, la conductivité électrique dans le sens transversal aux fibres, la ténacité.

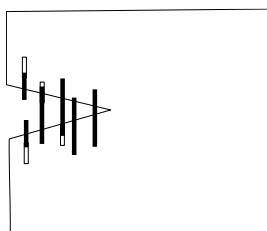
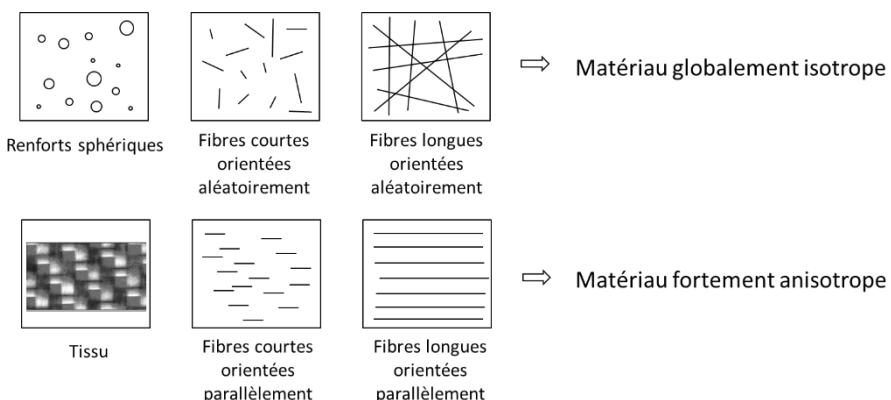


Figure 30. Phénomène de déchaussement des fibres dans le cas d'une fissuration d'un composite

Influence de la géométrie des renforts sur les propriétés mécaniques



L'influence de la nature et de l'organisation spatiale des renforts dans les propriétés mécaniques, thermiques, rhéologiques est fondamentale.

2.3 Notion de stratifié

Un pli UD à fibres longues est fortement anisotrope (Figure 31). Afin d'obtenir un matériau quasi isotrope tout en gardant des fibres longues permettant un renfort maximal, on fabriquera un stratifié.

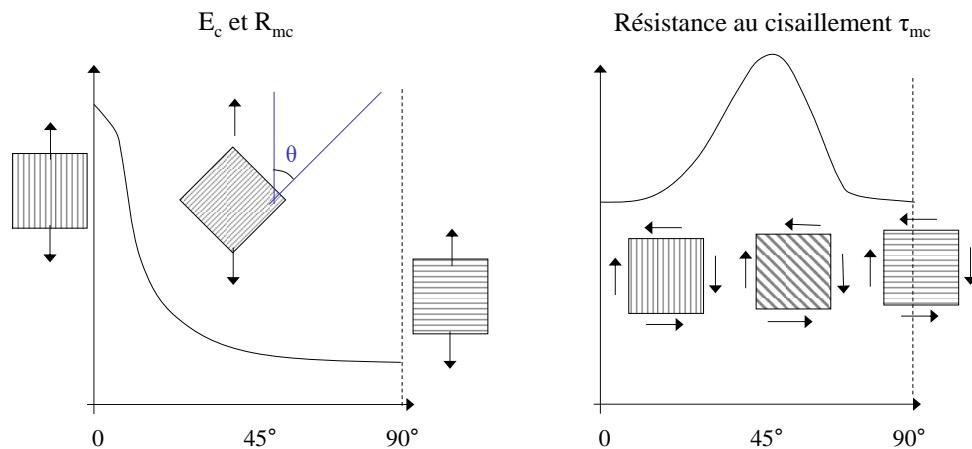


Figure 31. Influence de l'orientation des fibres dans un pli UD à fibres longues

Un stratifié est la superposition de plusieurs couches de plis UD ou de tissus. Les couches sont en général orientées suivant plusieurs directions (typiquement 0°, 45°, 90°, -45°).

La raideur d'un stratifié dépend du nombre de plis, de l'orientation des fibres dans chaque pli, et de la séquence d'empilement des plis.

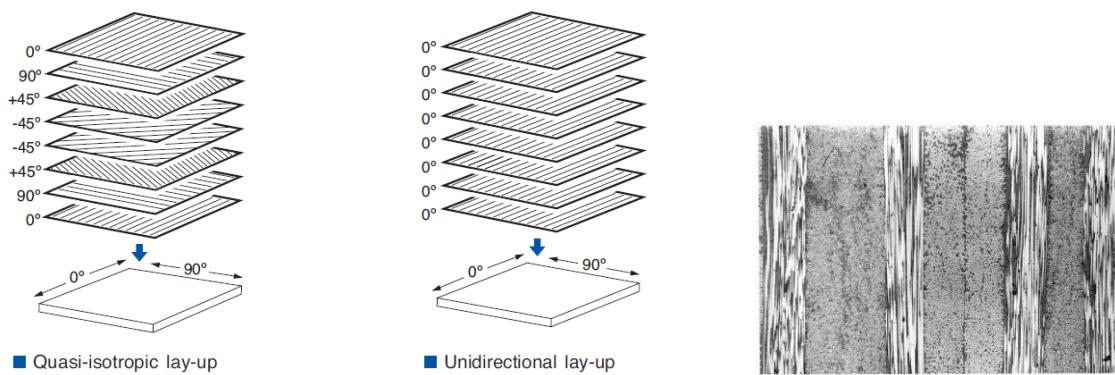


Figure 32. Gauche : stratifié quasi-isotrope et stratifié unidirectionnel (Doc. HEXCEL). Droite : Vue au microscope électronique d'un stratifié 0°/90°

Dans un stratifié, chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degré de l'angle que fait la direction des fibres avec un axe de référence. La structure stratifiée est décrite de bas en haut et :

- les couches sont nommées successivement entre crochets en allant de la face inférieure à la face supérieure. Les couches successives sont séparées par le symbole « / ». Ex : [-45/45/-45/-45/45/-45] ;
- les couches successives d'un même matériau et de même orientation sont désignées par un indice numérique. Ex : [0/45₂/90₂ / -45₂/0] ;

- en cas de structures symétriques, la moitié est codifiée et le symbole s indique la symétrie : $[-45/45/-45/-45]$ devient $[-45/45/-45]s$ et $[0/45/45/90/-45/-45/0]$ devient $[0/45_2/90/-45_2/0]$.

Les stratifiés montrent de nouveaux mécanismes de rupture : rupture des fibres (traction et flexion), flambement des fibres (compression et flexion), délaminage : rupture de la matrice entre les plis (cisaillage et flexion).

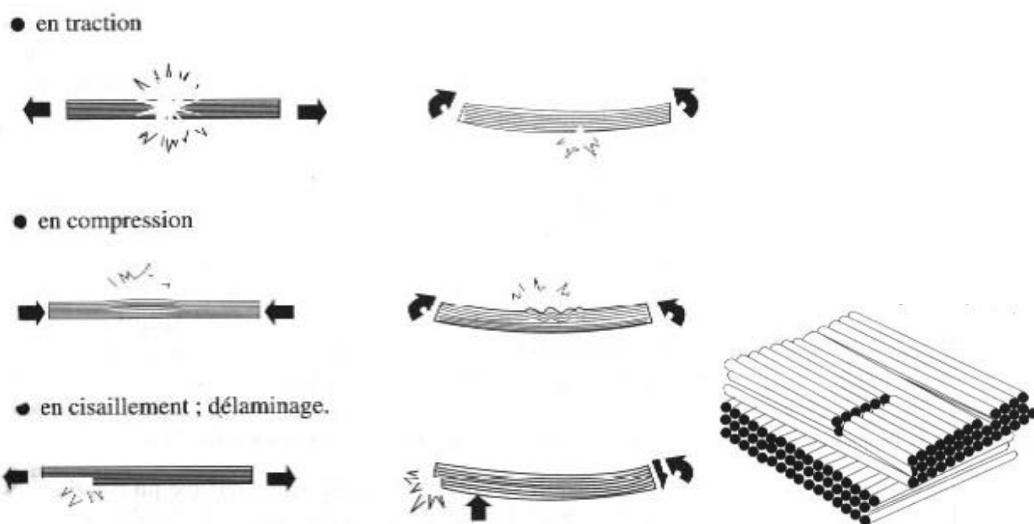
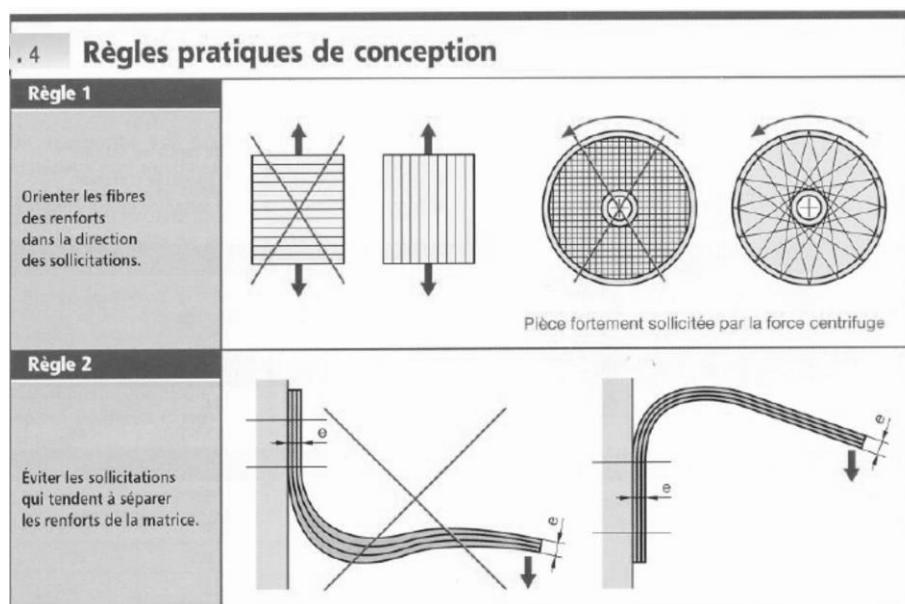


Figure 33. Mécanismes de rupture dans les stratifiés [8]

2.4 Conception de pièces composites

L'influence primordiale de la nature et de l'organisation spatiale des renforts dans les propriétés (mécaniques, thermiques...) impose des règles spécifiques de conception. On ne conçoit pas une pièce composite de la même manière que si elle avait été en polymère ou métal.



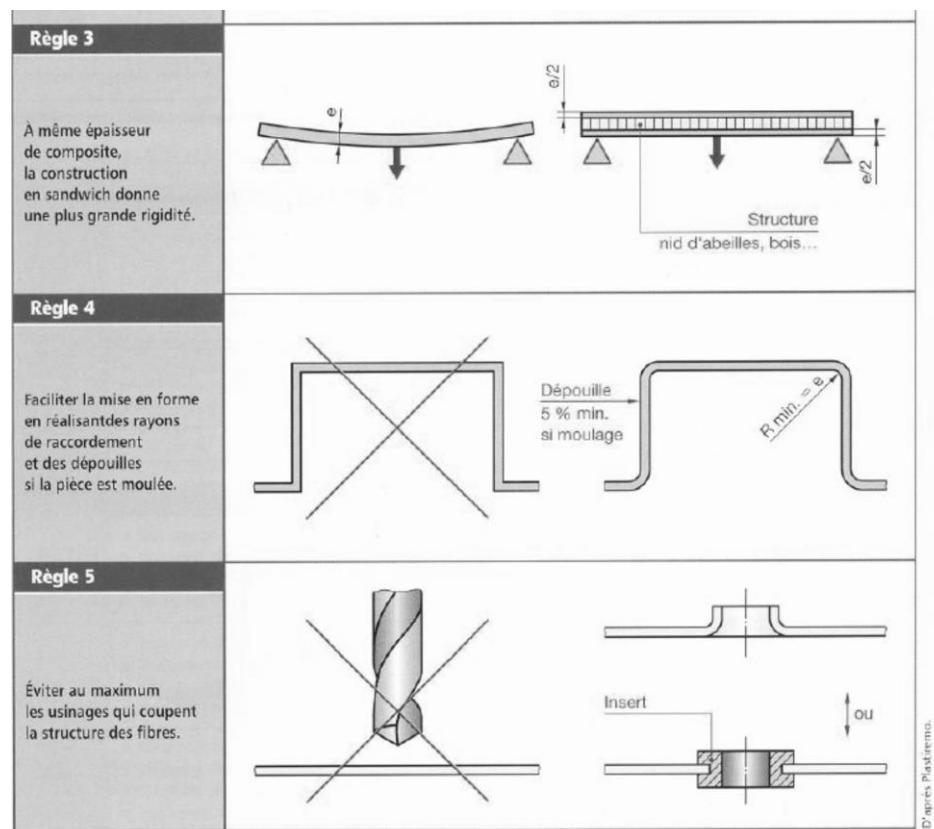


Figure 34. Conception de pièces composites [9]

3 Le matériau pli

En mécanique des solides, la notation générale de tenseur des contraintes $\bar{\sigma}$ et des déformations $\bar{\varepsilon}$ est de la forme :

$$\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

$$\bar{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}$$

On peut alors calculer la densité d'énergie interne de déformation :

$$tr(\bar{\sigma} \cdot \bar{\varepsilon}) = \sigma_{11} \cdot \varepsilon_{11} + \sigma_{22} \cdot \varepsilon_{22} + \sigma_{33} \cdot \varepsilon_{33} + 2 \cdot (\sigma_{12} \cdot \varepsilon_{12} + \sigma_{13} \cdot \varepsilon_{13} + \sigma_{23} \cdot \varepsilon_{23})$$

Dans ce cours, nous utiliserons sauf mention contraire la notation suivante :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}; \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} = \gamma_{23} \\ 2\varepsilon_{13} = \gamma_{13} \\ 2\varepsilon_{12} = \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

3.1 Le pli unidirectionnel (pli UD)

3.1.1 Fraction massique de renfort :

$$M_f = \frac{\text{masse de renfort}}{\text{masse totale}}$$

Fraction massique de matrice :

$$M_m = \frac{\text{masse de matrice}}{\text{masse totale}}$$

Remarque : $M_f + M_m = 1$

Fraction volumique de renfort :

$$V_f = \frac{\text{volume de renfort}}{\text{volume total}}$$

Fraction volumique de matrice :

$$V_m = \frac{\text{volume de matrice}}{\text{volume total}}$$

Remarque : $V_f + V_m = 1$

Masse volumique d'un pli : $\rho = \rho_f \cdot V_f + \rho_m \cdot V_m$

Epaisseur du pli : $h = \frac{m}{V_f \cdot \rho_f}$ avec m : grammage

Certaines propriétés des plis UD à fibres longues peuvent être estimées à partir des propriétés du renfort, des propriétés de la matrice et de la fraction volumique de renfort à l'aide d'une loi simple appelée loi des mélanges. On peut citer le module d'Young E_c , la résistance en traction Rm_c , la conductivité thermique dans le sens des fibres.

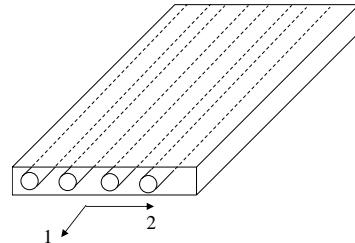
Exemple : module d'Young d'un pli UD à fibres longues

E_c dans le sens 1 : loi de Voigt

$$E_{1c} = E_f \cdot V_f + E_m \cdot V_m$$

E_c dans le sens 2 : loi de Reuss

$$\frac{1}{E_{2c}} = \frac{V_m}{E_m} + \frac{V_f}{E_f}$$



Remarque : on suppose là que fibres et matrice sont isotropes

3.1.2 Coefficients élastiques du matériau pli

3.1.3 Loi de comportement pour un milieu élastique linéaire

Dans un milieu élastique linéaire la relation entre déformation et contraintes est de la forme :

$$\varepsilon_{ij} = \varphi_{ijkl} \sigma_{kl}$$

valeurs φ_{ijkl} au nombre de 81 (matrices 9x9)

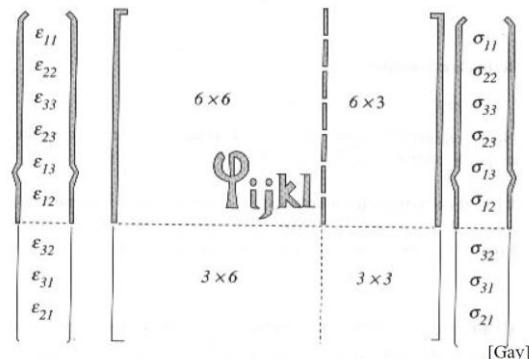


Figure 35. Loi de comportement d'un milieu élastique linéaire

La symétrie du tenseur des contraintes ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) et du tenseur des déformations ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$) fait que la relation peut se réduire à la partie grisée de la Figure 35. On passe ainsi de 81 à 36 coefficients indépendants nécessaires pour connaître la relation entre déformations et contraintes. Des considérations sur le potentiel de déformation (théorème de Maxwell-Betti) permettent de réduire le nombre de coefficients à 21 termes indépendants, car on montre que $\varphi_{ijkl} = \varphi_{klij}$. Pour la suite, on simplifiera la notation de la matrice φ comme ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

sym

3.1.4 Etude des symétries

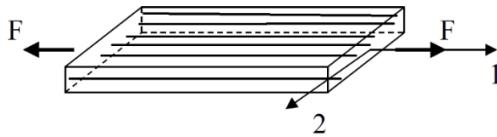


Figure 36. Pli UD dans le repère (1;2;3)

Plan $x_3=0$

Soit un repère $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$. Un pli UD, placé dans le plan (\vec{x}_1, \vec{x}_2) , montre une symétrie (dans son comportement mécanique) par rapport au plan $x_3=0$. La loi de comportement doit donc se montrer invariante dans le repère $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, -\vec{x}_3)$.

Soit P la matrice de passage entre le repère $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ et le repère $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, -\vec{x}_3)$. Alors on a

$$P^{-1} \cdot \sigma \cdot P = C \cdot (P^{-1} \cdot \varepsilon \cdot P)$$

$$\text{avec } P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$P^{-1} \cdot \sigma \cdot P = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} & -\sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \text{ ce qui revient à écrire } \sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}$$

De même pour les déformations.

Ainsi, on a à la fois

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ \text{sym} & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \quad \text{et}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ \text{sym} & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ -\gamma_{23} \\ -\gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

Par identification, on peut écrire 6 équations reliant les coefficients C_{ii} . Par exemple :

$$\begin{aligned} C_{11}\varepsilon_{11} + C_{12}\varepsilon_{22} + C_{13}\varepsilon_{33} + C_{14}\gamma_{23} + C_{15}\gamma_{13} + C_{16}\gamma_{12} &= C_{11}\varepsilon_{11} + C_{12}\varepsilon_{22} + C_{13}\varepsilon_{33} - C_{14}\gamma_{23} - C_{15}\gamma_{13} + C_{16}\gamma_{12} \\ \Leftrightarrow 2C_{14}\gamma_{23} + 2C_{15}\gamma_{13} &= 0 \end{aligned}$$

Les 6 relations devant être vraies pour toute déformation, il vient alors $C_{14}=0$; $C_{15}=0$; $C_{24}=0$; $C_{25}=0$; $C_{34}=0$; $C_{35}=0$; $C_{46}=0$; $C_{56}=0$. (voir <https://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00470296v1> pour plus de détails)

On passe ainsi de 21 à 13 coefficients indépendants.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}_{sym} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ -\gamma_{23} \\ -\gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

Plan $x_2=0$

Une étude similaire dans le plan $x_2=0$ amène à :

$$C_{14}=0 ; C_{16}=0 ; C_{24}=0 ; C_{26}=0 ; C_{34}=0 ; C_{36}=0 ; C_{45}=0 ; C_{56}=0$$

Remarque : cette fois on a $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

L'étude de la symétrie dans le plan $x_2=0$ permet également de passer de 21 à 13 coefficients C indépendants.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & C_{15} & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & C_{25} & 0 \\ & & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & C_{46} \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}_{sym} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ -\gamma_{23} \\ -\gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

Plan $x_1=0$

L'étude de la symétrie dans le plan $x_1=0$ permet également de passer de 21 à 13 coefficients C indépendants.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & 0 & 0 \\ & & C_{33} & C_{34} & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}_{sym} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ -\gamma_{23} \\ -\gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

3.1.5 Le pli UD est orthotrope

Un matériau orthotrope est un matériau qui présente, en tout point, deux symétries du comportement mécanique, chacune par rapport à un plan, les deux plans étant orthogonaux. Or un pli UD est orthotrope.

De plus le troisième plan orthogonal aux deux est alors également plan de symétrie. Les 3 précédentes des symétries étudiées sont vérifiées, et de 21 coefficients, on passe à 9 coefficients.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix}_{sym} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ -\gamma_{23} \\ -\gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

3.1.6 Le pli UD est isotrope transverse

Un matériau orthotrope possédant une symétrie de révolution autour d'un axe est dit isotrope transverse.

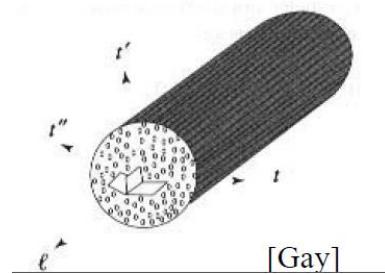


Figure 37. Matériau isotrope transverse

[Gay]

Si l'on tourne le repère d'un angle α autour de l'axe des fibres, axe L du repère de la Figure 37, la loi de comportement ne varie pas. Soit P la matrice de passage de l'ancienne base vers la base tournée de l'angle α , alors

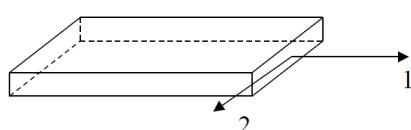
$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

On montre, avec le même raisonnement que pour l'étude des symétries, qu'un matériau isotrope transverse est caractérisé par 5 coefficients élastiques indépendants :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ -\sigma_{23} \\ -\sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{22} - C_{33} & 0 & 0 \\ & & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ -\gamma_{23} \\ -\gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

3.1.7 Le pli UD est une couche mince

On peut considérer un état de contraintes planes, l'épaisseur du pli étant faible devant les deux autres dimensions du matériau.

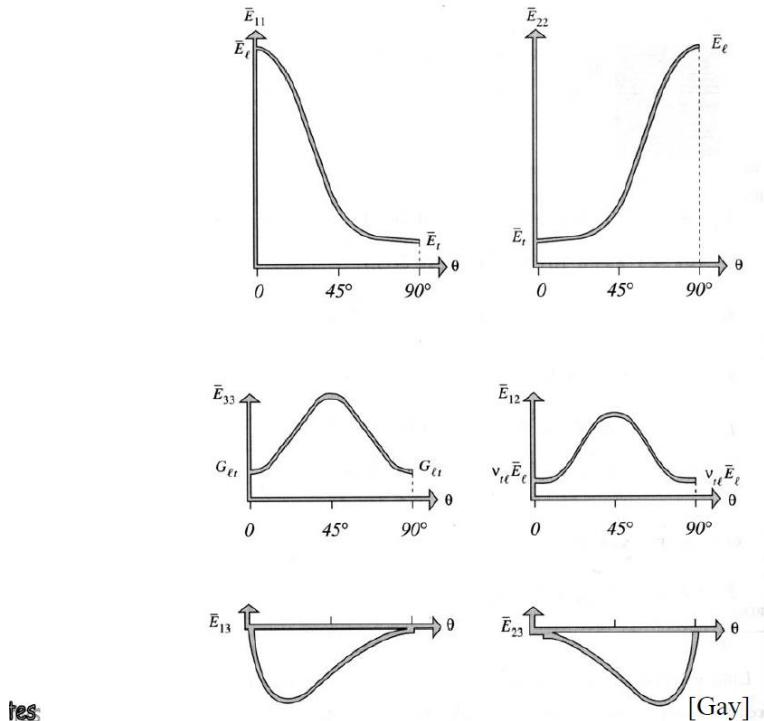


$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad \varepsilon_{33} \neq 0$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ -\gamma_{23} \\ -\gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}$$

3.1.8 Coefficients élastiques hors axes du pli

Allure des variations pour un pli caractérisé par des modules E_l et E_t très différents (par exemple, cas des unidirectionnels fibre/résine)



3.2 Le pli tissé

3.2.1 Définitions

Dans un pli tissé, on crée un entrecroisement de fils de chaîne et de trame selon des motifs particuliers dits motifs de tissage. Le renfort est donc orienté suivant deux directions, contrairement au pli unidirectionnel (pli UD) où le renfort est orienté suivant une seule direction.

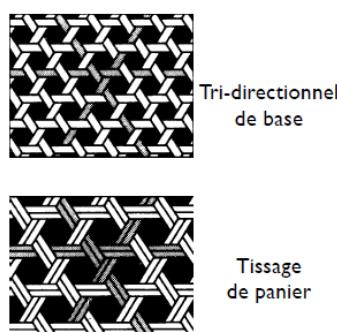


Figure 38. Exemples de motifs de tissage

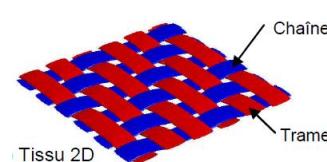


Figure 39. Fils de chaîne et de trame (<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00403885>) (<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00603123>)

On dit qu'un pli tissé est équilibré quand la quantité de fibres dans les directions chaîne et trame est la même.

3.2.2 Estimation des fractions volumiques de fibre et de matrice au sein de l'ensemble du matériau

Les tissus se présentent sous forme de préimprégnés, ou de renfort seul dans lequel on va infuser la matrice.

Pour la fabrication, on raisonne plus facilement en fractions massiques. A partir des fractions massiques et de la masse volumique de chaque composant, on peut retrouver les fractions volumiques de fibres et de matrice au sein de l'ensemble du matériau, nécessaires à l'estimation des propriétés élastiques.

Données

- Masse volumique fibres en kg/m³ ρ_f
- Masse volumique matrice en kg/m³ ρ_m
- Grammage tissu sec en g/m² m_s
- Grammage tissu préimprégné de matrice en g/m² m_p

Démarche

On peut d'abord estimer le volume de fibres et de matrice dans 1m² de pli (m³/m²).

Le grammage du tissu sec correspond à la masse de fibre dans 1m² de tissu. Dans 1m² de tissu on a

$$\text{Volume}_{fibres} = \frac{m_s}{\rho_f}$$

La masse de matrice dans 1m² de tissu correspond au grammage du préimprégné moins le grammage du tissu sec donc

$$\text{Volume}_{matrice} = \frac{m_p - m_s}{\rho_m}$$

Les fractions volumiques V_f et V_m de fibres et de matrice sur l'ensemble du tissu sont alors données par

$$V_f = \frac{\text{Volume}_{fibres}}{\text{Volume}_{fibres} + \text{Volume}_{matrice}}$$

$$V_m = \frac{\text{Volume}_{matrice}}{\text{Volume}_{fibres} + \text{Volume}_{matrice}}$$

3.2.3 Estimation des fractions volumiques de fibres et de matrice des torons

Les fibres dans le sens chaîne et la matrice qui les relie seront appelés torons de chaîne.

Les fibres dans le sens trame et la matrice qui les relie seront appelés torons de trame.

On peut assimiler ces torons à un pli UD mais les calculs des fractions massiques et volumiques de matrice et de renfort sont plus complexes que pour un pli UD.

Soient

- Nc le nombre de fils de chaîne par unité de longueur
- Nt le nombre de fils de trame par unité de longueur
- Vf la fraction volumique de fibre sur l'ensemble du matériau
- Vm la fraction volumique matrice sur l'ensemble du matériau

Les fractions volumiques de fibres sens chaîne et de fibres sens trame rapporté à l'ensemble du tissu sont

$$V_{f,c} = V_f \cdot \frac{Nc}{Nc + Nt}$$

$$V_{f,t} = V_f \cdot \frac{Nt}{Nc + Nt}$$

On suppose que la matrice est équirépartie entre chaîne et trame :

$$V_{m,c} = V_{m,t} = \frac{V_m}{2}$$

Remarque : dans le cas d'un tissu équilibré, Nc=Nt.

On peut ensuite estimer les fractions volumiques de fibres et de matrice pour les torons de chaîne et de trame.

Pour les torons de chaîne

$$V_{f,c,toron} = \frac{V_{f,c}}{V_{f,c} + V_{m,c}}$$

$$V_{m,c,toron} = \frac{V_{m,c}}{V_{f,c} + V_{m,c}}$$

Pour les torons de trame

$$V_{f,t,toron} = \frac{V_{f,t}}{V_{f,t} + V_{m,t}}$$

$$V_{m,t,toron} = \frac{V_{m,t}}{V_{f,t} + V_{m,t}}$$

Ces fractions volumiques vont nous permettre d'appliquer la loi des mélanges pour chaque toron.

3.2.4 Estimation des modules d'élasticité des torons

Torons de chaîne

$$E_{1,c} = V_{f,c,toron} \cdot E_f + V_{m,c,toron} \cdot E_m$$

$$E_{2,c} = \frac{1}{\frac{V_{f,c,toron}}{E_f} + \frac{V_{m,c,toron}}{E_m}}$$

Torons de trame

$$E_{1,t} = V_{f,t,toron} \cdot E_f + V_{m,t,toron} \cdot E_m$$

$$E_{2,t} = \frac{1}{\frac{V_{f,t,toron}}{E_f} + \frac{V_{m,t,toron}}{E_m}}$$

3.2.5 Estimation des modules d'élasticité du tissu

L'entrecroisement des fils de chaîne et de trame génère une ondulation des fils. Si on néglige ces ondulations, la loi des mélanges peut être utilisée pour estimer les modules d'élasticité des plis tissés.

Par ailleurs, on peut supposer qu'un pli tissé a un comportement orthotrope (trois plans de symétrie).

On suppose que les torons de chaîne et de trame fonctionnent « en parallèle » : ils sont soumis à la même déformation et l'effort global se répartit dans chaque toron.

On peut donc utiliser la loi des mélanges avec le modèle de Voigt :

Sur l'ensemble du tissu, la fraction volumique de torons de chaîne est

$$V_c = V_{f,c} + V_{m,c}$$

La fraction volumique de torons de trame est

$$V_t = V_{f,t} + V_{m,t}$$

Pour l'estimation de la raideur, dans le sens chaîne les torons de chaîne sont sollicités dans le sens longitudinal mais les torons de trame sont sollicités dans le sens transversal. La loi des mélanges donne donc

$$E_{c,pli} = V_c \cdot E_{1,c} + V_t \cdot E_{2,t}$$

$$E_{t,pli} = V_c \cdot E_{2,c} + V_t \cdot E_{1,t}$$

4 Etude des Stratifiés

Les stratifiés sont des matériaux composés de plis élémentaires (généralement de même épaisseur). Chaque pli peut être orienté dans une direction différente, repérée par un angle donné par rapport à l'axe du stratifié (angle θ sur la figure ci-dessous)

Couche élémentaire : matériau orthotrope d'axe $O\bar{x}$

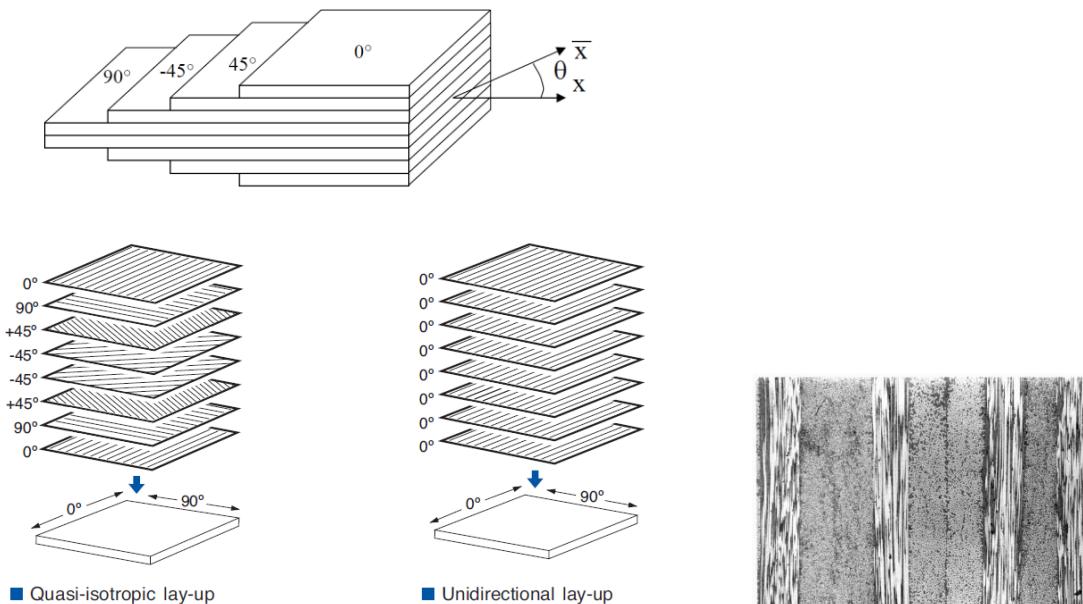


Figure 40. Gauche : stratifié quasi-isotrope et stratifié unidirectionnel (Doc. HEXCEL). Droite : Vue au microscope électronique d'un stratifié 0°/90°

Dans un stratifié, chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degré de l'angle que fait la direction des fibres avec un axe de référence. La structure stratifiée est décrite de bas en haut et :

- les couches sont nommées successivement entre crochets en allant de la face inférieure à la face supérieure. Les couches successives sont séparées par le symbole « / ». Ex : [-45/45/-45/-45/45/-45] ;
- les couches successives d'un même matériau et de même orientation sont désignées par un indice numérique. Ex : [0/45₂/90/ - 45₂/0] ;

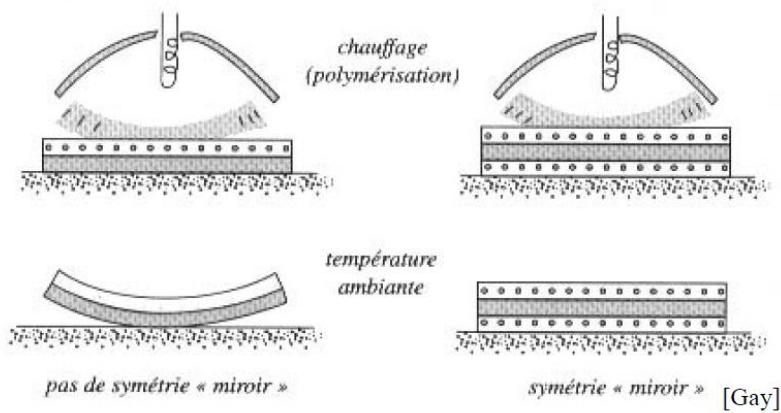
Un stratifié à symétrie miroir est un stratifié dont les empilements de part et d'autre du pli moyen sont symétriques. Exemple : [-45/45/-45/-45/45/-45]. La notation d'un stratifié peut changer en cas de symétrie miroir. Par exemple

[-45/45/-45/-45/45/-45] devient [-45/45/-45]_s

[0/45/-45/90/90/-45/45/0] devient [0/45/-45/90]_s

4.1 Pourquoi la symétrie miroir ?

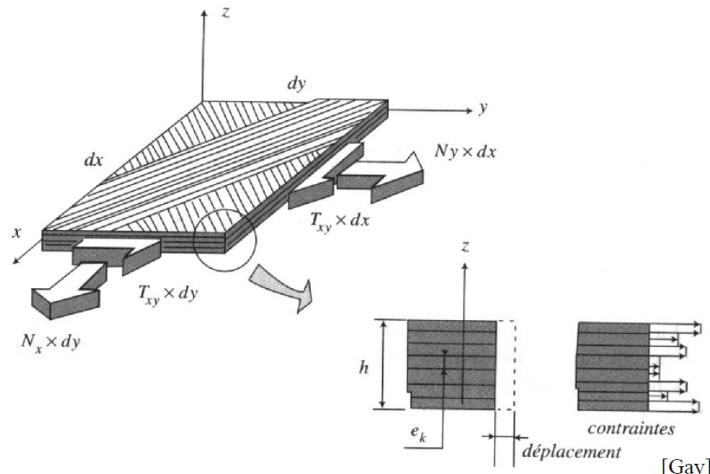
- Pas de « voilage », ou « gauchissement », lors du cycle cuisson/refroidissement
- Pas de couplage membrane/flexion et donc pas de déplacements hors plan ou de gauchissements lors de sollicitations de membrane.



4.2 Comportement mécanique d'un stratifié

4.2.1 Comportement dans le plan

Soit un stratifié plan, pourvu de la symétrie miroir (les empilements de part et d'autre du pli moyen sont symétriques), soumis à des sollicitations dans son plan notées N_x , N_y , $T_{xy}=T_{yx}$, par unité d'envergure suivant la direction y ou x . On parle d'efforts de membrane, ou flux d'efforts.



Démarche générale de modélisation

L'objectif est d'estimer les contraintes dans chaque pli pour appliquer un critère de rupture dans chaque pli. Les flux d'efforts sont exprimés en fonction des contraintes dans chaque pli. On exprime ces flux d'efforts en fonction des déformations du stratifié supposées identiques pour chaque pli, à l'aide d'une matrice A appelée matrice de raideur en membrane

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{pmatrix}$$

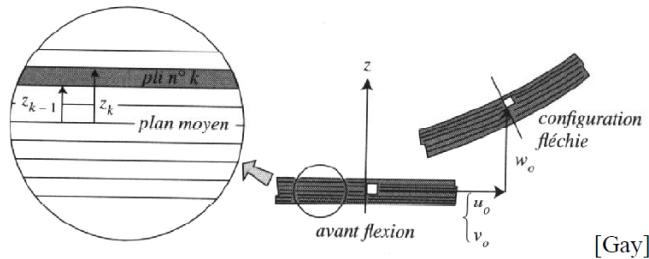
Cette matrice de raideur dépend des propriétés élastiques des plis et de l'épaisseur de chaque pli.

La démarche est donc :

- 1/ Loi des mélanges ou essai de traction : propriétés élastiques du pli UD
- 2/ Matrice de raideur du pli UD dans ses axes d'orthotropie
- 3/ Matrice de raideur de chaque pli UD dans les axes du stratifié
- 4/ Matrice de raideur en membrane A du stratifié
- 5/ Déformations des plis à partir des flux d'efforts et de A
- 6/ Contraintes dans chaque pli avec la loi de comportement du pli UD
- 7/ Critère de rupture au sein de chaque pli

4.2.2 Comportement en flexion (hors programme du cours)

Cette fois-ci les sollicitations entraînent une déformation du stratifié hors de son plan.



Deux hypothèses

- L'adhésion entre couches est parfaite
- Kirchoff Love : Une ligne perpendiculaire au plan moyen avant déformation reste perpendiculaire à la surface moyenne du plan moyen après flexion

On définit cette fois ci des moments fléchissants M_y , M_x et M_{xy} . La matrice C ci-dessous, matrice de rigidité en flexion-torsion, relie ces moments aux courbures.

$$\begin{bmatrix} M_y \\ -M_x \\ -M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}$$

avec : $C_{ij} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{ij}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3}$

4.2.3 Comportement général

Si le stratifié n'est pas à symétrie miroir, une sollicitation dans le plan peut entraîner de la flexion et vice-versa, on parle de couplage.

On montre que le comportement général du stratifié est alors de la forme

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \\ M_y \\ -M_x \\ -M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & & & B & & \\ & \vdots & & \vdots & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & C & & \\ B & & & & \vdots & \\ & \vdots & & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \\ -\partial^2 w_0 / \partial x^2 \\ -\partial^2 w_0 / \partial y^2 \\ -2\partial^2 w_0 / \partial x \partial y \end{Bmatrix}$$

avec $A_{ij} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{ij}^k e_k = A_{ji}$

 $B_{ij} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{ij}^k \frac{z_k^2 - z_{k-1}^2}{2} = B_{ji}$
 $C_{ij} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{ij}^k \frac{z_k^3 - z_{k-1}^3}{3} = C_{ji}$

La matrice B relie les déformées du plan moyen aux moments et les courbures aux efforts de membrane. Elle traduit le couplage entre courbure et efforts de membrane, et entre les déformées du plan moyen et les moments.

4.3 Vidéos

[composite materials intro by JEC \(https://www.youtube.com/watch?v=dbywZ4PJ3QA\)](https://www.youtube.com/watch?v=dbywZ4PJ3QA) 5 min

[Composite Materials \(https://www.youtube.com/watch?v=Vu6ik-bcKf4\)](https://www.youtube.com/watch?v=Vu6ik-bcKf4) 20 min

[What is a composite ? \(https://www.youtube.com/watch?v=Z2inwFBdQ9g\)](https://www.youtube.com/watch?v=Z2inwFBdQ9g) 2 min

[Introduction to Composites \(https://www.youtube.com/watch?v=oFvkJE0wvCc\)](https://www.youtube.com/watch?v=oFvkJE0wvCc) 1 min

https://www.canal-u.tv/video/universite_de_tous_les_savoirs/les_composites_thermostructuraux.1134

4.4 Annexe. Rappels mathématiques

Effet d'un changement de base sur une matrice de transformation

- Soit une transformation f (2D vers 2D ou 3D vers 3D)
- Soit A la matrice d'une transformation f dans la base (e_i)
- Soit A' la matrice de f dans la base (e'_i)
- Soit P la matrice de passage de (e_i) à (e'_i)
- Soit un vecteur V1 de coordonnées X dans (e_i) et X' dans (e'_i)
- Soit V2 de coordonnées Y dans (e_i) et Y' dans (e'_i), image de V1 par f

On a donc : $X = P.X'$; $Y = P.Y'$; $Y = A.X$; $Y' = A'.X'$ Donc $Y = A.X$ devient $P.Y' = A.P.X'$ Donc $Y' = P^{-1}.A.P.X'$ Donc $A' = P^{-1}.A.P$

5 Mise en œuvre des composites

L'influence de la nature (fibres longues, fibres courtes...) et de l'organisation spatiale des renforts (vrac, tissu...) sur les propriétés fait que l'on élabore un composite en fonction de la pièce que l'on veut obtenir (type de résine, type de renfort, pourcentage et orientation des renforts, nombre de plis).

On abordera essentiellement la mise en œuvre des composites à matrice polymère.

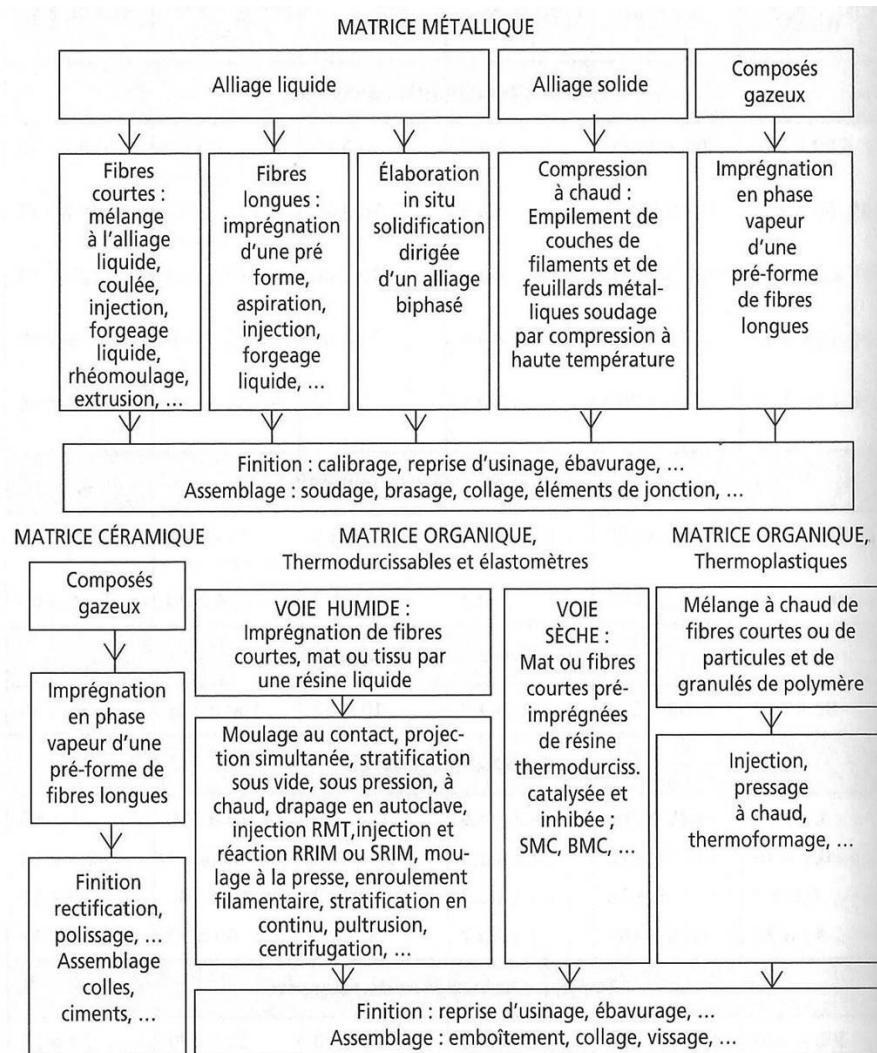


Figure 41. Aperçu général [10]

Le choix du procédé de transformation est guidé par la nature du matériau (thermoplastique / thermodurcissable), la forme de la pièce à réaliser, les performances visées, les impératifs de production en termes de quantité et de cadence. La réalisation de pièces en composites destinées aux marchés de grande diffusion (automobile, électricité, bâtiment) nécessite la mise en œuvre de procédés de transformation fortement automatisés, à productivité élevée. L'utilisation de pré-imprégnés sous forme de feuilles ou de granulés permet d'obtenir des produits par compression ou injection avec des temps de cycle réduits. Le mélange des constituants élémentaires (résine, renfort, catalyseur, charges) peut être réalisé préalablement à la mise en forme définitive du produit par estampage, compression ou moulage.

Les procédés de transformation des composites hautes performances restent manuels ou peu automatisés : production en petites séries de pièces à haute valeur ajoutée (aéronautique, sports et loisirs, médical).

Le moulage au contact et la projection simultanée sont des procédés manuels adaptés à la production en petites séries de pièces (composites de grande diffusion et composites à hautes performances).

Il en va de même pour les procédés de fabrication, comme l'enroulement filamentaire et la centrifugation. Ces procédés permettent de réaliser des corps creux de révolution de grandes dimensions, telles les cuves destinées à l'industrie chimique ou les tuyauteries de centrales électriques. Les produits de grande longueur (poutres, profilés et plaques) sont fabriqués par des procédés d'imprégnation en continu. Peu développée en France, la pultrusion permet de réaliser des profilés longs, principalement utilisés dans le secteur du bâtiment. *Source : SESSI*

5.1 Renforcement des résines thermodurcissables

5.1.1 Principe de fabrication des composites à résines thermodurcissables

Préparé par réticulation, deux ingrédients : résine, réagissent sous l'action de la chaleur en présence de réactifs (catalyseur et accélérateur de polymérisation). La structure 3D formée, stable, présente une résistance thermomécanique et chimique.

Les précurseurs sont souvent des résines à l'état semi-liquide (pré-polymère). Pour le moulage, la résine est mélangée à des charges renforçantes (telles la fibre de verre) et/ou de remplissage (pour notamment baisser le coût : craie, farine de bois, talc, etc.).

Un matériau thermodurcissable ne peut être mis en œuvre qu'une seule fois et devient infusible et insoluble après polymérisation. Une fois durci, sa forme ne peut plus être modifiée, un chauffage éventuel ne permettra pas de le fondre : il n'est pas recyclable, mais on peut néanmoins l'incorporer dans d'autres matériaux comme renfort.

5.1.2 Familles de procédés

On peut distinguer deux principales méthodes de mise en œuvre : la voie humide et la voie sèche.

5.1.2.1 Voie humide

Ensemble des procédés de fabrication de pièces composites dans lesquels la résine est déposée sous forme liquide sur les renforts pendant le cycle de fabrication. Les procédés de fabrication basés sur le principe de la voie humide sont nombreux et on peut citer les procédés où le dépôt de la résine sur les renforts et leur imprégnation peut être réalisé manuellement comme le moulage contact ou mécaniquement par injection basse pression (R.T.M.) ou par trempage dans un bain (pultrusion, enroulement filamentaire).

5.1.2.2 Voie sèche

Un Prepreg désigne un renfort préimprégné à l'avance par la résine époxyde : dans un premier temps, la résine est dissoute dans un solvant, puis on évapore le solvant pour obtenir des bandes ou plaques souples, car non réticulées, mais qui doivent être conservées à basse température (inférieure à -18°C) afin de ne pas déclencher la réaction de réticulation.

L'utilisateur met en place ces préimprégnés dans le moule puis réalise le durcissement à chaud (à des températures allant de 130 à 180 °C selon les formules) en autoclave, sous vide, pendant quelques heures selon les formules.

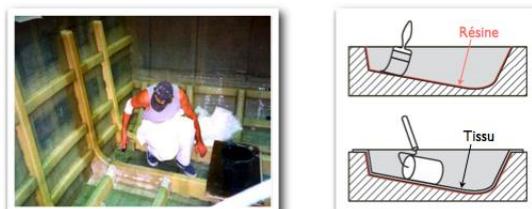
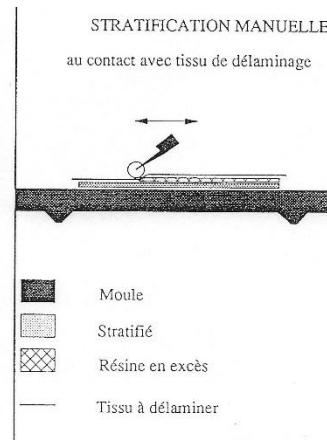
5.1.3 Procédés pour petites séries

5.1.3.1 Moulage au contact

On réalise un stratifié en déposant un agent de démoulage, un gel coat, puis, alternativement, des couches de résine liquide et des couches de tissu renfort. On comprime ensuite les couches déposées à l'aide d'un rouleau afin d'imprégner le tissu de résine et de chasser l'air. Une fois la stratification terminée, l'ensemble est mis à solidifier dans une étuve ou à température ambiante.

Dans le cas d'un moulage au contact, il faut évidemment pouvoir démouler la pièce. Pour cela on peut soit recouvrir la surface du moule d'un film plastique autodémoullant, soit la cirer avec des agents démoulants spéciaux, et, bien sûr, la forme désirée doit être démoulable.

La quantité de résine dont on imprègne les couches de tissus doit être correctement déterminée. Trop de résine alourdit la pièce sans améliorer sa résistance. Au contraire, dans une pièce ne contenant pas assez de résine, les fibres seront mal collées entre elles, ce qui diminuera fortement la résistance. Il faut environ 100g de résine époxyde pour 50 g de carbone ou pour 100g de fibre de verre.



(Richard Geoffrion www.cvm.qc.ca/geoffrio/index/materiau/cours13/cours13.html)

Avantages

- Simple
- bon marché
- rapide à mettre en oeuvre
- peu d'investissement
- adapté aux petites séries
- permet de fabriquer de très grandes pièces (coques de bateaux, piscines, réservoirs....)

Inconvénients

- Dosage de la résine difficile
- possibilité de bulles d'air
- demande de l'expérience
- une seule face lisse
- grandes pertes de résine et consommables (blouses, pinceaux, solvants de nettoyage)
- Nécessité de finition (détourage, perçage...)
- Faible cadence

- Espace de travail important
- santé

Applications

On réserve cette technique aux pièces trop grandes ou trop fragiles pour rentrer dans un sac à vide, Nautisme ; Piscine ; Génie chimique ; Transport, carrosserie (petites séries), Bâtiment, travaux public (coffrage)

5.1.3.2 Moulage au contact avec tissu de délamination

Cette méthode est une variante du moulage au contact classique. On maîtrise mieux le taux de résine en absorbant une certaine quantité à l'aide d'un tissu de délamination.

Avantages

- On réduit le taux de résine
- Meilleur aspect de surface
- Protection de la surface du stratifié permettant une restratification éventuelle

Inconvénients

- Ajout d'un élément consommable (tissu)

5.1.3.3 Projection simultanée

On utilise une machine de projection composée d'un dispositif de coupe et de projection du renfort et d'un pistolet projetant simultanément la résine.

Les fils coupés et la résine sont projetés sur la surface du moule puis compactés et ébullés.



Saint Gobain

Quand utiliser ?

- Production de pièces de moyennes à grandes dimensions
- Recherche de réduction des coûts par rapport au contact

Avantages

- Très larges possibilités de forme et dimensions
- Travail simplifié, suppression de la mise en forme obtenue directement par la projection
- Productivité plus élevée qu'au contact
- Coût du roving < mat
- Investissements très modérés
- Moules simples, peu onéreux, rapides à réaliser en interne

Inconvénients

- Une seule face lisse

- Propriétés mécaniques moyenne
- Qualité tributaire de la main d'oeuvre
- Conditions de travail très médiocres si absence d'agencements nécessaires

Applications

Production de bateaux ; Revêtements ; Bâtiments : façade, articles sanitaires, Travaux public : coffrages, Capotage industriel ; Panneaux sandwiches pour camions isothermes

5.1.4 Procédés pour moyennes séries

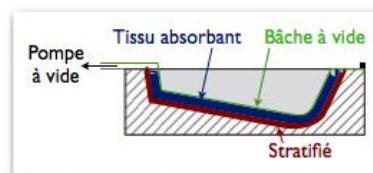
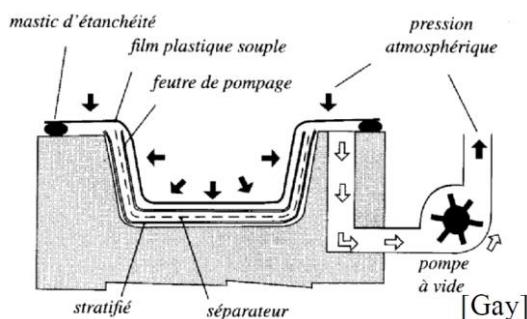
5.1.4.1 Moulage sous vide

Ce procédé est aussi appelé moulage en dépression ou moulage au sac.

Le moulage sous vide consiste à utiliser le vide pour faciliter l'imprégnation du renfort par la résine.

Le renfort est placé au sein du moule.

La résine catalysée est versée sur le renfort. La pression sur le moule lors de la mise sous vide permet de répartir la résine et d'imprégnier le renfort.



SSI Composites (www.ssicomposites.com/processes_vb.html)

Quand utiliser ?

- Production en petites séries de pièces nécessitant deux faces lisses
- Amélioration des conditions de travail et d'hygiène (réduction des émanations de styrène)

Avantages

- meilleur contrôle du taux de résine
- excellent compactage de l'empilement
- Deux faces lisses, éventuellement gelcoatées
- Qualité non tributaire de la main d'oeuvre

- Qualité constante
- Bonne cadence de production
- Nécessite peu de surface
- Investissements très modérés
- Bonnes conditions de travail et d'hygiène

Inconvénients

- plus cher que le moulage au contact (plus de consommable : poche à vide, mastic, ...)
- Possibilités de formes plus réduites qu'au contact
- Mise au point parfois difficile

Applications

Bâtiment, Transports : panneaux sandwichés pour camions isothermes, conteneurs, Pièces diverses : casques de protection enveloppants, capotages...

5.1.4.2 Infusion

Malgré l'assistance par le vide, dans le moulage sous vide il reste difficile de doser précisément les proportions de fibres et de matrice. Par ailleurs, on a aussi vu que le moulage au contact peut exposer les opérateurs à des conditions de travail difficiles (gestes et postures pénibles) et à des émanations nocives, polluantes et demandant le port d'équipements de protection.

Une technique permettant d'éviter ces inconvénients est l'infusion, qui utilise elle aussi un moule ouvert et une bâche à vide ; sa particularité est que l'opérateur ne positionne que les différentes couches de tissus, et que la bâche à vide est reliée à un ou plusieurs pots de résine par des canaux d'alimentation. Une fois le vide créé, la résine est aspirée sous la bâche et s'infiltre lentement dans les tissus. Cette technique nécessite une résine peu visqueuse ; bien maîtrisée, elle permet d'obtenir des pièces de qualité très correcte avec un outillage réduit, de manière relativement "propre".

On positionne les couches de renforts, puis à l'aide d'une bâche à vide, on fait infuser la résine au sein des renforts.

Avantages

- Pas d'émission de COV
- Excellente reproductibilité et homogénéité des caractéristiques
- Taux de renfort pouvant atteindre 65 %
- Bon compactage des tissus
- Bonne imprégnation

Inconvénients

- Difficulté de mise en oeuvre et de la gestion des paramètres
- Matériel non réutilisable

Applications

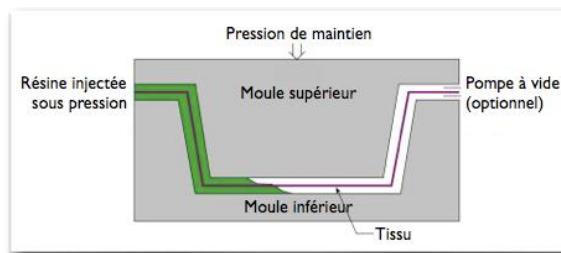
Capot voiture ; Coque bateau

5.1.4.3 Moulage par injection basse pression de résine liquide (RTM Resin Transfer Molding)

Dans ce procédé, une résine liquide peu visqueuse (0,1 à 1 Pa.s) est injectée à basse pression (<10 bars) à travers un renfort préalablement préformé dans une empreinte constituée d'un moule et d'un contre moule rigides.

La RTM, pour Resin Transfer Molding, consiste à disposer les fibres au sein d'un moule fermé dans lequel on injecte la résine sous pression, à l'aide d'une pompe. Il en existe deux variantes : la RTM "standard" qui utilise un moule très rigide et lourd, et la RTM "éco" ou "light" qui utilise un moule semi-rigide et s'effectue donc à des pressions moins élevées ; une pompe à vide fournit alors une assistance supplémentaire pour aspirer la résine.

Par rapport à l'infusion, l'emploi d'un moule fermé permet un meilleur contrôle de l'épaisseur des pièces, moyennant un outillage nettement plus coûteux.



(NetComposites www.netcomposites.com/guide/pultrusion/55)

Quand utiliser ?

- Procédé pour moyennes séries : 1000 - 10000 pièces/an
- Pièces demandant une reproductibilité d'épaisseur

Etapes

Le procédé de fabrication de composites par RTM se déroule en 3 étapes distinctes.

La première phase, dite de préformage, est associée à la mise en place du renfort dans le moule. C'est à l'issue de cette étape que le moule est fermé pour le reste de la fabrication. Cette étape conditionne le placement des fibres dans le composite final ainsi que le taux volumique de fibre du composite rigide.

Cette étape est suivie de la seconde étape du procédé de fabrication, l'injection de résine au travers du renfort, le plus souvent comprimé dans le moule.

S'en suit la phase de polymérisation de la résine pour former le composite.

Avantages

- Les moules sont souvent d'un coût modéré, ce qui rend ce procédé très attrayant d'un point de vue économique
- faces lisses
- Le procédé RTM est particulièrement destiné à la fabrication de pièces de géométrie complexe, de moyenne série, élaborées en une seule opération
- Peu d'influence de la main d'oeuvre sur la qualité de la pièce : qualité plus constante
- Reproductibilité des pièces

- Productivité plus élevée que les techniques moulage au contact et projection simultanée
- Deux faces lisses, éventuellement gelcoatées
- Dimensions jusqu'à 7 m²
- Nécessite peu de surface
- Bonnes conditions de travail et d'hygiène

Inconvénients

- faible pression lors de l'injection du système qui peut induire la formation de vide et de bulles.
- temps de remplissages du moule en général assez longs. Ceux-ci dépendent de nombreux paramètres tels que la viscosité du système, la géométrie et le taux de renfort, les interactions entre celui-ci et la matrice, la taille du moule, etc. Ce temps peut être une limite pour des cadences élevées.
- Limité aux formes peu ou moyennement complexes
- Taux de renforcement et caractéristiques moyennes
- Nécessité d'effectuer des finitions post moulage

"Vacuum Assisted Resin Transfer Molding" (VARTM):

Le moulage par transfert de résine assisté par le vide est une variante du RTM. C'est un procédé très utilisé, notamment pour la fabrication de pièces de grandes tailles (Aéronautique et nautisme) [36, 45]. En effet le fait d'aspirer le système sous vide favorise la diffusion du système réactif dans le moule ; de plus, il permet ainsi d'améliorer l'imprégnation du renfort, ce qui évite la formation de zones sèches et de micro vides. Cela fait aussi gagner du temps lors de l'injection et augmente les performances mécaniques des pièces produites. Cette technologie sert également dans la production à grande échelle de petites pièces de large distribution. Les machines sont constituées de systèmes d'injection, d'un moule et d'un système de pompes à vide reliées à différents endroits du moule. Les moules sont plus chers que ceux utilisés pour le RTM, mais ce procédé reste néanmoins rentable car il permet la fabrication de pièces de très hautes performances et donc de forte valeur ajoutée.

Applications : sports et loisirs : cadre et fourche de vélo, Transport en commun : siège, porte, pare-chocs, faces arrières..., Automobile : capot, porte, déflecteurs, spoiler..., Aéronautique : panneau de hublot, cône arrière de réacteur..., Matériel agricole : capotage, aile, toit...

5.1.4.4 Moulage par compression basse pression

Dans ce procédé, on utilise un moule fixe dans lequel sont déposés les renforts et la matrice en vrac, et un contre-moule mobile permettant de comprimer ces matériaux pour remplir l'empreinte et former la pièce.

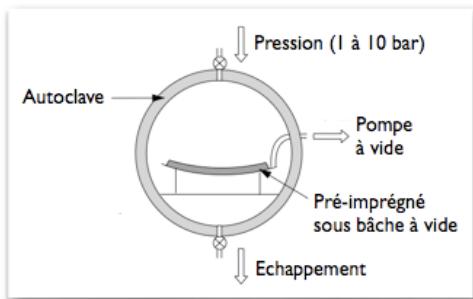
On parle aussi de moulage à la presse basse pression, ou moulage à la presse à froid.

Séries : Production en moyenne séries (500 à 5000 unités)

Inconvénients : Durée de vie des moules courtes (1500 à 4000 pièces)

5.1.4.5 Moulage en autoclave de préimprégnés

Les préimprégnés sont coupés et stratifiés dans les directions voulues sur un outil ou dans le moule. On couvre la pièce d'une feuille plastique puis le vide est réalisé et l'ensemble est placé dans l'autoclave. Une fois dans l'autoclave, un cycle de température et de pression est appliqué pour obtenir la cuisson du composite.



www.hexcel.com/Resources/DataSheets/Brochure-Data-Sheets/Prepreg_Technology.pdf

Avantages

- le moulage par autoclave a pour principal avantage de permettre de maîtriser l'orientation des renforts et d'avoir un rapport optimal fibres/résine : de ce fait, les matériaux obtenus possèdent des caractéristiques mécaniques très intéressantes
- technique propre
- permet de mouler tous types de formes

Inconvénients

- main d'œuvre spécialisée et importante
- investissement élevé
- cycles longs

Ce procédé est cher donc il concerne les secteurs cherchant avant tout la qualité (aéro, espace, armement).

5.1.5 Procédés pour grandes séries

5.1.5.1 Compression à chaud de résine liquide

Dans ce procédé, on dépose le renfort dans un moule chauffé ouvert, puis on verse la résine en vrac.

On parle aussi de moulage à la presse à chaud par voie humide (pour distinguer du moulage à la presse à chaud de compound (SMC et prémix) qui est un procédé par voie sèche)

Lors de la fermeture du moule, les produits sont comprimés, la résine imprègne le renfort et polymérise. Le temps de polymérisation correspond au temps de fermeture du moule.

Ce procédé a permis l'introduction des composites thermodurcissables dans l'automobile.

Séries : > 10 000 pièces/an

Ce procédé a globalement été abandonné (sauf pour pièces simples) car il ne permet pas de faire des pièces complexes et les cadences sont trop faibles (plus faibles que la compression de mats préimprégnés)

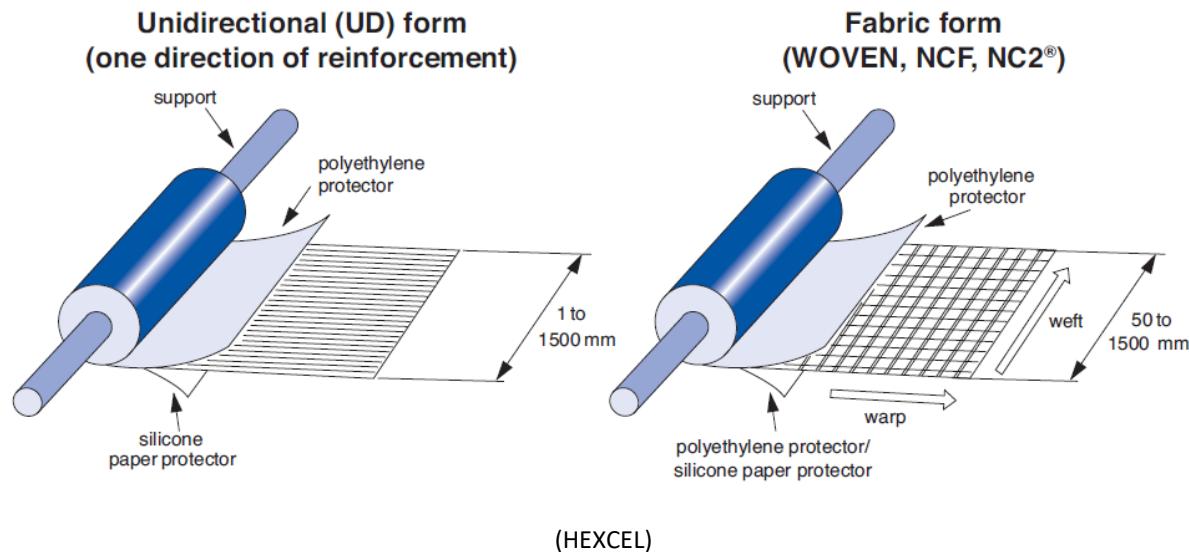
5.1.5.2 Compression à chaud de mats préimprégnés

On utilisera des plis où résine et renforts sont déjà intégrés. On parle de semi-produits (prepregs en anglais). L'utilisation de semi-produits permet des cadences plus élevées et des formes plus complexes.

C - What is a prepeg ?

A prepeg consists of a combination of a matrix (or resin) and fibre reinforcement. It is ready to use in the component manufacturing process.

It is available in :



(HEXCEL)

Bulk Molding Compound ou préimprégné en vrac

Sheet Molding Compound ou préimprégnés en feuilles



Airtech

Avantages

- Coût matière,
- Possibilité de formes très complexes, finitions intégrées
- Capacité dimensionnelle élevée : jusqu'à 3-5 m²
- Grande précision de moulage
- Etat de surface carrosserie prêt à peindre
- Bonnes propriétés du matériau : mécaniques, thermiques, tenue au feu, anti-corrosion
- Cadences de moulage élevées

Inconvénients

- l'aspect,
- Dimensionnement des presses et la finition.
- Investissements élevés à très élevés
- Cadence de moulage et constance de qualité encore un peu insuffisantes pour la grande série automobile

5.1.5.3 Injection de compounds thermodurcissables

Ce procédé repose sur le même principe que l'injection de pièces thermoplastiques.

L'automatisation du procédé, le temps gagné par la suppression de la phase de chargement moule ouvert permet des cadences très élevées.

L'inconvénient principal est la plus faible résistance des pièces obtenues, par-rapport à la compression à chaud.

Remarque : on injecte une matière froide dans un moule chaud

Avantages

- Possibilité de formes très complexes, finitions intégrés
- Grande précision de moulage
- Bon état de surface
- Cadences de moulage élevées en fonction de l'épaisseur
- Coût de matière réduit
- Non tributaire de la main d'oeuvre
- Bonnes conditions de travail et d'hygiène

Inconvénients

- Investissements assez élevés
- Nécessité de doser la matière
- Limites dimensionnelles
- Inconvénient majeur : Pièces moins résistantes que pour la compression de SMC car les fibres de renfort sont plus courtes, les taux de renfort sont plus faibles (15-25%), les fibres sont brisées lors de l'injection

5.1.5.4 R-RIM et S-RIM (reaction injection molding)

Dans le procédé RIM, il y a injection dans un moule en même temps que se produit la réaction chimique.

Le développement du procédé RIM (« reaction injection molding ») utilisant ce type de tête de mélange a connu un essor industriel important à partir du milieu des années 1970. Comme son nom l'indique, il s'agit d'un procédé d'injection dans un moule en même temps que se produit la réaction chimique.

Tout polymère résultant de la polycondensation d'éléments liquides ou facilement liquéfiables peut être transformé par le procédé RIM. Il s'agit principalement du moulage de polyuréthannes rigides.

À ces polymères peuvent être ajoutées des charges renforçantes ou non, de taille compatible avec le procédé que l'on appelle alors R-RIM (« reinforced RIM »), c'est-à-dire des charges pouvant passer par les injecteurs des têtes de mélange.

Il est également possible de renforcer les pièces à l'aide de fibres longues unidirectionnelles tissées ou à distribution aléatoire, en positionnant au préalable ces renforts dans le moule avant l'injection du polymère (S-RIM : « structural RIM »).

Deux types de renforts et de charges :

- les renforts et charges minérales de faible dimension, pouvant être incorporés dans les mélanges de base et injectés par l'intermédiaire des têtes de mélange fixées sur les moules (§ 2.1). C'est le RRIM (reinforced reaction injection molding) ;

— les renforts préalablement positionnés dans le moule et sur lesquels on procède à l'injection des constituants réactifs. Il s'agit essentiellement de tissus de verre ou de carbone par exemple, ou de mats de verre, préformés ou non, qui sont obtenus par distribution aléatoire de fils de verre (§ 2.2). C'est le S-RIM (structural reaction injection molding).

Avantages

- Pièces de formes type "embouti", moyenne complexité
- Matériau de moyenne densité (1,2 à 1,7)
- Bonnes propriétés mécaniques
- Temps de cycle de moulage compatibles avec la grande série (1 à 2 min)
- Procédé entièrement automatisable

Inconvénients

- Limites dimensionnelles
- Investissement relativement élevé (procédé encore au stade de développement industriel)

5.1.5.5 Synthèse

Tableau 1.- Caractéristiques comparées des différents procédés d'injection des résines thermodurcissables.				
	RTM	RIM	R-RIM	S-RIM
Machine d'injection.....	Basses pression			
Renfort.....	Préforme de fibres	Pas de renfort	Haute pression	
Temps de cycle.....(min)	2 à 30	<2	Fibres courtes	Préforme

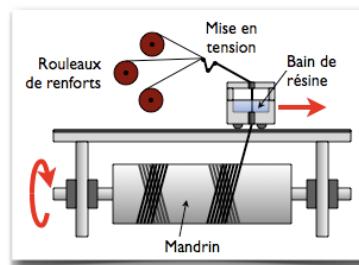
Tableau 5 – Comparaison des différents procédés.

Tableau 3. Comparaison de quelques procédés ([11])

5.2 Procédés pour la réalisation de corps creux

5.2.1 Enroulement filamentaire

Dans ce procédé, on bobine sur un moule (ou mandrin) les renforts préalablement imprégnés de résine.



Federica Daghia Lionel Gendre. ENS Cachan

Avantages

- technique éprouvée
- Pièces à haute, voire très haute résistance (taux de renfort jusqu'à 80 % pondéral, fils continus orientés selon la direction des contraintes)
- Très grande latitude dimensionnelle (de quelques mm à plusieurs mètres en diamètre et longueur)
- Part de main d'oeuvre réduite : mécanisation

- Cadences de production élevées

Inconvénients

- on ne peut pas disposer des renforts dans le sens 0°
- pas de moulage en contre dépouille
- Formes de révolution seulement
- Investissements assez élevés (lignes industrielles)

Applications

Tuyaux devant résister à de fortes pressions, citernes de transport, réservoirs de stockage, Appareillage de génie chimique, Industrie électrique, Armement (tubes lance-roquettes...), Automobile : ressorts de suspension, Sport : perche, canne à pêche, bouteille de plongée

5.2.2 Centrifugation

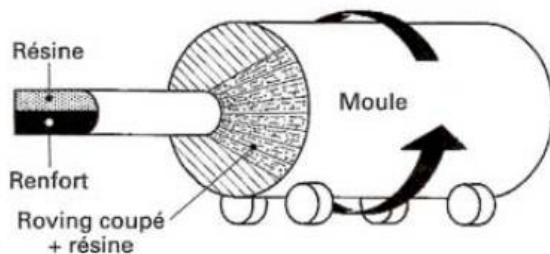


Figure 42. Moulage par centrifugation. Techniques de l'Ingénieur A3720 [12]

Avantages

- Deux faces parfaitement lisses
- Largeurs possibilités dimensionnelles
- Matériau de très bonne qualité (pas de bulles)
- Aucune perte de matière
- Haut niveau de mécanisation, possibilité d'automatisation complète
- Bon niveau de productivité

Inconvénients

- Seulement les formes cylindriques (ou très faiblement coniques)
- Pas de possibilité de variation d'épaisseur
- Caractéristiques mécaniques moyennes
- Investissements élevés ; les moules doivent être parfaitement équilibrés

Applications

Tuyaux : jusqu'à 2 m de diamètre, Cuves (diamètre 1 à 2 m), Silos (diamètre 4 à 5 m, longueur 10 à 12 m), Cages de pressoirs à vin

5.3 Procédés de moulage en continu

5.3.1 Moulage entre pellicules

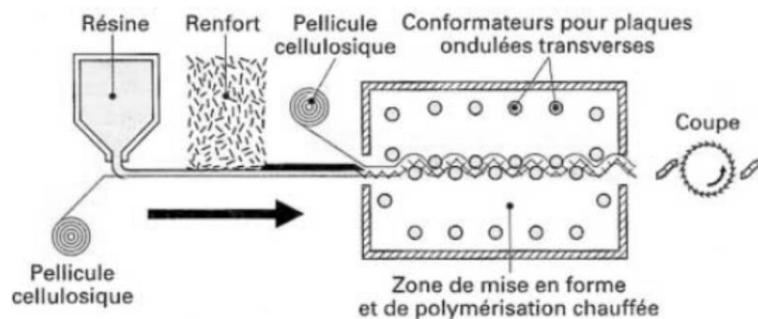
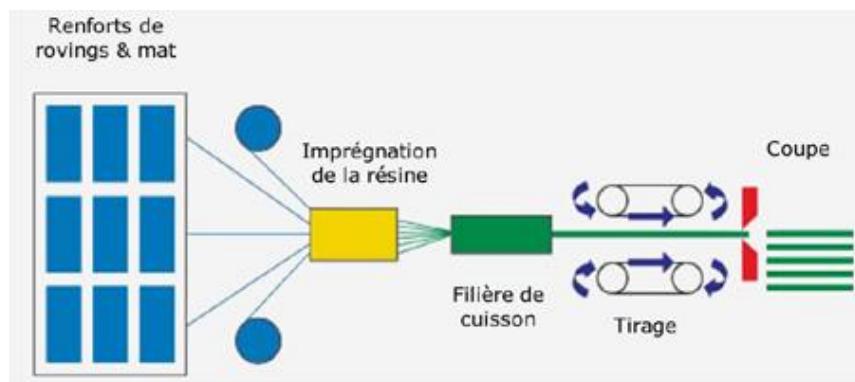


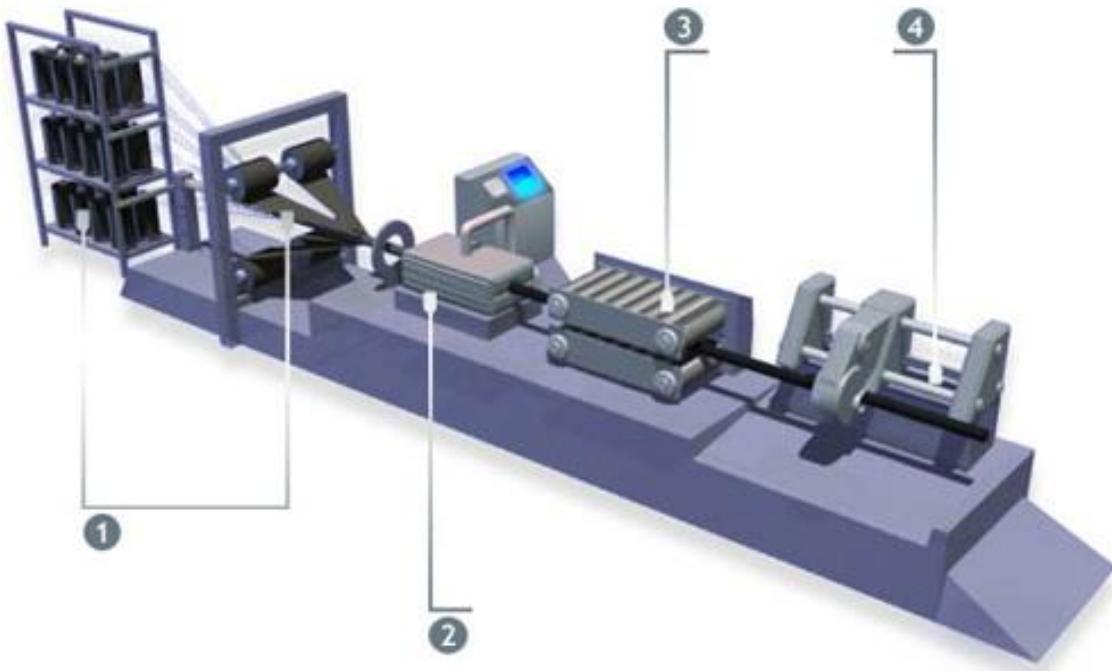
Figure 43. Moulage en continu. Moulage entre pellicules. Techniques de l'Ingénieur A3720 [12]

5.3.2 Pultrusion

Les fibres ou les tissus, passent dans un bain d'imprégnation puis sont guidés et introduits dans une filière chauffée donnant la forme à un profilé.



Solutions Composites (<https://solutionscocomposites.fr/>)



<https://exelcomposites.com/composite-solutions/>

1. Renforts
2. Moule de pultrusion
3. Unité de tirage
4. Unité de sciege

5.4 Renforcement des résines thermoplastiques

5.4.1 Injection

Comme pour l'injection des polymères thermoplastiques, on peut injecter des composites à résine thermoplastique.

2 méthodes :

- Injection de granulés renforcés
- dry blend : on alimente directement une presse à injecter avec prémélange à sec de polymère + fils coupés (comme lors de l'obtention des granulés renforcés de la méthode 1)

5.4.2 Plaques en TRE (thermoplastique renforcé emboutissable)

L'estampage est une opération de forgeage en trois coups (ébauche, finition et ébavurage). Cette opération consiste à former, après chauffage, des pièces brutes par pression entre deux outillages nommés « matrices », que l'on vient fixer sur des presses (hydrauliques, mécaniques...).

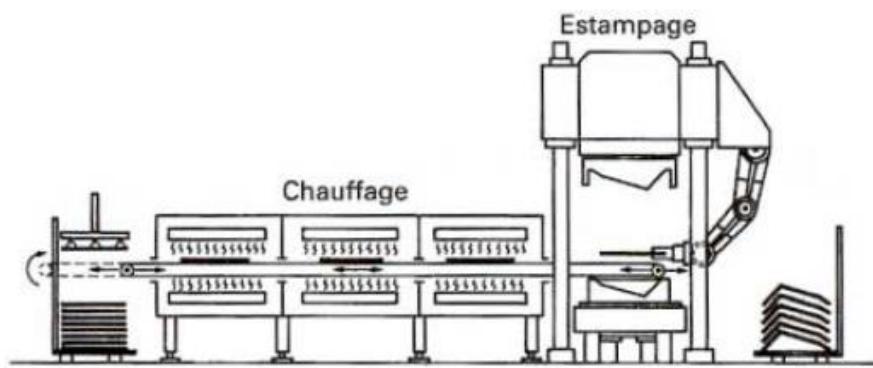


Figure 44. Estampage. Techniques de l'Ingénieur A3720 [12]

6 Durabilité des composites

6.1 Rupture des plis

6.1.1 Critère de la contrainte ou déformation maximale

Les contraintes ou déformations doivent être inférieures aux contraintes ou déformations maximales admissibles dans les directions principales.

En supposant que les limites en traction et compression sont les mêmes, il y a rupture quand une des trois inégalités ci-dessous devient une égalité.

$$|\sigma_{11}| \leq X$$

$$|\sigma_{22}| \leq Y$$

$$|\sigma_{12}| \leq S$$

X, Y, S : contraintes maximales admissibles dans les sens fibres, transverse, cisaillement.

6.1.2 Critère de Tsai-Hill

Soit un pli unidirectionnel dans un repère (1 ;2) tel que : 1 direction sens fibres, 2 direction transverse fibres. Ce pli soumis au tenseur des contraintes $\begin{pmatrix} \sigma_1 & \tau_{12} \\ \tau_{12} & \sigma_2 \end{pmatrix}$.

Il y a rupture lorsque

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - \frac{\sigma_1\sigma_2}{X^2} = 1$$

X, Y, S : contraintes maximales admissibles dans les sens fibres, transverse, cisaillement.

6.2 Rupture des stratifiés

La majorité des stratifiés comportent des fibres dans plusieurs directions (0, +45, -45, 90.....). Ainsi pour de tels matériaux, la rupture d'un pli (par exemple dans le sens transverse) n'impliquera que rarement la rupture de tout le matériau, car la rupture totale du matériau sera gouvernée par les fibres orientées dans la direction d'application de l'effort (à noter cependant que la rupture d'un pli affecte la raideur du stratifié).

Par conséquent, le critère de Tsai-Hill qui prend en compte les contraintes admissibles dans le sens transverse et de cisaillement est souvent très conservatif. Ainsi, une méthode possible est de déterminer la rupture matricielle grâce au critère de Tsai-Hill, et de prendre en compte la rupture transverse possible d'un pli dans le calcul de raideur, puis inclure cette nouvelle raideur pour recalculer les contraintes, et enfin appliquer le critère de la contrainte maximale dans la direction des fibres orientées suivant l'application de l'effort.

Notons aussi que dans le choix des stratifiés, on placera des plis dans la direction des principaux efforts, donc on aura toujours *a priori* des fibres orientées dans la direction de l'effort.

Les remarques données précédemment sont valables pour des efforts de traction. Dans le cas d'efforts de compression importants, de nouveaux phénomènes apparaissent et sont à prendre en compte (Figure 45).

La rupture des stratifiés :

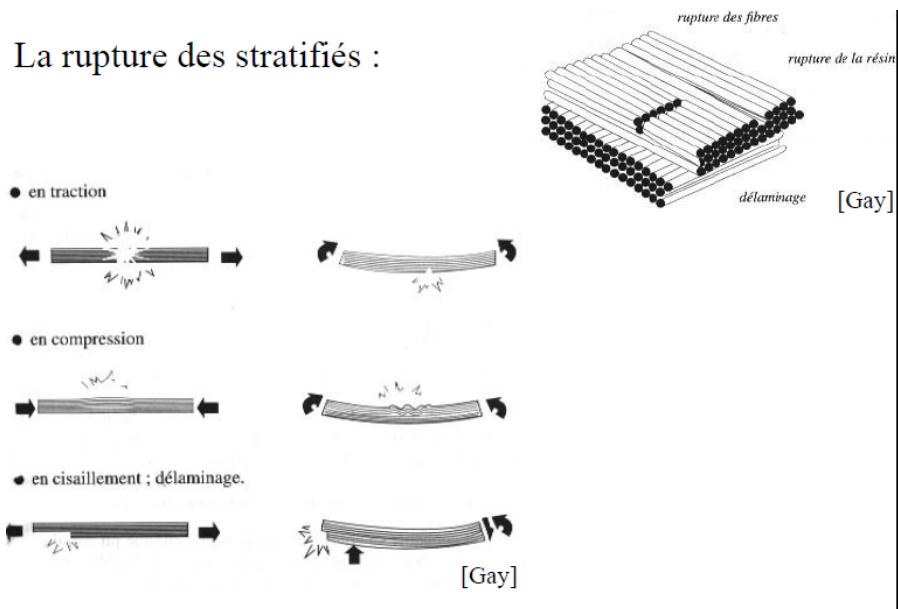


Figure 45. Cours ENSMA C. Gardin 2005

Par ailleurs, un nouveau mode d'endommagement apparaît dans les stratifiés, par rapport au seul pli : le délaminage (Figure 46).

Remarque : une fissure dans le plan d'un pli, à l'intérieur d'un pli, est parfois appelée « métadélamination ».

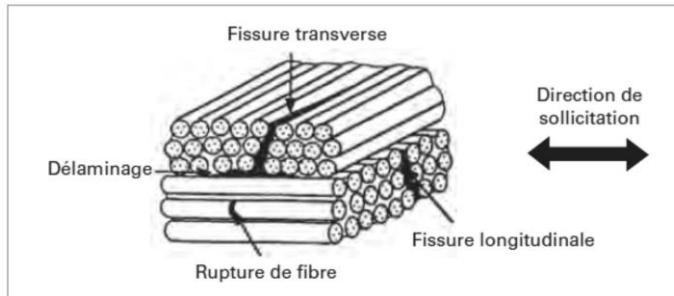


Figure 4 – Différents types de dommage d'une structure composite
(d'après [5])

Figure 46. EVE (O.). – Étude du comportement des structures composites endommagées par un impact basse vitesse-applications aux structures aéronautiques. Thèse de doctorat, (1999). Voir [13] Techniques de l'Ingénieur

7 Exercices

7.1 Polymères

Exercice : polymères et liaisons atomiques

Un monomère est une molécule élémentaire constituée le plus souvent d'atomes de carbone, hydrogène, oxygène (éventuellement chlore, azote).

Une macromolécule est un assemblage de monomères liés par liaisons covalentes. Elle est obtenue par polymérisation.

Un polymère est un ensemble de macromolécules dont la cohésion est assurée par des liaisons secondaires faibles (Van der Waals, pont H).

Dans les polymères on trouve deux types de liaison atomique

- liaisons covalentes qui créent les macromolécules à partir des monomères (en général chaîne carbonée), et entre les macromolécules dans le cas de macromolécules réticulées
- Van der Waals ou pont H pour la cohésion entre les chaînes (liaison faible)

Les polymères ont une structure plutôt amorphe car la grande taille des macromolécules rend difficile leur diffusion et leur mise en ordre. Mais si les chaînes sont suffisamment courtes et non ramifiées, la cristallisation est possible.

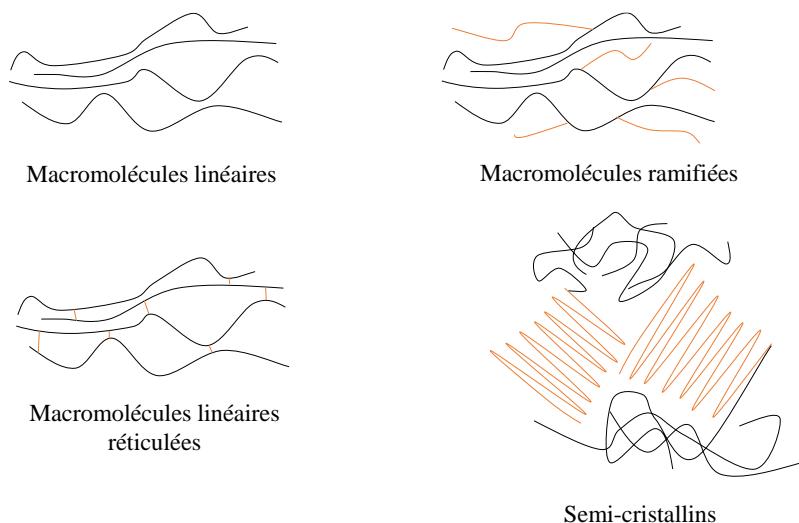


Figure 47. Organisation spatiale des macromolécules (structure des polymères)

Partie 1. Le Dyneema®

Le Dyneema® est un fil très utilisé dans de nombreux domaines et notamment le cerf-volant.



Figure 48. Set pour Kitesurf avec jeu de lignes Dyneema® de la gamme Vector Lines (Réf cerf-volant service)

Le Dyneema® est constitué de polyéthylène UHMPE. Les chaînes, ou macromolécules, du UHMPE sont extrêmement longues, de l'ordre de plusieurs centaines de milliers d'unités monomères. A titre de comparaison, les molécules de polyéthylène haute densité PEHD ont en général entre 700 et 1 800 unités monomères par molécule, tandis que les molécules d'UHMPE ont tendance à avoir 100 000 à 250 000 unités monomères chacune et parfois plus de 1 000 000 unités monomères.

Ces très longues chaînes de UHMPE sont allongées dans l'axe du fil et lui confèrent une excellente raideur et résistance.

Question

Expliquer pourquoi les très longues chaînes de UHMPE apportent au matériau raideur et résistance. Pour vous donner une indication, pensez au titre de cet exercice.

Partie 2. Influence de la température

La température T_g est la température de transition vitreuse.

Pour $T < T_g$, les liaisons de Van der Waals entre chaînes gardent les chaînes liées ce qui confère au matériau une faible ductilité et une raideur importante (pour un polymère).

Quand $T = T_g$, débute la fonte des liaisons de Van der Waals entre les chaînes : des segments de chaîne peuvent glisser les uns sur les autres comme des morceaux de ficelle graissée. On entre dans la zone viscoélastique.

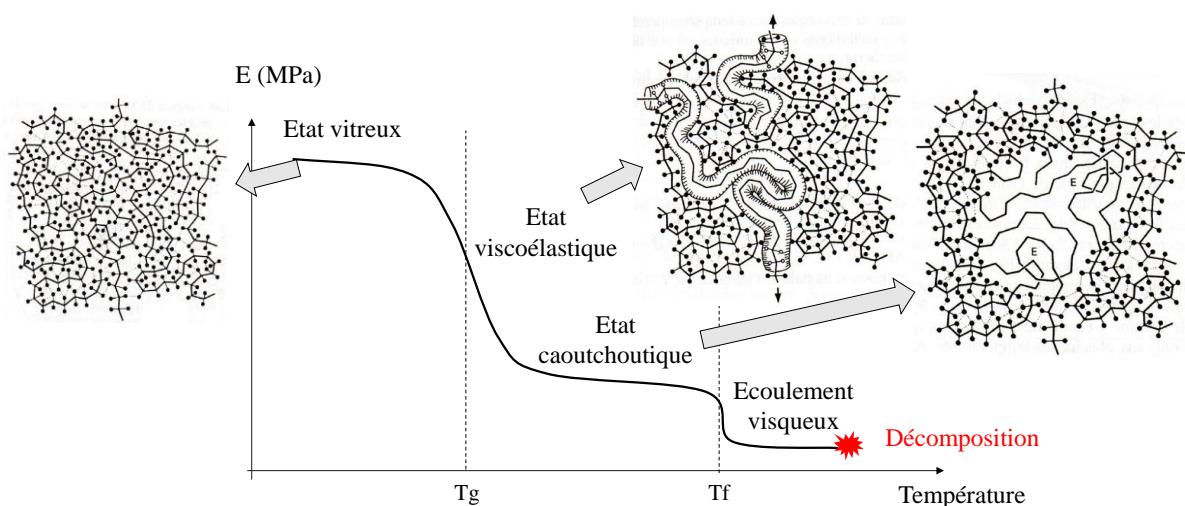


Figure 49. Influence de la température sur la rigidité d'un polymère linéaire amorphe

Question

Expliquer pourquoi la température Tg de la plupart des matériaux est plutôt faible. Pour vous donner une indication, pensez au titre de cet exercice.

Exercice : Procédés polymers

Exercice : volume injectable et pression en bout de vis

Dans la désignation EUROMAP, le volume injectable est rapporté à une pression d'injection de 1000 bar. L'ordre de grandeur de la pression d'injection en bout de vis des presses à injecter est de 1500 - 2000 bar, et dépend du diamètre de vis. La désignation EUROMAP permet d'harmoniser les caractéristiques des presses en déterminant le volume injectable par la presse si elle était équipée d'une vis permettant une pression maximale de 1000 bar en bout de vis.

Le volume injectable donné par EUROMAP est le produit de la section de cette vis fictive par la course maximale d'injection :

$$V_{euromap} = S_{vis \ euromap \ 1000 \ bar} \cdot C_{inj \ max}$$

Intérêt : on peut déduire facilement la pression maximale en bout de vis si on connaît la course de déplacement ($C_{inj \ max}$) et la section de la vis installée sur la presse, sans connaître les caractéristiques du vérin d'injection.

$$P_{max} = \frac{1000 \cdot V_{euromap}}{C_{inj \ max} \cdot S_{vis}}$$

1. Déterminer le travail fourni par le vérin hydraulique en fonction de la course maximale d'injection, de la pression en bout de vis et de la section de la vis.
2. Retrouver alors la formule donnée ci-dessus.

Correction : volume injectable et pression en bout de vis

1/

Déterminer le travail fourni par le vérin hydraulique en fonction de la course maximale d'injection, de la pression en bout de vis et de la section de la vis

$W = F \cdot L$ avec F : effort vérin et L = $C_{inj \ max}$: course max d'injection

$F = P \cdot S$ avec P pression en bout de vis et S section vis

Donc $W = P_{max} \cdot S_{vis} \cdot C_{inj \ max}$.

2/

Retrouver alors la formule donnée ci-dessous.

$W_{1000 \ bar} = W_{P_{max}}$

(le vérin fournit toujours le même travail)

$P_{max} \cdot S_{vis} \cdot C_{inj \ max} = 1000 \cdot S_{vis \ 1000 \ bar} \cdot C_{inj} = 1000 \cdot V_{euromap}$

Exercice : extrusion

Une extrudeuse a un débit de 65 kg/heure.

A la sortie de la filière le polymère a une masse volumique $\rho = 0,92 \text{ g/cm}^3$; le diamètre du jonc est $d = 1 \text{ cm}$.

- A quelle vitesse avance le jonc, en mètres/minute ?

Correction

Une extrudeuse a un débit de 65 kg/heure. A la sortie de la filière le polymère a une masse volumique $\rho = 0,92 \text{ g/cm}^3$; le diamètre du jonc est de 1 cm. A quelle vitesse avance le jonc, en mètres/minute ?

Masse par minute : $m = 65000/60 \text{ g/min}$

Volume par minute : $V = m / \rho$

Or $V = L \cdot \pi \cdot d^2 / 4$ avec L : longueur extrudée, d : diamètre vis

Donc

$$\frac{m}{\rho} = L \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4}$$

$$L = \frac{4m}{\rho \pi d^2}$$

$L = 1500 \text{ cm/min}$

L= 15m/min

7.2 Composites

Exercice : loi des mélanges

Les caractéristiques globales d'un composite peuvent être estimées en première approximation comme une moyenne des caractéristiques de chacun des composants, pondérées par leur fraction volumique au sein du composite.

Soit un composite comportant une fraction volumique $V_f = 60\%$ de fibres longues de masse volumique ρ_f et une fraction volumique V_m de matrice de masse volumique ρ_m .

Pour la résistance en traction, on suppose que la matrice est une solide élastoplastique sans consolidation de limite d'élasticité R_m , et on suppose que cette contrainte est déjà atteinte lors de la rupture des fibres.

Données

Résine époxy (matrice)

$$\rho_m = 1200 \text{kg/m}^3 ; R_m = 130 \text{MPa} ; E_m = 4500 \text{MPa}$$

Fibres verre

$$\rho_f = 2500 \text{kg/m}^3 ; R_f = 2500 \text{MPa} ; E_f = 75000 \text{MPa}$$

Q1/ Remplir le tableau ci-dessous

	ρ (kg/m ³)	Résistance en traction R (MPa)	Module d'élasticité E (MPa)	R/ ρ	E/ ρ
Composite					
Acier 36NiCrMo10	7800	1420	210 000		
Composite/acier					

	ρ (kg/m ³)	R (MPa)	E (MPa)	R/ρ (m ³ · MPa/kg)	E/ρ (m ³ · MPa/kg)
composite	1 980	1 552	46 800	0,784	26,63
acier	7 800	1 420	210 000	0,18	26,92
composite/acier	$\approx 1/4$	≈ 1	$\approx 1/4$	≈ 4	≈ 1

Les questions ci-dessous sont à choix multiples. Entourer la bonne réponse.

- Réponse juste : 0,75 point
 - Réponse fausse : -0,25 point
 - Absence de réponse : 0 point

Pour des résistances à la traction du même ordre, à volume identique, par rapport à l'acier, le composite est environ 4 fois

a/ plus lourd

b/ plus léger

Pour des résistances à la traction du même ordre, à volume identique, par rapport à l'acier, le composite est environ 4 fois

a/ plus rigide élastiquement b/ moins rigide élastiquement

Pour une conception de pièces de géométrie analogue, à masses égales, les structures composites et aciers auront la même raideur, mais la structure composite

Exercice. Modélisation d'un stratifié

On propose d'étudier le champ de contraintes et déformations au sein d'un stratifié afin d'estimer le risque de rupture des plis sous l'action d'un chargement mécanique statique, dans le plan du stratifié.

Soit une plaque stratifiée constituée par l'empilement de quatre couches de fibres de carbone unidirectionnelles et de résine époxy, d'épaisseur $b=2\text{mm}$.

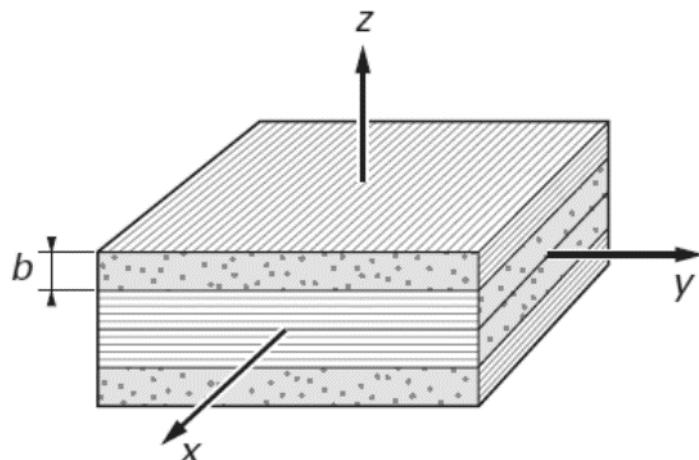
Dans les couches inférieure et supérieure, les fibres sont dirigées suivant la direction $Ox (0^\circ)$ et dans les couches médianes suivant la direction $Oy (90^\circ)$.

Les caractéristiques des plis élémentaires dans le repère d'orthotropie sont les suivantes :

- coefficients d'élasticité : $E_L = 140 \text{ GPa}$; $E_t = 5 \text{ GPa}$; $v_{Lt} = 0,35$; $G_{Lt} = 5 \text{ GPa}$
- résistance : $X_t = 1\,200 \text{ MPa}$; $X_c = -1\,000 \text{ MPa}$; $Y_t = 50 \text{ MPa}$; $Y_c = -120 \text{ MPa}$; $Q = 65 \text{ MPa}$;

Le stratifié est soumis à des sollicitations dans son plan notées N_x , N_y , $T_{xy}=T_{yx}$, par unité d'envergure suivant la direction y ou x .

$$N_x = 800 \cdot 10^3 \text{ N/m} ; N_y = 0 ; T_{xy} = 0$$



Hypothèses

- Stratifié plan, montrant une symétrie miroir
- Tous les plis ont la même épaisseur
- Les plis sont orientées dans des directions différentes repérées par l'angle θ par rapport à l'axe Ox du stratifié
- épaisseur totale du stratifié : h
- n plis
- le pli numéro k a une épaisseur e_k
- le plan (x, y) est le plan de symétrie

Les étapes de la modélisation

- 1/ Loi des mélanges ou essai de traction : propriétés élastiques du pli UD

- 2/ Matrice de raideur du pli UD dans ses axes d'orthotropie
- 3/ Matrice de raideur de chaque pli UD dans les axes du stratifié
- 4/ Matrice de raideur en membrane A du stratifié
- 5/ Déformations des plis à partir des flux d'efforts et de A
- 6/ Contraintes dans chaque pli avec la loi de comportement du pli UD
- 7/ Critère de rupture au sein de chaque pli

Étapes 1 et 2 : propriétés élastiques du pli UD, matrice de raideur dans les axes du pli

On réalise des essais de traction et cisaillement sur un pli UD

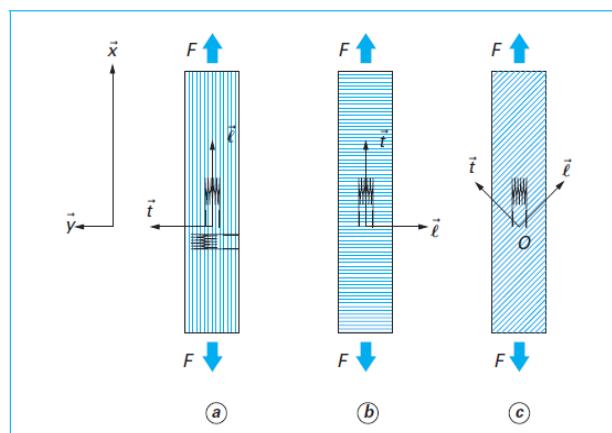


Figure 10 – Essais de caractérisation

Traction compression simple dans l'axe des fibres

Une traction simple dans l'axe des fibres (contrainte σ_L) induit une déformation ε_L tels que

$$\varepsilon_L = \frac{\sigma_L}{E_L}$$

avec E_L module d'Young longitudinal du pli.

Par ailleurs, l'effet Poisson induit une déformation ε_t telle que

$$\varepsilon_t = -\nu_{Lt} \varepsilon_L = -\left(\frac{\nu_{Lt}}{E_L}\right) \sigma_L$$

Traction compression simple dans l'axe transverse aux fibres

Une traction simple dans l'axe transverse aux fibres (contrainte σ_t) induit une déformation ε_t tels que

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E_t}$$

avec E_t module d'Young longitudinal du pli. Par ailleurs, l'effet Poisson induit une déformation ε_L telle que

$$\varepsilon_L = -\nu_{tL} \varepsilon_t = -\left(\frac{\nu_{tL}}{E_t}\right) \sigma_t$$

Cisaillement pur

Pour un cisaillement pur τ_{Lt} on a

$$\tau_{Lt} = 2G_{Lt}\varepsilon_{Lt} = G_{Lt}\cdot\gamma_{Lt}$$

Un cisaillement pur peut être généré par une traction simple sur un pli à 45°

On applique maintenant simultanément σ_L , σ_t et τ_{Lt} . On suppose un état de contraintes planes.

Questions

1/ Exprimer les déformations $\begin{pmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{Lt} \end{pmatrix}$ en fonction de σ_L , σ_t et τ_{Lt} , v_{tL} , v_{Lt} , E_L , E_t , et G_{Lt}

2/ En déduire la matrice de souplesse du pli UD dans la base (L,t)

Cette matrice étant symétrique on a

$$\frac{v_{Lt}}{E_L} = \frac{v_{tL}}{E_t}$$

Par inversion de la matrice de souplesse, on obtient la matrice de raideur C du pli UD :

$$\begin{pmatrix} \sigma_L \\ \sigma_t \\ \tau_{Lt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_L & v_{tL}E_L & 0 \\ \frac{1-v_{Lt}v_{tL}}{v_{Lt}E_t} & \frac{1-v_{Lt}v_{tL}}{E_t} & 0 \\ \frac{1-v_{Lt}v_{tL}}{0} & 0 & G_{Lt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{Lt} \end{pmatrix}$$

On pose

$$\alpha = \frac{1}{1 - v_{Lt}v_{tL}}$$

3/ Ecrire la matrice de raideur du pli UD dans la base (L,t) en fonction de α , v_{tL} , v_{Lt} , E_L , E_t , et G_{Lt}

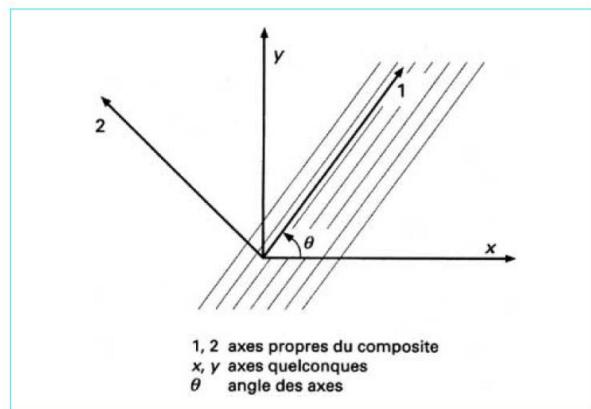
4/ Application numérique. Déterminer pour chaque pli la matrice de raideur C dans le repère d'orthotropie du pli

Etape 3 : matrice de raideur du pli UD dans une base quelconque

Soit un pli composé de fibres longues unidirectionnelles parallèles à la direction L (repère (1 ;2) sur le schéma).

Le tenseur des contraintes dans la base (L;t) est $\bar{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_l & \tau_{lt} \\ \tau_{lt} & \sigma_t \end{pmatrix}$

On notera $c = \cos \theta$ et $s = \sin \theta$



- 1/ Exprimer les contraintes $\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}$ dans la base (x,y) en fonction des contraintes $\begin{pmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{pmatrix}$ et de l'angle θ
- 2/ Exprimer les déformations $\begin{pmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{pmatrix}$ dans la base (x,y) en fonction des déformations $\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$ et de l'angle θ
- 3/ Montrer que la matrice de raideur Q du pli UD dans la base (x,y) est

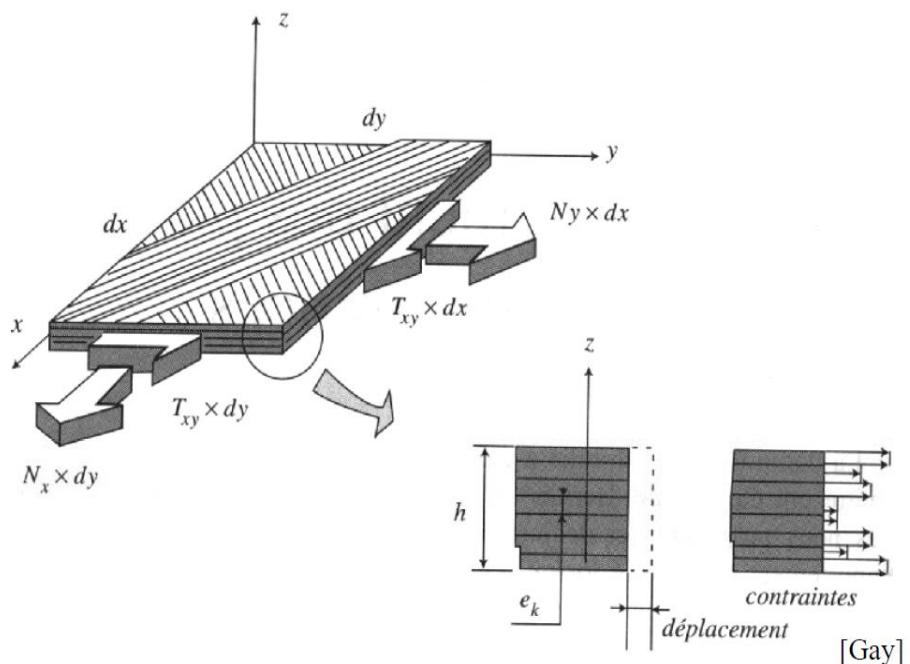
$$\begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{33} \\ Q_{13} \\ Q_{23} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c^4 & s^4 & 2s^2c^2 & 4s^2c^2 \\ s^4 & c^4 & 2s^2c^2 & 4s^2c^2 \\ s^2c^2 & s^2c^2 & c^4 + s^4 & -4s^2c^2 \\ s^2c^2 & s^2c^2 & -2s^2c^2 & (s^2 - c^2)^2 \\ sc^3 & -s^3c & s^3c - sc^3 & 2sc(s^2 - c^2) \\ s^3c & -sc^3 & sc^3 - s^3c & 2sc(s^2 - c^2) \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \alpha E_L \\ \alpha E_t \\ \alpha v_{Lt} E_t \\ G_{Lt} \end{Bmatrix}$$

- 4/ Application numérique. Déterminer pour chaque pli la matrice de raideur dans le repère du stratifié

Étape 4 : Matrice de raideur en membrane A du stratifié

Étude des flux d'efforts

- 1/ Exprimer N_x , effort résultant dans la direction x par unité de largeur suivant y , en fonction de la contrainte de traction σ_x dans chaque pli
- 2/ Exprimer N_y , effort résultant dans la direction y par unité de largeur suivant x , en fonction de la contrainte de traction σ_y dans chaque pli
- 3/ Exprimer T_{xy} , cisaillement par unité de largeur suivant y en fonction de la contrainte τ_{xy} dans chaque pli



Matrice de raideur en membrane A

On rappelle que le stratifié est soumis à des efforts dans son plan.

On suppose que le déplacement élastique est bidimensionnel plan et dans le plan (x,y).

Le déplacement a donc pour composantes non nulles u_0 et v_0 , déplacements dans la direction x et y respectivement.

Soit Q^p la matrice de raideur du pli p dans le repère du stratifié.

1/ Déterminer le champ de déformations dans les plis du stratifié en fonction des déplacements u_0 et v_0

2/ En déduire les contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} dans chaque pli en fonction des déformations et des coefficients de la matrice Q^p du pli

3/ En déduire les efforts N_x , N_y et T_{xy} en fonction des déformations et des coefficients de la matrice Q^p de chaque pli

4/ Déterminer la matrice A du stratifié exprimant la relation entre les déformations du stratifié et les efforts N par unité de longueur

Etape 5 : déformations

Estimer les déformations dans chaque pli à partir de la matrice A et des flux d'efforts

Etape 6 : contraintes dans chaque pli

En déduire les contraintes dans chaque pli

Etape 7 : critère de rupture dans chaque pli

Appliquer le critère de Tsai-Hill dans chaque couche. Quelle couche risque de casser en premier ?

CORRECTION Modélisation d'un stratifié (Références : TI-BM 5 080)(Gardin, 2004a, 2004b) (Castanié, Bouvet and Guedra-Degeorges, 2013)

Étapes 1-2 : propriétés élastiques du pli UD, matrice de raideur dans les axes du pli

1/ Déformations $\begin{pmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{Lt} \end{pmatrix}$ en fonction de σ_L , σ_t et τ_{Lt} , v_{tL} , v_{Lt} , E_L , E_t , et G_{Lt}

$$\begin{cases} \varepsilon_L = \frac{1}{E_L} \cdot \sigma_L - \frac{v_{tL}}{E_t} \cdot \sigma_t \\ \varepsilon_t = \frac{-v_{Lt}}{E_L} \cdot \sigma_L + \frac{1}{E_t} \frac{v_{tL}}{E_t} \cdot \sigma_t \\ \gamma_{Lt} = \frac{\tau_{Lt}}{G_{Lt}} \end{cases}$$

$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11} - \nu_{12}\sigma_{22}}{E_1}$ $\varepsilon_{22} = \frac{-\nu_{21}\sigma_{11} + \sigma_{22}}{E_2}$ $2\varepsilon_{12} = \frac{\sigma_{12}}{G_{12}}$		$\sigma_{11} = \frac{E_1\varepsilon_{11} + \nu_{12}E_2\varepsilon_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$ $\sigma_{22} = \frac{\nu_{21}E_1\varepsilon_{11} + E_2\varepsilon_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$ $\sigma_{12} = 2G_{12}\varepsilon_{12}$
---	---	---

2/ Matrice de souplesse du pli UD

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-v_{tL}}{E_t} & 0 \\ \frac{-v_{Lt}}{E_L} & \frac{1}{E_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{Lt}} \end{pmatrix}$$

3/ Ecrire la matrice de raideur du pli UD en fonction de α , v_{tL} , v_{Lt} , E_L , E_t , et G_{Lt}

$$\begin{pmatrix} \alpha E_L & \alpha v_{tL} E_L & 0 \\ \alpha v_{Lt} E_t & \alpha E_t & 0 \\ 0 & 0 & G_{Lt} \end{pmatrix}$$

4/ Application numérique

4.5.1 Position du problème

Soit une plaque (figure 23) constituée par l'empilement de quatre couches de fibres de carbone unidirectionnelles et de résine époxy de même épaisseur b . Dans les couches inférieure et supérieure, les fibres sont dirigées suivant la direction $Ox (0^\circ)$ et dans les couches médianes suivant la direction $Oy (90^\circ)$.

Les caractéristiques d'un pli élémentaire dans le repère d'orthotropie sont les suivantes :

- **rigidité** : $E_\ell = 140 \text{ GPa}$; $E_t = 5 \text{ GPa}$; $\nu_{\ell t} = 0,35$; $G_{\ell t} = 5 \text{ GPa}$;
- **résistance** : $X_t = 1200 \text{ MPa}$; $X_c = -1000 \text{ MPa}$; $Y_c = 50 \text{ MPa}$;
 $Y_t = -120 \text{ MPa}$; $Q = 65 \text{ MPa}$;
- **épaisseur** : $b = 2 \text{ mm}$.

On désire déterminer les contraintes et la résistance de cette plaque sous un effort de traction par unité de longueur N_x ($N_y = N_{xy} = 0$).

4.5.2 Résolution du problème

Pour faire ce calcul, on pourra suivre les étapes suivantes.

■ Première étape

On détermine, pour chaque pli, les coefficients de la matrice de rigidité $[Q]_{\ell t}$ dans le repère d'orthotropie du matériau. Avec la

relation $\frac{\nu_{\ell t}}{E_\ell} = \frac{\nu_{\ell t}}{E_t}$ on trouve $\nu_{\ell t} = 0,0125$. Puis on calcule chaque terme de la matrice $[Q_{\ell t}]$:

$$[Q]_{\ell t} = \begin{bmatrix} \alpha E_\ell & \alpha \nu_{\ell t} E_\ell & 0 \\ \alpha \nu_{\ell t} E_t & \alpha E_t & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140,61 & 1,76 & 0 \\ 1,76 & 5,02 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} (\text{GPa})$$

Etape 3 : matrice de raideur du pli UD dans une base quelconque

1/ Contraintes $\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}$ dans la base (x,y) en fonction des contraintes $\begin{pmatrix} \sigma_l \\ \sigma_t \\ \tau_{lt} \end{pmatrix}$ et de l'angle θ

Facette de normale X

Contrainte normale

$$\vec{n}x = (\cos\theta; -\sin\theta)$$

$$\sigma_x = (c; -s) \begin{pmatrix} \sigma_1 & \tau_{12} \\ \tau_{12} & \sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ -s \end{pmatrix} = (c; -s) \begin{pmatrix} \sigma_1 c - \tau_{12}s \\ \tau_{12}c - \sigma_2 s \end{pmatrix}$$

$$\sigma_x = \sigma_1 \cdot c^2 - \tau_{12}sc - \tau_{12}sc + \sigma_2 s^2$$

Contrainte tangentiale

$$\tau_{xy} = (s; c) \begin{pmatrix} \sigma_1 & \tau_{12} \\ \tau_{12} & \sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ -s \end{pmatrix}$$

$$\tau_{xy} = (s; c) \begin{pmatrix} \sigma_1 c - \tau_{12} s \\ \tau_{12} c - \sigma_2 s \end{pmatrix} = \sigma_1 c s - \tau_{12} s^2 + \tau_{12} c^2 - \sigma_2 s c$$

Facette de normale Y

contrainte normale

$$\overrightarrow{ny} = (s; c)$$

$$\sigma_y = (s; c) \begin{pmatrix} \sigma_1 & \tau_{12} \\ \tau_{12} & \sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s \\ c \end{pmatrix} = (s; c) \begin{pmatrix} \sigma_1 s + \tau_{12} c \\ \tau_{12} s + \sigma_2 c \end{pmatrix} = \sigma_1 s^2 + \tau_{12} s c + \tau_{12} s c + \sigma_2 c^2$$

Donc

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & -2s \\ s^2 & c^2 & 2s \\ cs & -cs & c^2 - s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{pmatrix}$$

2/ Déformations $\begin{pmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{lt} \end{pmatrix}$ dans la base (x,y) en fonction des déformations $\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$ et de l'angle θ

Déformation E11

$$\overrightarrow{n1} = (c; s)$$

$$\varepsilon_{11} = (c; s) \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} = (c; s) \begin{pmatrix} \varepsilon_x c + \varepsilon_{xy} s \\ \varepsilon_{xy} c + \varepsilon_y s \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_x c^2 + \varepsilon_{xy} c s + \varepsilon_{xy} c s + \varepsilon_y s^2$$

Déformation E12

$$\varepsilon_{12} = (-s; c) \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} = (-s; c) \begin{pmatrix} \varepsilon_x c + \varepsilon_{xy} s \\ \varepsilon_{xy} c + \varepsilon_y s \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{12} = -\varepsilon_x c s - \varepsilon_{xy} s^2 + \varepsilon_{xy} c^2 + \varepsilon_y c s$$

Déformation E22

$$\overrightarrow{n2} = (-s; c)$$

$$\varepsilon_{22} = (-s; c) \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -s \\ c \end{pmatrix} = (-s; c) \begin{pmatrix} -\varepsilon_x s + \varepsilon_{xy} c \\ -\varepsilon_{xy} s + \varepsilon_y c \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_x s^2 - \varepsilon_{xy} c s - \varepsilon_{xy} c s + \varepsilon_y c^2$$

Donc

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2\varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$

3/ Matrice de raideur Q du pli UD dans la base (x,y)

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2cs \\ s^2 & c^2 & 2cs \\ cs & -cs & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{bmatrix} \text{ et on peut poser } \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [P_\sigma] \begin{bmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{bmatrix}$$

Pour les déformations :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & cs & (c^2 - s^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \text{ et on peut poser } \begin{bmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{bmatrix} = [P_e] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

On a :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [P_\sigma] \begin{bmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{bmatrix} = [P_\sigma] \begin{bmatrix} \alpha E_\ell & \alpha v_{\ell t} E_\ell & 0 \\ \alpha v_{\ell t} E_t & \alpha E_t & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{bmatrix}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [P_\sigma] \begin{bmatrix} \alpha E_\ell & \alpha v_{\ell t} E_\ell & 0 \\ \alpha v_{\ell t} E_t & \alpha E_t & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} [P_e] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

On a l'habitude de noter $[Q]_{xy}$ la matrice de raideur du pli dans le repère global (de la plaque). Par identification, cette matrice s'exprime donc :

$$[Q]_{xy} = [P_\sigma] \begin{bmatrix} \alpha E_\ell & \alpha v_{\ell t} E_\ell & 0 \\ \alpha v_{\ell t} E_t & \alpha E_t & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} [P_e]$$

Le calcul terme à terme conduit aux relations :

$$\begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{33} \\ Q_{13} \\ Q_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^4 & s^4 & 2s^2c^2 & 4s^2c^2 \\ s^4 & c^4 & 2s^2c^2 & 4s^2c^2 \\ s^2c^2 & s^2c^2 & c^4 + s^4 & -4s^2c^2 \\ s^2c^2 & s^2c^2 & -2s^2c^2 & (s^2 - c^2)^2 \\ sc^3 & -s^3c & s^3c - sc^3 & 2sc(s^2 - c^2) \\ s^3c & -sc^3 & sc^3 - s^3c & 2sc(s^2 - c^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha E_\ell \\ \alpha E_t \\ \alpha v_{\ell t} E_t \\ G_{\ell t} \end{bmatrix}$$

4/ Application numérique

Déterminer pour chaque pli la matrice de raideur dans le repère du stratifié

■ Deuxième étape

Les **coefficients de rigidité sont calculés dans le repère de la plaque**. Pour la couche supérieure ou inférieure, le repère d'orthotropie et le repère de la plaque coïncident. Par contre, pour les couches médianes, il faut réaliser une rotation de 90° ce qui revient à permute les indices ℓ et t sur la diagonale de la matrice.

- Plis à 0° :

$$[Q^{0^\circ}]_{xy} = [Q]_{\ell t}$$

- Plis à 90° :

$$[Q^{90^\circ}]_{xy} = \begin{bmatrix} \alpha E_t & \alpha v_{t\ell} E_\ell & 0 \\ \alpha v_{\ell t} E_t & \alpha E_\ell & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140,61 & 1,76 & 0 \\ 1,76 & 140,61 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} (\text{GPa})$$

■ Deuxième étape

Les **coefficients de rigidité sont calculés dans le repère de la plaque**. Pour la couche supérieure ou inférieure, le repère d'orthotropie et le repère de la plaque coïncident. Par contre, pour les couches médianes, il faut réaliser une rotation de 90° ce qui revient à permute les indices ℓ et t sur la diagonale de la matrice.

- Plis à 0° :

$$[Q^{0^\circ}]_{xy} = [Q]_{\ell t}$$

- Plis à 90° :

$$[Q^{90^\circ}]_{xy} = \begin{bmatrix} \alpha E_t & \alpha v_{t\ell} E_\ell & 0 \\ \alpha v_{\ell t} E_t & \alpha E_\ell & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 140,61 & 1,76 & 0 \\ 1,76 & 140,61 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} (\text{GPa})$$

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_\ell} & -\frac{v_{t\ell}}{E_t} & 0 \\ -\frac{v_{\ell t}}{E_\ell} & \frac{1}{E_t} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{\ell t}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{pmatrix}$$

Cette écriture met en évidence la **matrice de souplesse** du stratifié $[S]_{\ell t}$ exprimée dans les axes d'orthotropie du pli et, écrit sous forme matricielle, on a :

$$\{\varepsilon\}_{\ell t} = [S]_{\ell t} \{\sigma\}_{\ell t} \quad \text{avec} \quad [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$$

Cette relation peut être inversée et on obtient la loi de comportement du pli en termes de raideurs :

$$\begin{bmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_\ell}{1 - v_{\ell t} v_{t\ell}} & \frac{v_{t\ell} E_\ell}{1 - v_{\ell t} v_{t\ell}} & 0 \\ \frac{v_{\ell t} E_t}{1 - v_{\ell t} v_{t\ell}} & \frac{E_t}{1 - v_{\ell t} v_{t\ell}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Pour alléger les écritures on pose :

$$\alpha = \frac{1}{1 - v_{\ell t} v_{t\ell}}$$

Et on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha E_\ell & \alpha v_{t\ell} E_\ell & 0 \\ \alpha v_{\ell t} E_t & \alpha E_t & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{bmatrix} = [Q]_{\ell t} \begin{bmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{bmatrix} \quad (3)$$

où $[Q]_{\ell t}$ est la **matrice de raideur du pli** exprimée dans les axes d'orthotropie $\{\vec{o}, \vec{\ell}, \vec{t}\}$.

Étape 4 : Matrice de raideur en membrane A du stratifié

Flux d'efforts

1/ Exprimer N_x , effort résultant dans la direction x, par unité de largeur suivant y, en fonction de la contrainte de traction σ_x dans chaque pli

$$N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz = \sum_{k=1er pli}^{nième pli} (\sigma_x)_k e_k$$

2/ Exprimer N_y , effort résultant dans la direction y, par unité de largeur suivant x, en fonction de la contrainte de traction σ_y dans chaque pli

$$N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz = \sum_{k=1er pli}^{nième pli} (\sigma_y)_k e_k$$

3/ Exprimer T_{xy} , cisaillement, par unité de largeur suivant y en fonction de la contrainte τ_{xy} dans chaque pli

$$T_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} dz = \sum_{k=1er\ pli}^{nième\ pli} (\tau_{xy})_k e_k$$

Matrice de raideur en membrane A

1/ Déterminer le champ de déformations dans les plis du stratifié en fonction des déplacements u_0 et v_0

On suppose que le déplacement élastique est bidimensionnel plan et dans le plan (x,y) . Le déplacement a donc pour composantes non nulles u_0 et v_0 , déplacements dans la direction x et y respectivement.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_0}{\partial x}$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v_0}{\partial y}$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) = 0$$

2/ En déduire les contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} dans chaque pli en fonction des déformations et des coefficients de la matrice Q^p du pli

Sous les flux d'efforts dans le plan du stratifié, les déformations sont les mêmes dans chaque pli

D'après la définition de $[Q]_{xy}$, la contrainte σ_x^p dans la couche p vaut :

$$\sigma_x^p = Q_{11}^p \varepsilon_x^0 + Q_{12}^p \varepsilon_y^0 + Q_{13}^p \gamma_{xy}^0$$

3/ En déduire les efforts N_x , N_y et T_{xy} en fonction des déformations et des coefficients de la matrice Q^p de chaque pli

$$\begin{aligned} N_x &= \sum_{p=1}^N Q_{11}^p (h_p - h_{p-1}) \varepsilon_x^0 + \sum_{p=1}^N Q_{12}^p (h_p - h_{p-1}) \varepsilon_y^0 \\ &\quad + \sum_{p=1}^N Q_{13}^p (h_p - h_{p-1}) \gamma_{xy}^0 \end{aligned}$$

4/ Déterminer la matrice A du stratifié exprimant la relation entre les déformations du stratifié et les efforts N par unité de longueur

$$N_x = A_{11}\varepsilon_x^0 + A_{12}\varepsilon_y^0 + A_{13}\gamma_{xy}^0$$

En procédant de la même manière pour N_y et N_{xy} , on obtient sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix}$$

avec :

La matrice $[A]$ est la **matrice de raideur en membrane** du stratifié. Dans le cas général, les termes A_{13} et A_{23} ne sont pas nuls : un effort normal génère une déformation angulaire comme représenté figure 9. Pour annuler ces termes, c'est-à-dire éliminer le couplage plan, il faut que la plaque présente une symétrie par rapport au plan Oxy . Si dans une couche les fibres font un angle θ par rapport à la direction x , il faut orienter dans une autre couche les fibres suivant un angle $-\theta$.

$$A_{ij} = \sum_{p=1}^N Q_{ij}^p (h_p - h_{p-1}) = \sum_{p=1}^N Q_{ij}^p e_p$$

où e_p est l'épaisseur du pli p .

On détermine la matrice $[A]$:

$$[A] = \begin{bmatrix} 2b\alpha(E_\ell + E_t) & 4b\alpha v_\ell E_t & 0 \\ 4b\alpha v_\ell E_t & 2b\alpha(E_\ell + E_t) & 0 \\ 0 & 0 & 4bG_\ell \end{bmatrix}$$

On peut écrire : $N_x = \sum_{k=1}^{n^{\text{ème pli}}} \left(\bar{E}_{11}^k \varepsilon_{0x} + \bar{E}_{12}^k \varepsilon_{0y} + \bar{E}_{13}^k \gamma_{0xy} \right) e_k$

soit $N_x = A_{11}\varepsilon_{0x} + A_{12}\varepsilon_{0y} + A_{13}\gamma_{0xy}$

avec : $A_{11} = \sum_{k=1}^{n^{\text{ème pli}}} \bar{E}_{11}^k e_k \quad A_{12} = \sum_{k=1}^{n^{\text{ème pli}}} \bar{E}_{12}^k e_k$

~~les~~ $A_{13} = \sum_{k=1}^{n^{\text{ème pli}}} \bar{E}_{13}^k e_k$

De même, on a : $N_y = A_{21}\varepsilon_{0x} + A_{22}\varepsilon_{0y} + A_{23}\gamma_{0xy}$

$$\text{avec : } A_{2j} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{2j}^k e_k$$

Pour le flux de cisaillement, on peut écrire :

$$T_{xy} = A_{31}\varepsilon_{0x} + A_{32}\varepsilon_{0y} + A_{33}\gamma_{0xy}$$

$$\text{avec : } A_{3j} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{3j}^k e_k$$

d'où la forme matricielle suivante : $\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ T_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{pmatrix}$

$$\text{avec : } A_{ij} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{ij}^k e_k = A_{ji}$$

Remarques :

- Les A_{ij} sont indépendants de l'ordre d'empilement des plis

- on peut calculer des contraintes moyennes **globales** (fictives) :

$$\begin{cases} \sigma_{0x} = \frac{N_x}{h} \\ \sigma_{0y} = \frac{N_y}{h} \\ \sigma_{0xy} = \frac{T_{xy}}{h} \end{cases} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sigma_{0x} \\ \sigma_{0y} \\ \sigma_{0xy} \end{pmatrix} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{0x} \\ \varepsilon_{0y} \\ \gamma_{0xy} \end{pmatrix}$$

- les termes de la matrice $1/h [A]$ peuvent s'écrire :

$$\frac{1}{h} A_{ij} = \sum_{k=1^{er} pli}^{n^{ième} pli} \bar{E}_{ij}^k \frac{e_k}{h}$$

Ces coefficients peuvent être calculés sans connaître l'épaisseur car e_k/h est la proportion de plis d'une même orientation

Etape 5 : déformations

Estimer les déformations dans chaque pli à partir de la matrice A et des flux d'efforts

Puis par inversion de $[A]$, on obtient les déformations dans le repère du stratifié :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = 10^{-9} \begin{bmatrix} 1,71 & -0,041 & 0 \\ -0,041 & 1,71 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}$$

Etape 6 : contraintes dans chaque pli

En déduire les contraintes dans chaque pli

Considérons qu'il s'exerce sur la plaque une contrainte de traction moyenne $\sigma_x = 100 \text{ MPa}$ qui crée les efforts, par unité de longueur, suivants :

$$N_x = \sigma_x \times 4b = 800 \times 10^3 \text{ N/m}$$

$$N_y = N_{xy} = 0$$

En utilisant la relation (3), on obtient les contraintes dans chaque pli :

– Plis supérieurs et inférieurs à 0° :

$$\sigma_x = \sigma_\ell = 193,16 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = \sigma_t = 2,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0$$

– Plis médians à 90° :

$$\sigma_x = \sigma_t = 6,84 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = \sigma_\ell = -2,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha E_\ell & \alpha v_{\ell t} E_\ell & 0 \\ \alpha v_{\ell t} E_t & \alpha E_t & 0 \\ 0 & 0 & G_{\ell t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_\ell \\ \sigma_t \\ \tau_{\ell t} \end{Bmatrix} = [Q]_{\ell t} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\ell \\ \varepsilon_t \\ \gamma_{\ell t} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Etape 7 : critère de rupture dans chaque pli

Appliquer le critère de Tsai-Hill dans chaque couche. Quelle couche risque de casser en premier ?

En appliquant le critère de Tsai-Hill dans chaque couche, on détermine la **résistance de la plaque**.

– **Plis supérieurs et inférieurs à 0° :**

$$(193,16/1\ 200)^2 + (2,25/50)^2 - (193,16 \times 2,25)/(1\ 200)^2 = 0,02763 = (0,166)^2$$

– **Plis médians à 90° :**

$$(- 2,25)^2/(1\ 000)^2 + (6,84)^2/(50)^2 + (2,25 \times 6,84)/(1\ 000)^2 = 0,0187 = (0,137)^2$$

C'est la couche supérieure qui cassera en premier. La contrainte maximale admissible vaut :

$$(\sigma_x)_{\max} = 100/0,166 = 602 \text{ MPa}$$

Exercice : matrice de rigidité d'un pli orthotrope

Calculer les termes de la matrice de rigidité d'un pli UD orthotrope, dans la base (L,t), dont les propriétés élastiques sont

$$E_L = 100 \text{ GPa} ; E_t = 10 \text{ GPa} ; v_{Lt} = 0,3 \text{ GPa} ; G_{Lt} = 5 \text{ GPa}$$

Exercice. Matériaux sandwichs

Les matériaux « sandwichs » sont des matériaux composés d'une âme centrale entourée de deux peaux, ou semelles.

Ils présentent un excellent rapport poids/résistance et poids/rigidité en flexion.

On propose dans cet exercice de retrouver les valeurs données ci-dessous concernant la rigidité et la résistance en flexion de trois sandwichs de différentes épaisseurs.

Questions

1. La figure ci-dessous donne les rapports entre la rigidité en flexion d'une poutre d'épaisseur 2t et celle d'un sandwich d'épaisseur 4t et 8t. Retrouver les rapports de 7,0 et 37,0 donnés.
2. Même question pour la résistance en flexion (rapports 3,5 et 9,2)

Properties	Solid material	Core thickness t	
Stiffness	1.0	7.0	37.0
Flexural strength	1.0	3.5	9.2
Weight	1.0	1.03	1.06

Doc. HEXCEL

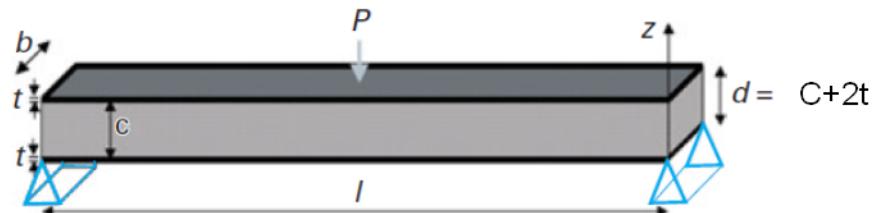


Figure 21 – Poutre sandwich sur deux appuis chargée au centre

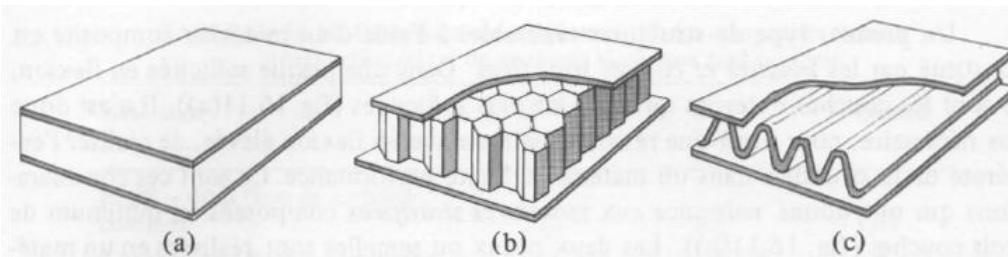


FIG. 16.12 Diverses architectures de structures sandwiches: (a) âme pleine (mousse-balsa); (b) nid d'abeilles; (c) âme ondulée.

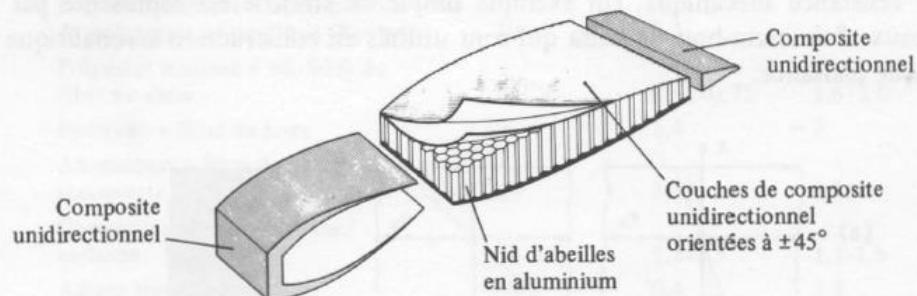


FIG. 16.13 Sustentateur rotatif d'hélicoptère (d'après Golé, 1979).

Figure 50. Référence(Mercier, Zambelli and Kurz, 2002)

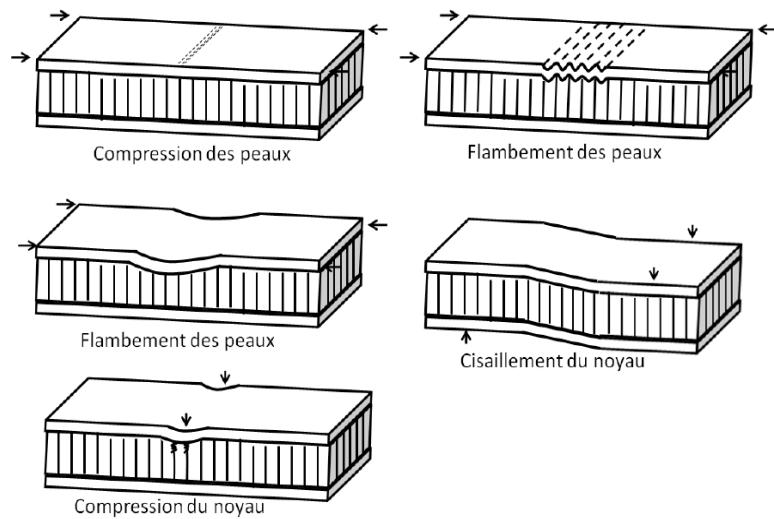
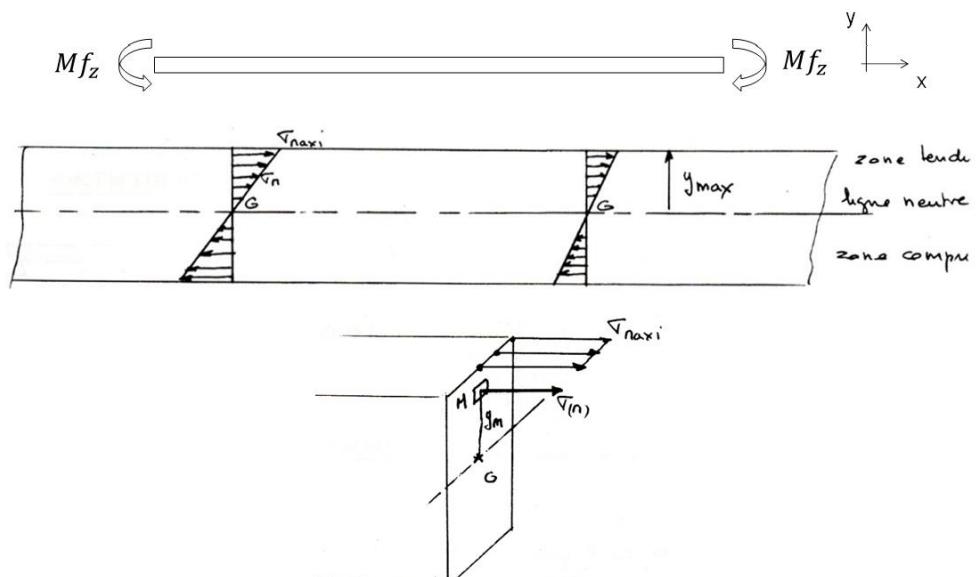
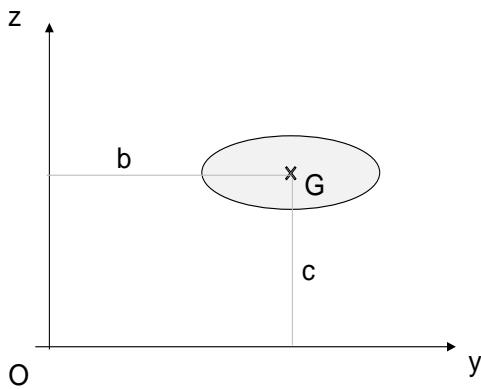


Figure 2-15 Modes de rupture les plus courants pour une structure sandwich avec noyau en nid d'abeille.

CARACTÉRISATION DE MATÉRIAUX COMPOSITES À STRUCTURE SANDWICH COMPORTEANT DES MODIFICATIONS.
MATTHIEU SOLA. ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL. 2011



Théorème de Huyghens : moment quadratique pour un axe quelconque

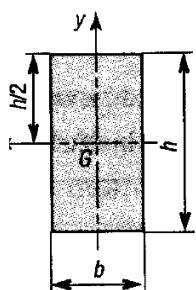


$$I_{oy} = I_y + S \cdot c^2$$

$$I_{oz} = I_z + S \cdot b^2$$

Moments quadratique d'une section rectangulaire

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

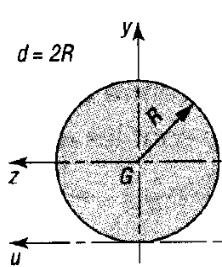


$$S = b \cdot h$$

$$I_z = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$I_y = \frac{h \cdot b^3}{12}$$

$$I_G = \frac{b \cdot h}{12} (h^2 + b^2) = I_y + I_z$$

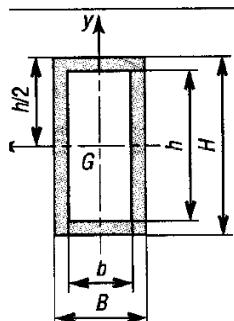


$$S = \pi R^2$$

$$I_y = I_z = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I_u = \frac{5 \pi R^4}{4} = \frac{5 \pi d^4}{64}$$

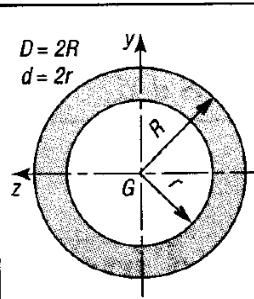
$$I_G = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi d^4}{32} = I_y + I_z$$



$$S = BH - bh$$

$$I_y = \frac{HB^3 - hb^3}{12}$$

$$I_z = \frac{BH^3 - bh^3}{12} = I_y + I_z$$



$$S = \pi (R^2 - r^2)$$

$$I_y = I_z = \frac{\pi}{4} (R^4 - r^4)$$

$$= \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

$$I_G = \frac{\pi}{2} (R^4 - r^4)$$

$$= \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4) = I_y + I_z$$

Figure 51. Référence (Fanchon, 1998)

Réponse

$$I_z = \frac{b \cdot (2t)^3}{12} = \frac{8b \cdot t^3}{12} = \frac{2}{3} \cdot b \cdot t^3$$

$$I_z = 2 \left(\frac{b \cdot t^3}{12} + b \cdot t \cdot (1,5t)^2 \right) = 7 \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot t^3$$

$$I_Z = 2 \left(\frac{b \cdot t^3}{12} + b \cdot t \cdot (3,5t)^2 \right) = 37 \cdot \frac{2}{3} \cdot b \cdot t^3$$

8 Références Bibliographiques

- [1] J. Mesplède, *Thermodynamique, matériaux, PC: nouveau programme*. in Les nouveaux précis Bréal. Rosny-sous-Bois: Bréal éd, 2004.
- [2] *Physique des polymères. Tome I, Structure, fabrication et emploi*. Paris: Hermann, 2005.
- [3] A. Blaise, « Caractérisation microstructurale d'un PEHD semi-cristallin déformé, par tomographie X et diffusion de lumière polarisée », 2011. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.theses.fr/2011NAN10023/document>
- [4] M. Reyne, *Technologie des plastiques*, 3e éd. rev. et Augm. Paris: Hermès, 1998.
- [5] M. Ashby et D. Jones, *Matériaux. 1. Propriétés, applications et conception*. DUNOD, 2013.
- [6] M. Ashby et D. Jones, *Matériaux. 2. Microstructure et procédés de mise en œuvre*, 4^e éd. DUNOD, 2014.
- [7] CHALAYE, « Les matériaux composites "le 4 pages des statistiques industrielles" n°158 février 2002. Ministère de l'Economie, des Finances et de l'Industrie ». 2002.
- [8] C. Gardin, « Cours de Matériaux Composites ». ISAE-ENSMA, 2004.
- [9] A. Chevalier, *Guide du dessinateur industriel: pour maîtriser la communication technique à l'usage de l'enseignement des sciences de l'ingénieur et des technologies industrielles*, Éd. 2003-2004. in Collection Guides industriels. Paris: Hachette technique, 2003.
- [10] M. Dupeux, *Aide-mémoire de science des matériaux*, 3^e éd. DUNOD, 2013.
- [11] G. Van den Broek d'Obrenan, « Adaptation du procédé RTM (Moulage par Transfert de Résine) à la mise en œuvre de matériaux composites à matrice thermoplastique », 2011. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.theses.fr/2011ISAL0112/document>
- [12] F. Berbain et A. Chevalier, « Mise en œuvre des composites - Méthodes et matériels », *Plastiques et composites*, avr. 1997, doi: 10.51257/a-v1-a3720.
- [13] C. Bouvet, « Techniques de l'Ingénieur. Mécanique de la rupture des composites : délamination et fissuration », *Systèmes aéronautiques et spatiaux*, févr. 2019, doi: 10.51257/a-v1-trp4043.
- [14] A. Rivière, « Cours de matériaux ». ISAE ENSMA, 2003.
- [15] P. Arnaud, *Les cours de Paul Arnaud. Chimie Physique*, 6^e éd. DUNOD, 2007.
- [16] P. Binse, « Fabrication de profilés en composites par pultrusion », *Plastiques et composites*, févr. 1995, doi: 10.51257/a-v1-a3730.
- [17] C. Xu, « Étude et simulation numérique d'un procédé de cuisson rapide pour l'élaboration de matériaux composites à matrice thermodurcissable », 2013. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.theses.fr/2013BOR14895/document>
- [18] M. Dupeux et J. Gerbaud, *Exercices et problèmes de sciences des matériaux*. in Sciences sup. Paris: Dunod, 2010.
- [19] S. Pommier, « Science des Matériaux ». ENS CACHAN, 2005.
- [20] L. Gornet, « Généralités sur les matériaux composites. Engineering school. » 2008. [En ligne]. Disponible sur: <https://cel.hal.science/cel-00470296v1>
- [21] B. Castanié, C. Bouvet, et D. Guedra-Degeorges, « Structures en matériaux composites stratifiés », *Conception et Production*, oct. 2013, doi: 10.51257/a-v2-bm5080.
- [22] A. Cordier Telmar (Cordier), « Etude de déformabilité de tresses en cours de préformage pour la fabrication de composite par le procédé RTM », 2012. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.theses.fr/2012ORLE2045/document>
- [23] D. Gay, *Matériaux composites*, 4^e éd. rev. et Augm. Paris: Hermès, 1997.

- http://www.si.ens-achan.fr/accueil_V2.php?page=affiche_ressource&id=169
- <http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/>
- <http://www.hexcel.com/fr/>
- <http://www.unit.eu/ori-oai-search/notice/view/oai%253Acanal-u.fr%253A1134?height=650&width=900>
- <http://www.compositec.com/compositec-promotion/les-procedes>
- https://archives.entreprises.gouv.fr/2012/www.industrie.gouv.fr/biblioth/docu/dossiers/sect/pdf/rap_final_long.pdf