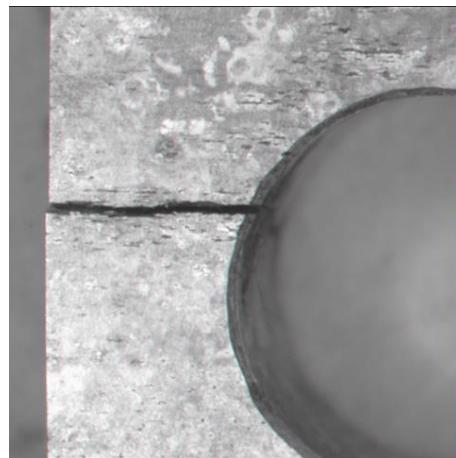


Fatigue & Mécanique de la rupture



Frédéric Menan

<https://lesdocsduprof.com/>

fmenan@cesi.fr

Mai 2024

Table des matières

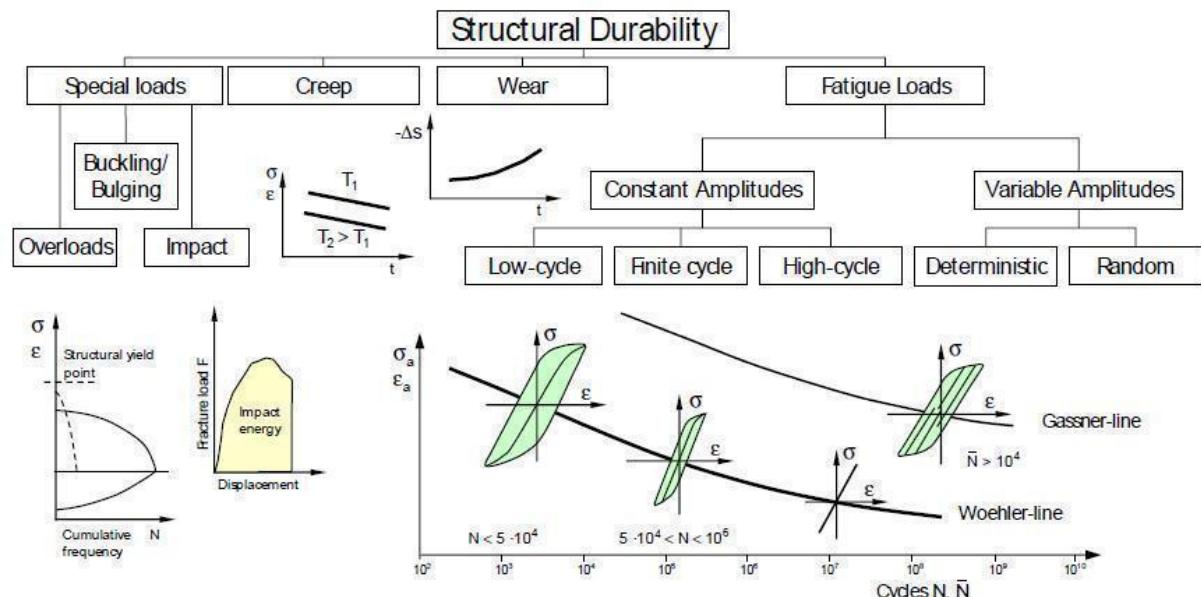
1	NOTIONS PRELIMINAIRES NECESSAIRES A LA COMPREHENSION DU COURS	5
2	LA FATIGUE DES MATERIAUX	13
2.1	LE PHENOMENE DE FATIGUE	13
2.2	CYCLE DE FATIGUE	15
2.3	LES DIFFERENTS TYPES DE FATIGUE.....	16
2.4	PARAMETRES INFLUENTS EN FATIGUE.....	17
2.5	COURBE DE WÖHLER (COURBE S-N).....	18
2.6	POUR ALLER PLUS LOIN...	20
3	COMPORTEMENT CYCLIQUE	21
3.1	BOUCLE D'HYSERESIS	21
4	FATIGUE OLIGOCYCLIQUE	24
5	ENDURANCE	27
5.1	INTRODUCTION	27
5.2	ENDURANCE LIMITEE.....	27
5.3	INFLUENCE DE LA CONTRAINTE MOYENNE	27
5.4	LIMITE D'ENDURANCE	30
5.5	CHARGEMENT A AMPLITUDE VARIABLE	30
6	MECANIQUE DE LA RUPTURE	37
6.1	INTRODUCTION	37
6.2	MODELISATION ET HYPOTHESES	38
6.3	MECANIQUE LINEAIRE ELASTIQUE DE LA RUPTURE	39
6.4	MECANIQUE DE LA RUPTURE ELASTOPLASTIQUE	44
6.5	CRITERES DE RUPTURE	46
6.6	ANNEXE. CALCUL DU CHAMP DE CONTRAINTES A PARTIR DE LA FONCTION U	47
7	FATIGUE DE COMPOSANTS ENTAILLES.....	49
7.1	APPROCHE LOCALE ELASTOPLASTIQUE	51
8	PROPAGATION DE FISSURES	54
8.1	INTRODUCTION	54
8.2	LA COURBE DE PROPAGATION DE FISSURE	55
8.3	PARAMETRES INFLUENTS.....	56
8.4	ESSAIS	59
8.5	DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES PAR L'APPROCHE TOLERANCE AUX DOMMAGES	59
8.6	NOTION DE FERMETURE DE FISSURE.....	60
8.7	CHARGEMENT A AMPLITUDE VARIABLE	61
9	FATIGUE DES MATERIAUX COMPOSITES.....	62
10	EXERCICES.....	63

10.1	EXERCICE : DIMENSIONNEMENT EN FATIGUE D'UN ARBRE : FACTEURS D'INFLUENCE.....	63
	EXERCICE : DIMENSIONNEMENT EN FATIGUE D'UN CABLE DE GRUE.....	68
10.2	EXERCICE : ESSIEU DE WAGON	69
10.3	EXERCICE : QUAND LA FATIGUE DES MATERIAUX FAISAIT ENCORE DEBAT	70
10.4	EXERCICE : CONCENTRATION DE CONTRAINTE DANS DES STRUCTURES OFFSHORE.....	70
10.5	EXERCICE : CONCENTRATION DE CONTRAINTE.....	71
11	REFERENCES.....	74
11.1	SITES INTERNET.....	75
11.2	NORMES ET CODES.....	75
11.3	VIDÉOS	76
12	ANNEXE : NOMBRE D'EPROUVENTES A TESTER ?	77
13	ANNEXE : QUELQUES REPERES HISTORIQUES	80

Photo de couverture : Alliage d'aluminium 2024-T351 fissuré en corrosion sous contrainte (photo F. Menan)

Remarque : certains chapitres de ce texte ont été rédigés il y a longtemps et démarrés sur des Powerpoint dont les crédits photos se sont parfois perdus en route. J'essaie en tout cas de citer l'ensemble de mes sources dans les références en fin de document. Si j'ai oublié de vous citer ou que je n'ai pas cité la bonne source, vous pouvez m'envoyer un mail fmenan@cesi.fr et je corrigerai le document.

Pour toute info ou remarque : fmenan@cesi.fr



Référence [1]

1 Notions préliminaires nécessaires à la compréhension du cours

Un cristal est formé par la combinaison d'un réseau et d'un motif (atome, molécule.....).

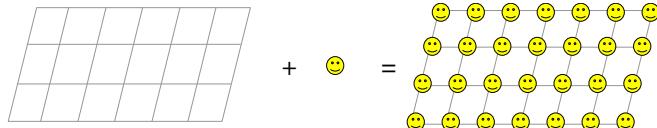


Figure 1. Notion de cristal

Système cristallin	Relations entre les axes	Relations entre les angles	Réseaux de Bravais			
			simple	à bases centrées	centré	à faces centrées
triclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$				
monoclinique	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ \neq \beta$				
orthorhombique	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$				
rhomboédrique	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$				
hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$				
quadratique	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$				
cubique	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$				

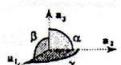
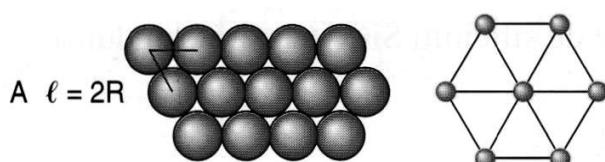


Figure 2. Réseaux de Bravais

Cas des cristaux métalliques : notions d'empilement compact et non compact

Dans les cristaux métalliques, les noyaux ainsi que les électrons des couches inférieures « baignent dans une mer » d'électrons constituée d'atomes de la couche externe. La liaison métallique n'est donc pas directionnelle : cela entraîne une densification orientée dans toutes les directions : on peut assimiler les atomes à des sphères dures en contact les unes avec les autres (analogie avec des billes empilées dans une boîte). On parlera d'« empilement ».

La Figure 3 montre un plan dense (plan A). La densité atomique d'un plan est le nombre d'atomes par unité de surface du plan. Il a été démontré que l'on ne peut pas poser des sphères sur un plan de façon plus dense que le plan A de la Figure 3.



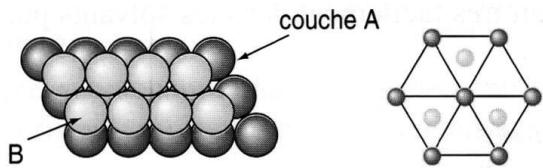


Figure 3. Plan dense et empilement compact [2]

Il existe ensuite deux possibilités pour la troisième couche.

1/ L'ajout d'une couche A forme un empilement ABAB. Dans cet empilement, la structure cristalline a un réseau hexagonal (Figure 4).

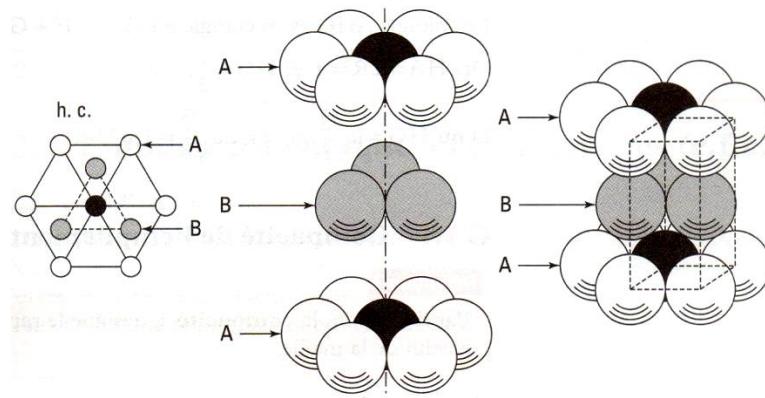


Figure 4. Structure hexagonale compact [2]

2/ Si l'on ajoute des sphères au droit des trous de la couche A non remplis par la couche B, on crée un troisième plan appelé C. Dans cet empilement, la structure cristalline a un réseau cubique faces centrées (Figure 5).

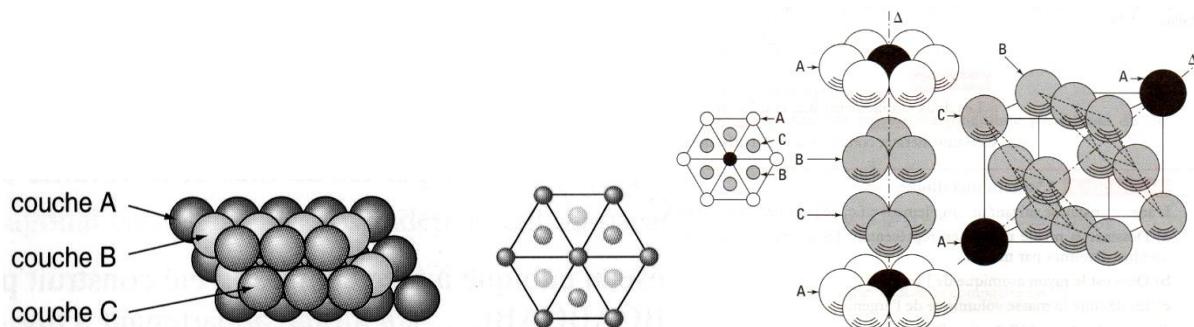


Figure 5. Structure cubique faces centrées [2]

Lors de la solidification d'un matériau, plusieurs points du liquide commencent à solidifier en même temps. Ainsi, la plupart des matériaux cristallins industriels sont des polycristaux (Figure 6). Chaque grain constitue un cristal doté d'une orientation particulière.

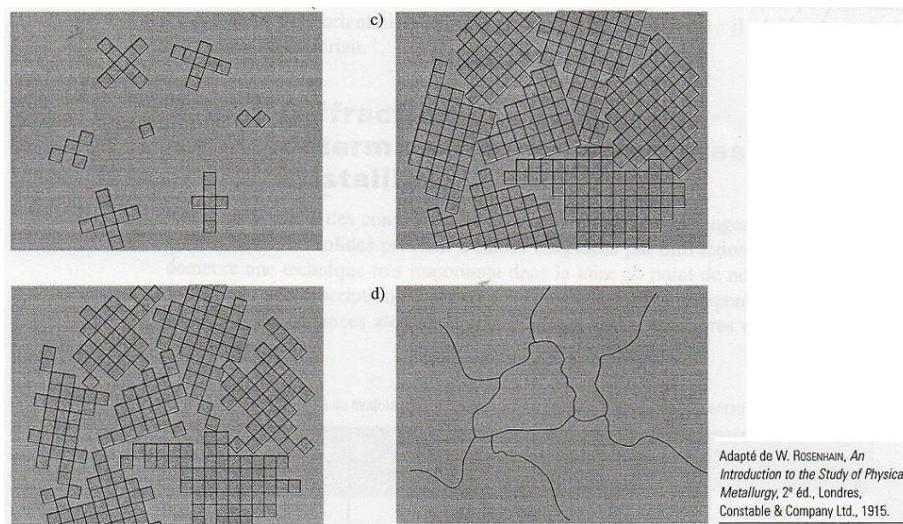


Figure 6. Matériaux polycristallins



Figure 7 Grains d'un alliage d'aluminium 2024-T351 [3]

On appelle « dislocations » les défauts du cristal marqués par l'absence d'un plan d'atomes.

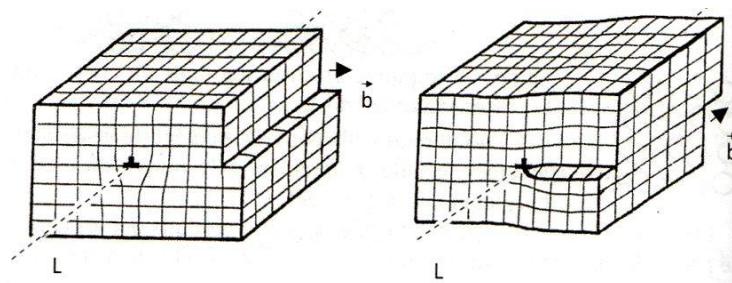


Figure 8. Défauts linéaires du cristal : dislocations. Gauche : dislocation coin. Droite : dislocation vis (Le Livre de l'Acier)

L'influence des dislocations sur les propriétés mécaniques des matériaux métalliques est capitale et sera traitée dans la suite du document.

Les joints de grain ou joints de phases caractérisent la zone entre deux grains/phases où la périodicité du réseau est perturbée.

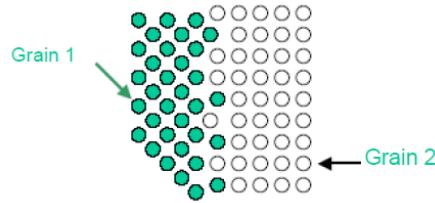


Figure 9. Joint de grain

Une porosité est une cavité fermée à l'intérieur du cristal ou du polycristal.

Une inclusion est une particule d'un solide de nature différente enrobée dans le solide principal.

Un précipité est une particule d'un solide de nature différente entièrement enrobée au sein d'un grain.



Figure 10. Précipités dans un alliage d'aluminium aéronautique 2024-T351 [3]

La courbe de traction

Soit une éprouvette de section initiale S_0 et de longueur initiale L_0 .

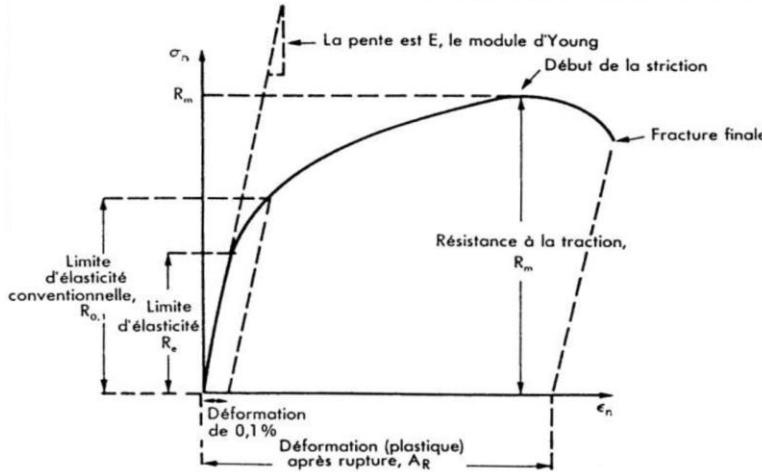
La courbe de traction conventionnelle (aussi appelée nominale) trace la contrainte conventionnelle

$$\sigma_n = \frac{F}{S_0}$$

en fonction de la déformation conventionnelle (aussi appelée nominale)

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0}$$

F : effort appliqué. L : longueur prise par l'éprouvette sous l'action de l'effort F .



Lors de l'application de l'effort F , la section de l'éprouvette diminue par effet Poisson puis lors de la striction. Par conséquent, la valeur exacte de la contrainte dans une éprouvette soumise à un effort F , n'est pas $\frac{F}{S_0}$ mais $\frac{F}{S}$ avec S section de l'éprouvette lors de l'application de l'effort F .

On définira la contrainte vraie σ_v telle que :

$$\sigma_v = \frac{F}{S}$$

De plus, on définira la déformation vraie ε_v dans l'éprouvette de la sorte :

$$\varepsilon_v = \int_{l_0}^l \frac{dl'}{l'}$$

l_0 : longueur initiale de l'éprouvette, avant chargement. l : longueur prise lors de l'application de l'effort F

On peut montrer que :

$$\sigma_v = \sigma_n(1 + \varepsilon_n)$$

$$\varepsilon_v = \ln(1 + \varepsilon_n)$$

Limite d'élasticité et déformation plastique des polycristaux : influence de la microstructure

Notion de glissement cristallographique

Dans les matériaux polycristallins, la limite d'élasticité est due à l'apparition d'un nouveau mode de déformation : le glissement.

Si l'on sollicite par exemple un polycristal de cuivre à 10% de déformation plastique, l'examen de la surface polie de l'échantillon révèle des lignes en surface. Ces lignes correspondent à l'émergence à la surface de glissements irréversibles de plans cristallographiques les uns par rapport aux autres (Figure 12). Des essais réalisés sur des monocristaux permettent de mettre

en évidence la nature cristallographique de ces glissements (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**).

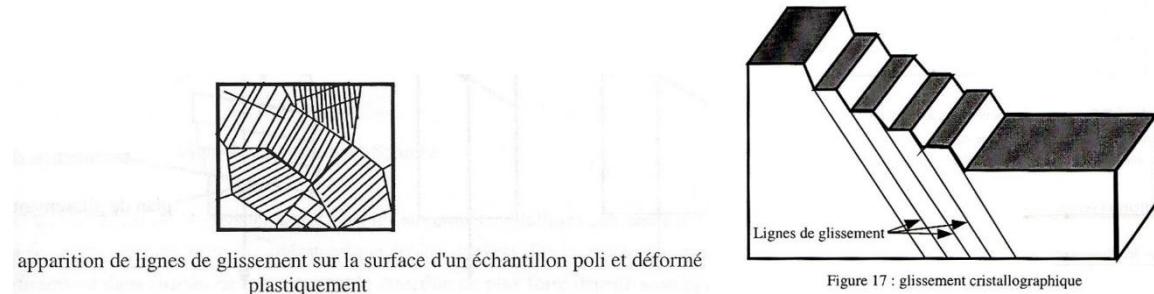


Figure 11. Glissement cristallographique [4]

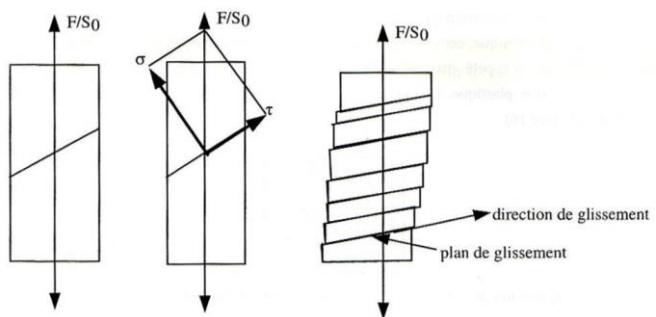


Figure 12. Glissement cristallographique [4]

Les plans de glissement sont les plans de plus forte densité atomique (Figure 13). En effet pour ces plans on ne peut pas séparer « facilement » les atomes entre eux car ils sont très rapprochés. La déformation plastique apparaît donc lorsque ces plans commencent à « glisser », guidés par les directions de plus forte densité atomique appelées directions de glissement (l'association d'un plan de glissement et d'une direction de glissement contenue dans ce plan est appelée système de glissement).

La déformabilité d'un matériau dépend de la facilité qu'ont les plans cristallins de « glisser » les uns sur les autres, et donc du nombre de systèmes de glissement possibles au sein du matériau.

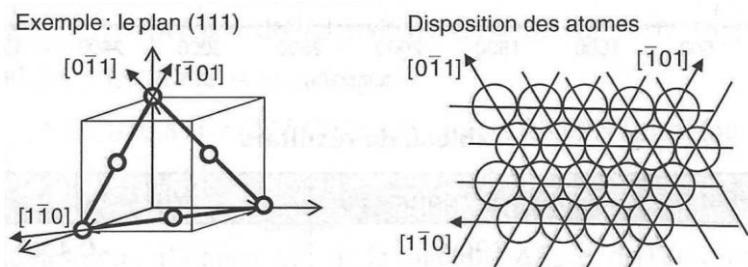


Figure 13. Cristal Cubique Faces Centrées [5]

Par des considérations théoriques sur le glissement cristallographique, on peut déterminer la cission critique théorique (contrainte de cisaillement à l'apparition de la plasticité). Or la cission critique observée expérimentalement est bien plus faible (Figure 14). Cet écart provient des dislocations présentes au sein du matériau. Ces dernières facilitent le mouvement des atomes, par un déplacement « de proche en proche » de rangées d'atomes. Il est en effet plus facile de déformer un matériau en déplaçant progressivement les atomes, rangée atomique par rangée atomique, que l'ensemble des atomes d'un plan donné (Figure 15).

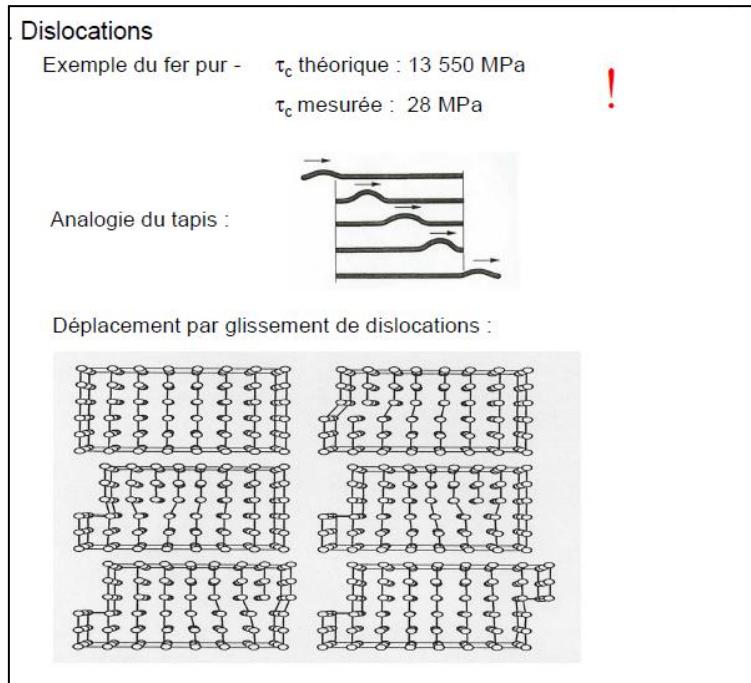


Figure 14. Cission théorique et mesurée du fer pur : influence des dislocations, analogie du tapis [4]

Ainsi les dislocations sont un outil indispensable pour comprendre la plasticité des matériaux métalliques, mais aussi des propriétés comme la tenue en fatigue, la tenue au fluage, la perte de ductilité par écrouissage....

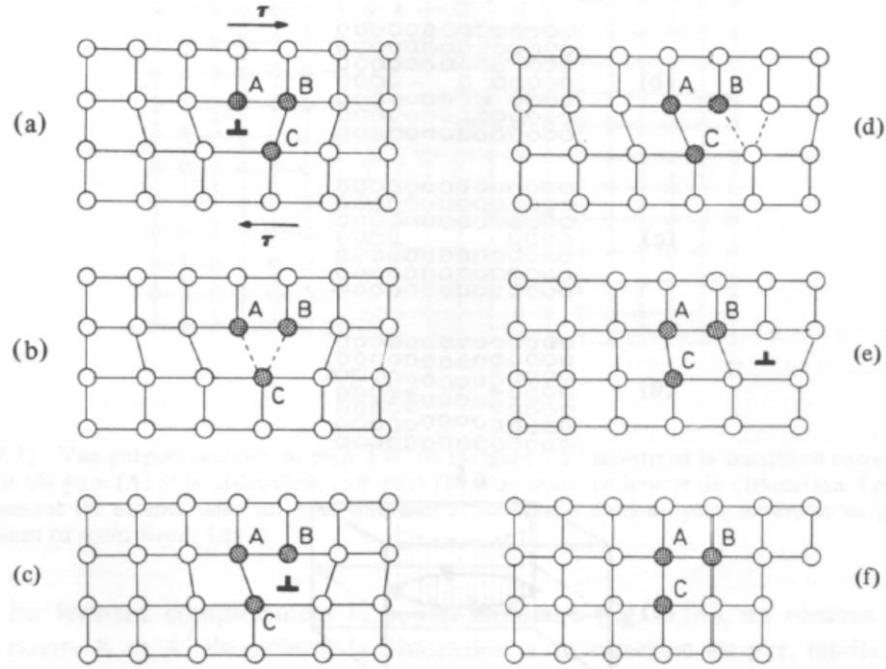


FIG. 7.16 Mouvement des atomes impliqués dans le déplacement d'une dislocation-coin sous l'action de la contrainte de cisaillement τ . La ligne de dislocation est perpendiculaire au plan de la figure. Quand la dislocation émerge du cristal, il y a formation d'une marche (f) dont la largeur correspond à la valeur absolue du vecteur de Burgers.

Figure 15. Référence [6]

2 La fatigue des matériaux

La fatigue des matériaux peut être résumée comme étant la modification des propriétés d'un matériau due à des contraintes et déformations cycliques.

2.1 Le phénomène de fatigue

Dans un matériau polycristallin, lors d'une traction monotone, des lignes de glissement cristallographique émergent à la surface libre du matériau, dans les grains favorablement orientés pour le glissement, et ce même si la contrainte macroscopique reste inférieure à la limite d'élasticité.

Lorsque la direction de sollicitation est inversée, le mouvement des dislocations à l'origine du glissement n'est pas parfaitement réversible. Cette non réversibilité du glissement engendre en surface des intrusions et extrusions (Figure 16).

Les intrusions agissent comme des concentrations de contraintes et entraînent l'apparition d'une fissure (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**) qui se propage d'abord en stade I, puis devient une fissure macroscopique se propageant en stade II suivant les lois de Mécanique de la Rupture (Figure 17).

On parle ainsi de stade I et de stade II pour les différentes phases d'amorçage.

Un faciès typique de rupture en fatigue est présenté en Figure 18.

Par ailleurs, tout détail microstructural entraînant des concentrations de contraintes, étant sensible à la corrosion ou ayant des propriétés mécaniques moins bonnes que le matériau de base, pourra être source d'une amorce de fissure de fatigue (précipités, inclusions, joints de grains,.....) (Figure 19).

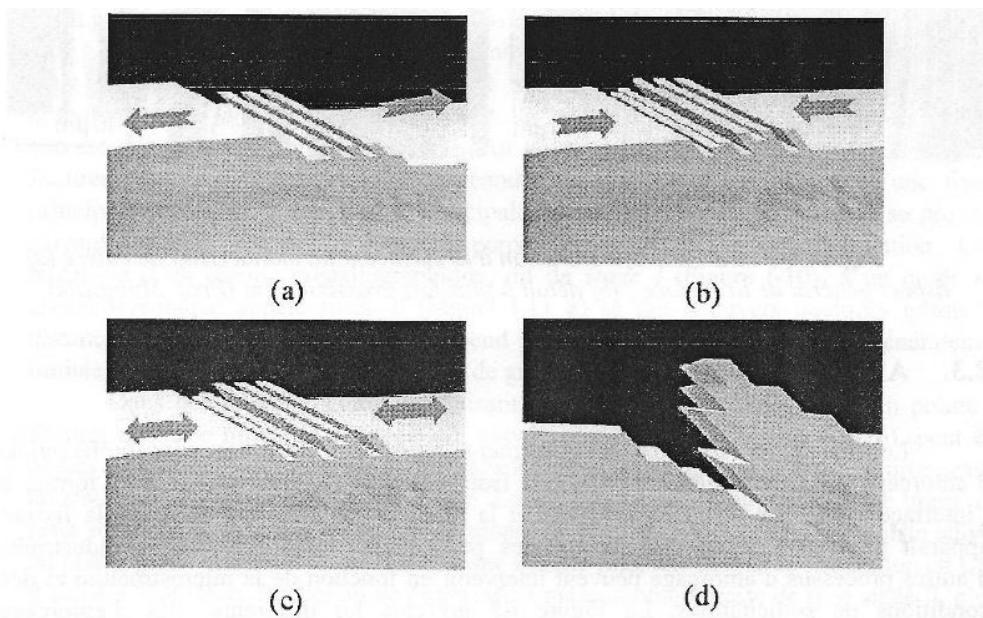


Figure I-5: Processus de formation d'intrusions/extrusions en surface (a) émergence de lignes de glissement en surface lors de la mise en charge ; (b) irréversibilité du glissement après inversion du sens de chargement ; (c) et (d) formation d'intrusions/extrusions.

Figure 16. Source : [7]

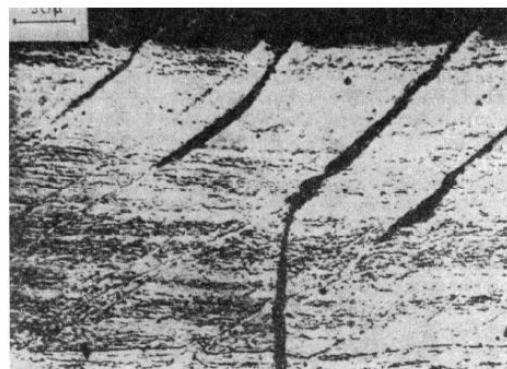


Figure 17. Amorçage d'une fissure de fatigue : stade I puis stade II ([8])

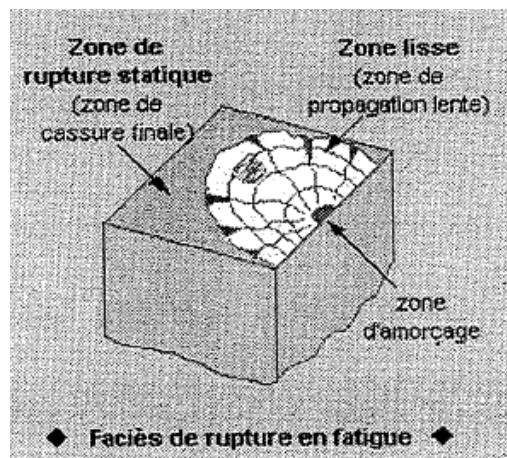


Figure 18. Faciès de rupture en fatigue

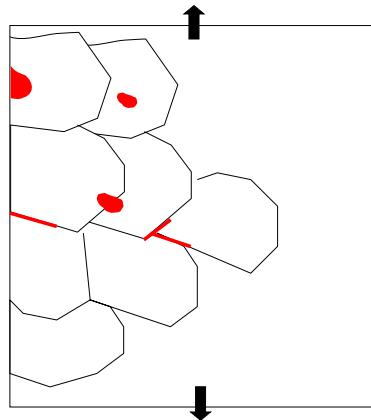


Figure 19. Sites privilégiés d'amorce de fissure de fatigue

2.2 Cycle de fatigue

Etendue de variation de la contrainte

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$$

Amplitude de contrainte

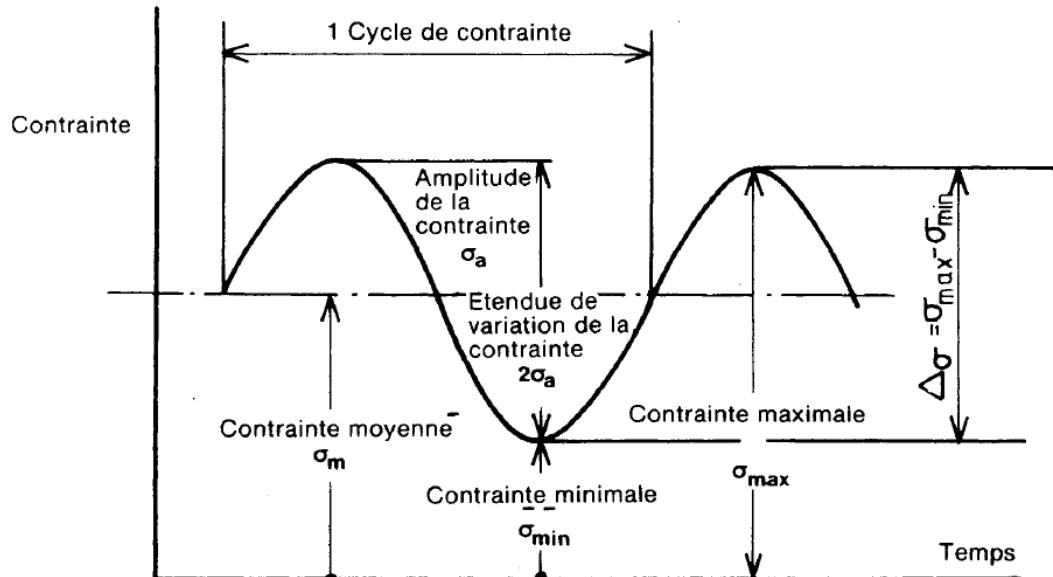
$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min}) = \frac{\Delta\sigma}{2}$$

Contrainte moyenne

$$\sigma_{moy} = \frac{1}{2}(\sigma_{max} + \sigma_{min})$$

Rapport de charge

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$



2.3 Les différents types de fatigue

Plusieurs types de fatigue sont définis, en fonction de l'origine des contraintes (thermiques, mécaniques, de contact) et en fonction de phénomènes dépendant du temps pouvant favoriser / interagir / se superposer avec le phénomène de fatigue (fluge, corrosion). Parmi les différents types de fatigue couramment rencontrés on peut ainsi citer :

- Fatigue mécanique

Les contraintes cycliques proviennent d'une variation de l'effort mécanique.

Exemples : passage de véhicules sur un pont, chargement – déchargement de masses par une grue, cycles de pressurisation sur un fuselage d'avion.

- Fatigue thermique

L'aspect cyclique des contraintes provient des variations de la température dans le temps. Les contraintes apparaissent au sein du matériau à cause du retrait – dilatation empêché de la pièce.

Exemples : tuyauteries de circuit de refroidissement de centrales nucléaires (incident sur la centrale EDF de Civaux en 1998 [9]), turbocompresseur de moteurs automobile.

- Fatigue fluage

A haute température (autour de 30% de la température de fusion pour les métaux, soit 500-600°C pour l'acier), le phénomène de fluage se superpose / entre en compétition / favorise la fissuration par fatigue. Le fluage endommage les joints de grains et crée ainsi des amorces de fissure de fatigue.

Exemples : aubes de turbine de turboréacteurs et de turbines à gaz, fuselage avion supersonique [10]

- Fatigue corrosion

Des défauts de corrosion (piqûres, corrosion intergranulaire) peuvent favoriser l'apparition de fissures de fatigue. De plus, lors de la propagation d'une fissure principale, un milieu corrosif peut accélérer les vitesses de propagation (interaction avec le chargement mécanique ou apparition de corrosion sous contrainte qui se superpose à la fissuration par fatigue [11], [12], [13]).

Exemples : l'accident du vol ALOHA Airlines

- Fatigue de contact

Les contraintes proviennent du contact local entre deux pièces (théorie de Hertz pour déterminer les pressions de contact et contraintes de cisaillement). Les fissures amorcent par cisaillement à l'intérieur du matériau, et non plus en surface.

Exemples : roulement d'un galet sur une came, passage d'un train sur un rail.

- Fretting fatigue

Lorsque deux pièces sont en contact et qu'un glissement relatif est possible, le frottement répété des deux pièces peut endommager leur surface (fretting) et favoriser l'apparition de fissures de fatigue.

Exemples : assemblages boulonnés.

2.4 Paramètres influents en fatigue

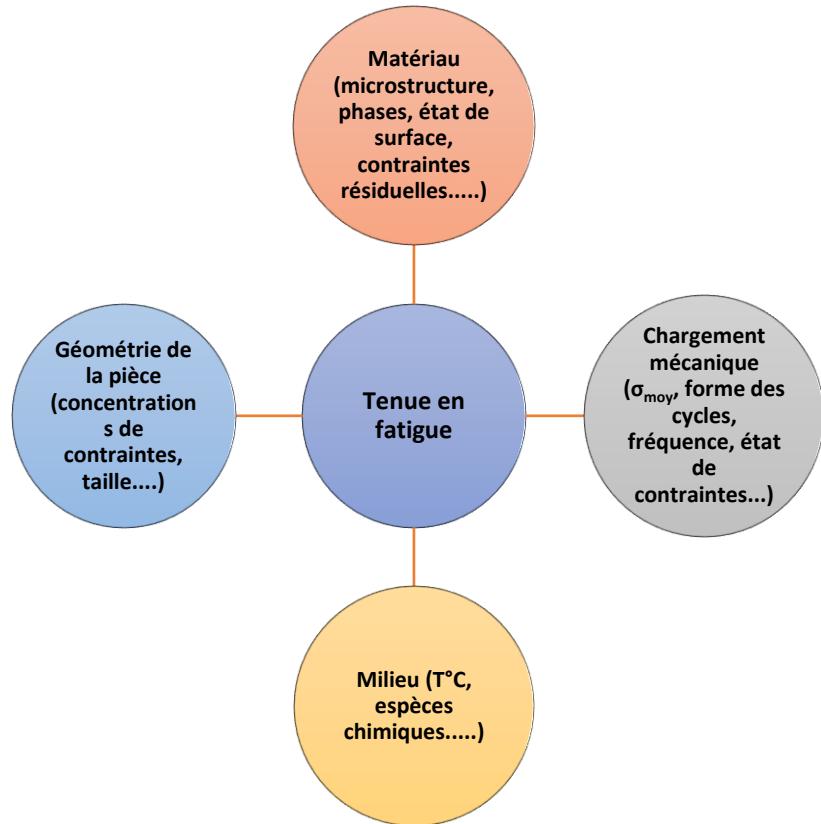


Figure 20. Typologie et Aperçu non exhaustif des paramètres influents en fatigue

Taille des grains

- Structures à grains fins : meilleure tenue à l'amorçage, moins bonne en propagation.

Taux d'écrouissage

- L'écrouissage provenant des opérations de formage consolide le matériau et améliore la tenue en fatigue.

Limite à rupture R_m

- Pour une famille de matériau donné, quand R_m augmente, la tenue en fatigue augmente.
- On peut ainsi définir, approximativement, des relations $S_d=f(R_m)$ par famille de matériau (travaux CETIM)

Paramètres technologiques (composant)

Accident de forme

- Augmentation locale du niveau de contrainte donc baisse de la tenue en fatigue

Effet d'échelle

- A contrainte égale, plus une pièce est grande, plus sa résistance à la fatigue est faible.

Rugosité

- Augmentation locale des contraintes donc baisse de la tenue en fatigue

Contraintes résiduelles

- Modification de la contrainte moyenne par superposition avec le chargement externe.
- Contraintes résiduelles bénéfiques en grenaillage, martelage car $\sigma_{\text{rés}}$ de compression
- Contraintes résiduelles défavorables en soudage car $\sigma_{\text{rés}}$ de traction.
- Implique un état de contraintes locales multiaxial malgré un effort mécanique uniaxial.

Paramètres liés à l'environnement

Espèces corrosives

Risque de :

1/ réduction du temps d'amorçage

2/ augmentation des vitesses de propagation

3/ baisse de la ténacité.

→ Influence sur les 3 phases typiques d'une rupture par fatigue !

2.5 Courbe de Wöhler (courbe S-N)

La première mise en évidence d'un lien entre amplitude de contrainte / déformation appliquée et durée de vie en nombre de cycles est due à Wöhler, ingénieur allemand travaillant dans le ferroviaire, dans les années 1870. La courbe S-N, ou courbe de Wöhler, est schématisée ci-dessous.

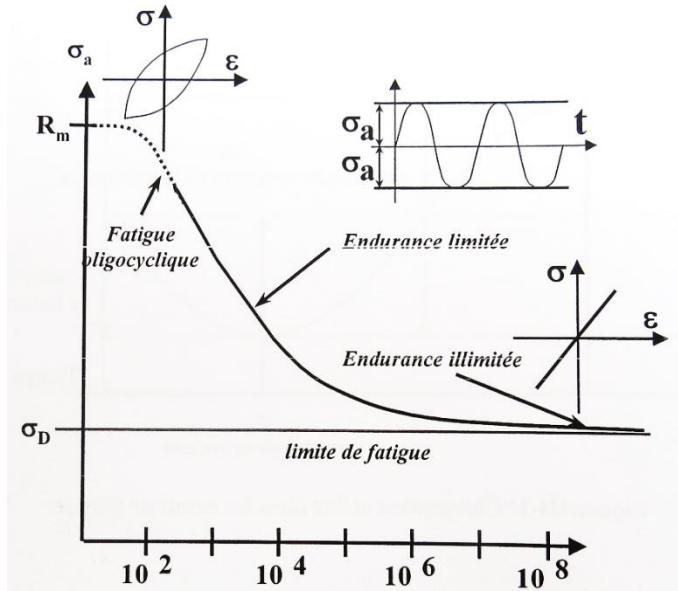


Figure 21. Courbe de Wöhler (courbe S-N) [7]

On y distingue 3 domaines :

- Le domaine de fatigue oligocyclique. Sous de fortes contraintes, supérieures à R_m , le nombre de cycles à rupture est très faible ($<10^4$ cycles). Ce domaine est généralement associé à une déformation plastique notable (on parle alors de fatigue plastique).
- Le domaine d'endurance limitée (10^4 – 10^6 cycles environ). Le nombre de cycles à rupture augmente rapidement lorsque l'amplitude de contrainte diminue. La déformation plastique macroscopique est négligeable.
- Le domaine d'endurance illimitée. Dans ce domaine on peut en première approximation considérer que la courbe S-N montre une asymptote horizontale. Cette asymptote définit la limite de fatigue σ_d . Pour toute amplitude de contrainte σ_a telle que $\sigma_a < \sigma_d$, alors la durée de vie est considérée illimitée. Ceci n'est qu'une approximation et en toute rigueur la limite de fatigue n'existe pas : la rupture peut encore se produire pour de très longues durées de vie.

Remarque : les résultats d'essais de fatigue sont en général très dispersés, surtout dans le domaine de l'endurance limitée et de l'endurance illimitée. Par conséquent une campagne d'essais de fatigue nécessite de nombreux essais et un traitement statistique approprié pour être exploitable.

Remarque : en fonction du secteur d'activité, du pays ou du type de fatigue traité, la durée de vie N peut être représentée en fonction de σ_{\max} , σ_a , ou $\Delta\sigma$.

Remarque : l'importance relative des stades d'amorçage et de propagation dépend de nombreux facteurs (niveau de chargement, géométrie de la pièce, matériau, température, environnement). Il est admis que le rapport du nombre de cycle à l'amorçage sur le nombre de cycles à rupture N_a/N_r diminue lorsque la contrainte (ou la déformation) alternée augmente. Autrement dit, dans le domaine de la fatigue oligocyclique, la durée de vie est essentiellement constituée par la phase de propagation. Dans le domaine de l'endurance, la durée de vie totale du matériau est principalement attribuée à la phase d'amorçage.

Remarque : exemples de méthodes expérimentales pour estimer la limite d'endurance :
Probits, Escalier, Dixon, Itération, K éprouvettes non rompues

Remarque : quelques modèles pour l'endurance limitée : Palgrem,
Stohmeyer, Palmgreen, Corson

2.6 Pour aller plus loin...

Cas de ruptures en service attribués à la fatigue :

- http://fr.wikipedia.org/wiki/Catastrophe_ferroviaire_de_Meudon
- Colin R Gagg, Peter R Lewis. *In-service fatigue failure of engineered products and structures – Case study review*. Engineering Failure Analysis 16 (2009) 1775–1793
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Vol_243_Aloha_Airlines
- [14]
- [15]

3 Comportement cyclique

3.1 Boucle d'hystérésis

Lorsque l'on enregistre l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation appliquée au cours d'un cycle de fatigue, on obtient la boucle d'hystérésis représentée ci-dessous.

Comme pour la contrainte (voir chapitre précédent), on définit

- Etendue de variation de la déformation totale $\Delta\varepsilon_t = \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$
- Amplitude de déformation $\varepsilon_a = \frac{1}{2}(\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}) = \frac{\Delta\varepsilon_t}{2}$
- Déformation moyenne $\varepsilon_{moy} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min})$
- Rapport de déformation $R_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}}$

On peut identifier la partie plastique et la partie élastique lors d'un comportement cyclique stabilisé.

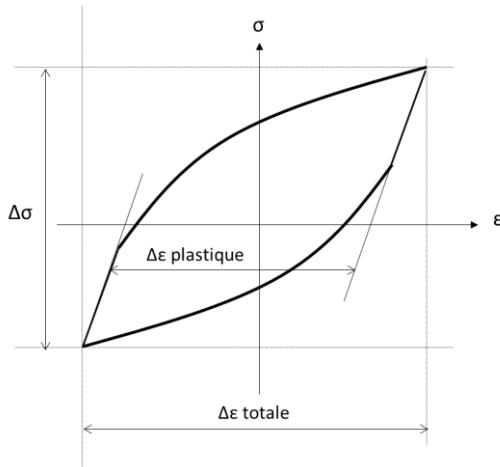


Figure 22. Illustration de la partie de déformation plastique et de la partie de déformation élastique sur une Boucle d'hystérésis stabilisée

L'étude du comportement cyclique d'un matériau conduit à étudier l'évolution de cette réponse du matériau à un cycle, lors d'une sollicitation de fatigue.

Les principaux types de comportement observés sur les matériaux métalliques, pour des conditions de déformations imposées, sont illustrés ci-dessous.

Lorsque l'amplitude de contrainte augmente au cours du cyclage, on parle de durcissement (ou consolidation) cyclique. Si, au contraire, l'amplitude de contrainte diminue, on parle d'adoucissement (ou déconsolidation) cyclique.

On peut également observer une relaxation de la contrainte moyenne et l'effet Rochet. L'effet Rochet est observé sous des conditions de contrainte imposée à contrainte moyenne non nulle, et consiste en une augmentation progressive de la déformation moyenne.

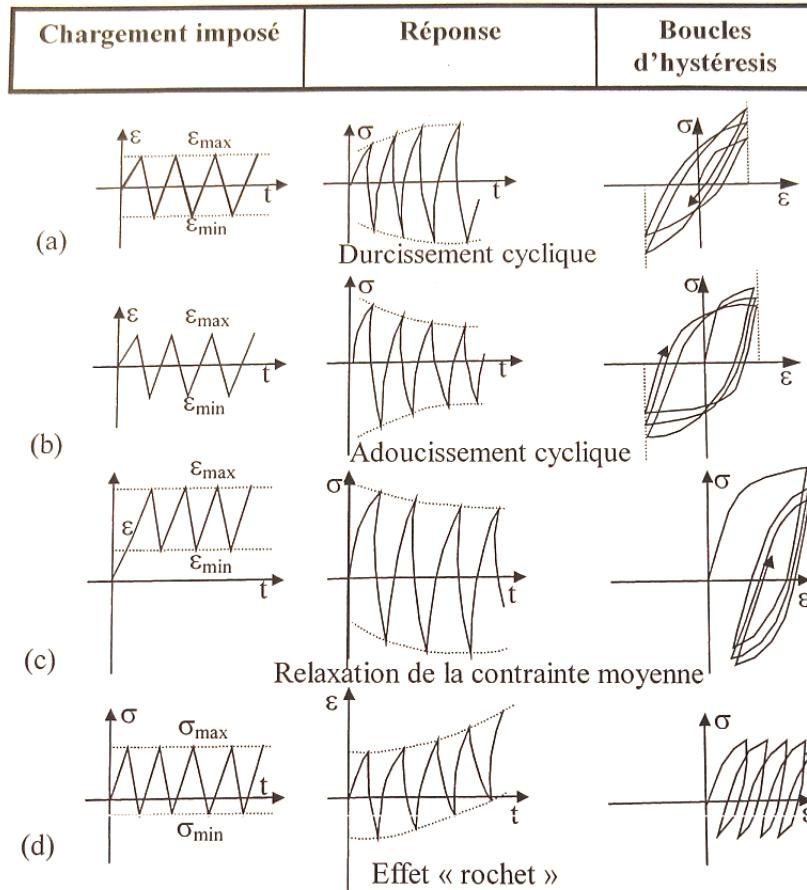


Figure II-4: Représentation schématique des phénomènes de durcissement, d'adoucissement cyclique, de relaxation de la contrainte moyenne et de l'effet « rochet ».

Figure 23. Référence [7]

A partir d'un certain nombre de cycles, dépendant de nombreux paramètres et notamment de l'amplitude de déformation appliquée, la boucle d'hystéresis se stabilise. La période nécessaire pour atteindre cette stabilisation est appelée accommodation. A partir de cette boucle stabilisée on peut alors associer un niveau de contrainte à la déformation appliquée (voir ci-dessous).

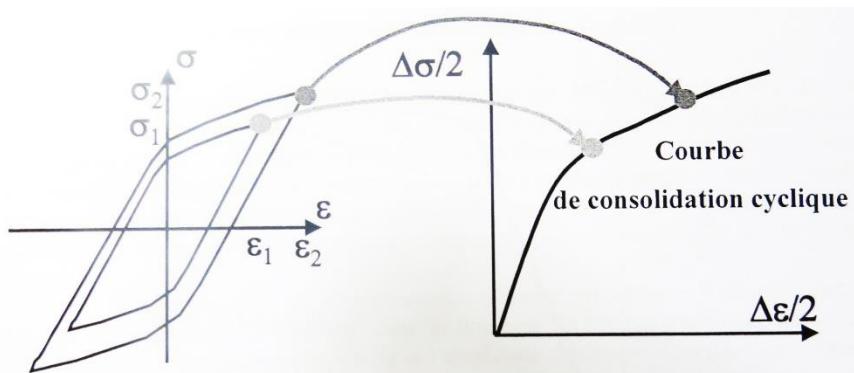


Figure 24. Construction de la courbe de consolidation cyclique (Référence [7])

On peut comparer à la courbe de traction monotone, comme illustré ci-dessous.

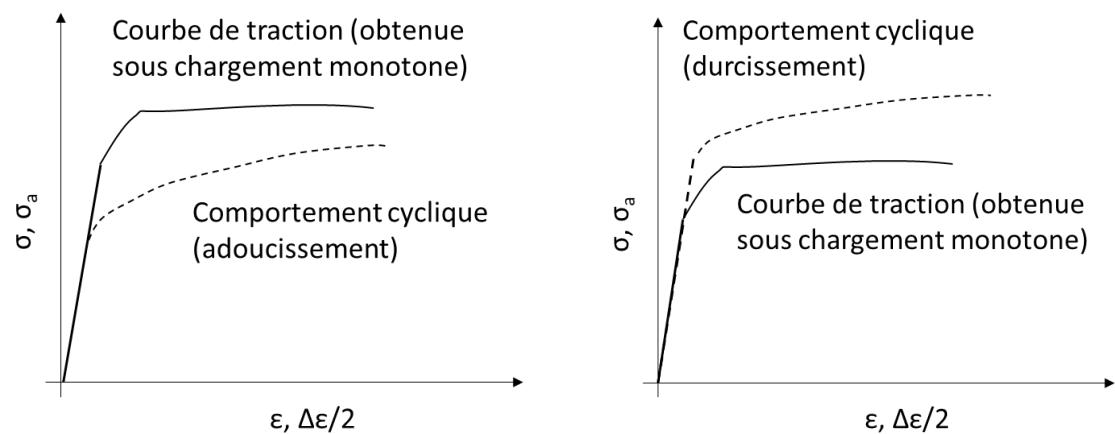


Figure 25. Comportement cyclique des matériaux, comparaison avec la courbe de traction monotone

4 Fatigue oligocyclique

La fatigue oligocyclique est par définition la fatigue à faible nombre de cycles.

Pour la plupart des matériaux, obtenir une rupture après un faible nombre de cycles ($< 10^4$), il faut que le chargement de fatigue atteigne des niveaux de contraintes supérieurs à R_e , où chaque cycle pourra induire une déformation plastique macroscopique notable. Pour ce type de fatigue, il est donc plus aisément de réaliser des essais à déformation imposée (déformation totale ou plastique). Pour cette raison, on utilise plutôt une approche en déformation.

Dans la plupart des études de fatigue, on considère la durée de vie en fonction du nombre de cycles à rupture N_f . Cependant, pour les chargements à amplitude variable, définir un cycle peut s'avérer délicat, et on raisonnera en nombre d'inversions du sens de sollicitation. Le nombre d'inversions du sens de sollicitation est $2N_f$. Dans le cas de la fatigue oligocyclique, les modèles raisonnent souvent avec $2N_f$.

En fatigue oligocyclique, on peut lier la durée de vie à l'amplitude de déformation plastique par la loi de Manson-Coffin :

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c$$

Lorsque le niveau de contrainte diminue et que la déformation plastique devient négligeable (on part dans le domaine de l'endurance limitée), la déformation au cours d'un cycle reste dans le domaine élastique. On peut alors relier l'amplitude de déformation élastique à l'amplitude de contrainte :

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma_a}{E}$$

Or la loi de Basquin, pour le domaine de l'endurance limitée, propose

$$\sigma_a = \sigma'_f \cdot (2N_f)^b$$

Donc dans ce cas on a

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N_f)^b$$

Le chargement subi par la pièce peut parfois se situer entre le domaine de la fatigue plastique, où l'amplitude de déformation plastique gouverne la durée de vie, et l'endurance limitée, où c'est l'amplitude de déformation élastique (et donc de contrainte) qui gouverne la durée de vie. Si l'on décompose l'amplitude de déformation de la sorte

$$\frac{\Delta \varepsilon_t}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2}$$

On peut alors écrire que

$$\frac{\Delta \varepsilon_t}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c$$

Remarque : σ'_f est la contrainte vraie à rupture du matériau sous chargement monotone et ε'_f peut être, en première approximation, assimilée à la déformation vraie à rupture du matériau sous chargement monotone, paramètres mesurés par essai de traction sur le matériau considéré.

Remarque : Cette dernière relation est valable pour $R = -1$ ($R = \varepsilon_{\min}/\varepsilon_{\max} = -1$ ce qui implique $\sigma_{\text{moy}} = 0$) et une correction de contrainte moyenne peut être nécessaire si la contrainte moyenne est non nulle.

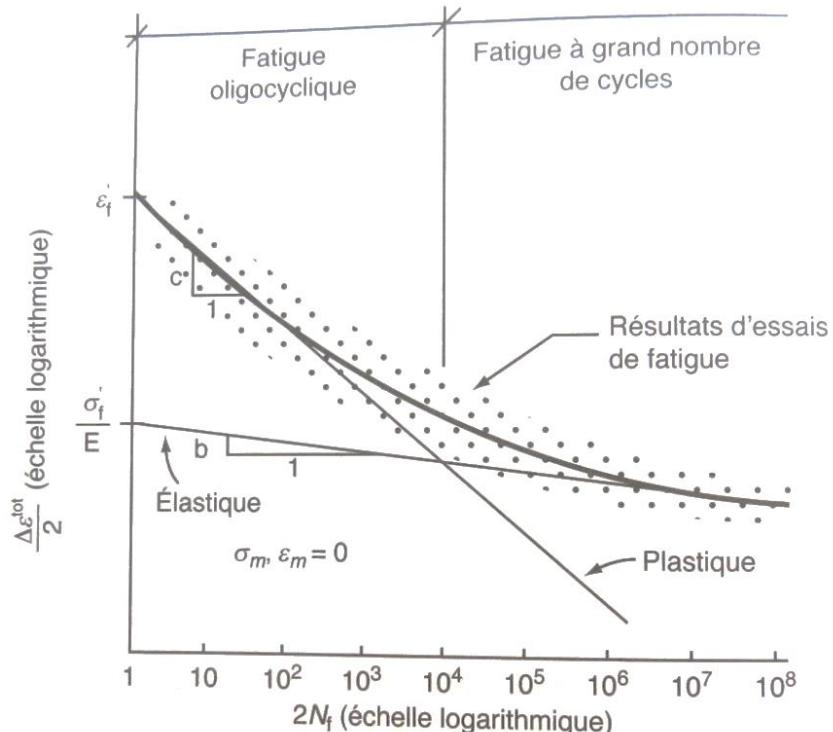


Figure 26. Relation entre l'amplitude de déformation totale et la durée de vie en fatigue [16]

Remarque : la durée de vie N_t à la transition entre le domaine « plastique » et le domaine « élastique » est

$$N_t = \left(\frac{\varepsilon'_f \cdot E}{\sigma'_f} \right)^{\left(\frac{1}{b-c} \right)}$$

On peut considérer que pour $N < N_t$, l'amorçage se produit rapidement et la majeure partie de la durée de vie est occupée par la propagation. Pour $N > N_t$, la majeure partie de la durée de vie est occupée par l'amorçage de la fissure, qui peut représenter 90% de la durée de vie aux longues durées de vie.

Remarque : on a vu que la fatigue oligocyclique est par définition la fatigue à faible nombre de cycles. La fatigue plastique considère les chargements où la contrainte maximale dépasse R_e . Or pour obtenir un faible nombre de cycles à rupture ($< 10^4-10^5$), il faut généralement des niveaux de contraintes supérieurs à R_e , où chaque cycle induit une déformation plastique macroscopique notable. Les termes « fatigue plastique » et « fatigue oligocyclique » sont donc

souvent confondus, bien que de faibles durées de vie puissent dans certains cas être obtenues sans déformation plastique macroscopique notable (par exemple alliages à haute résistance).

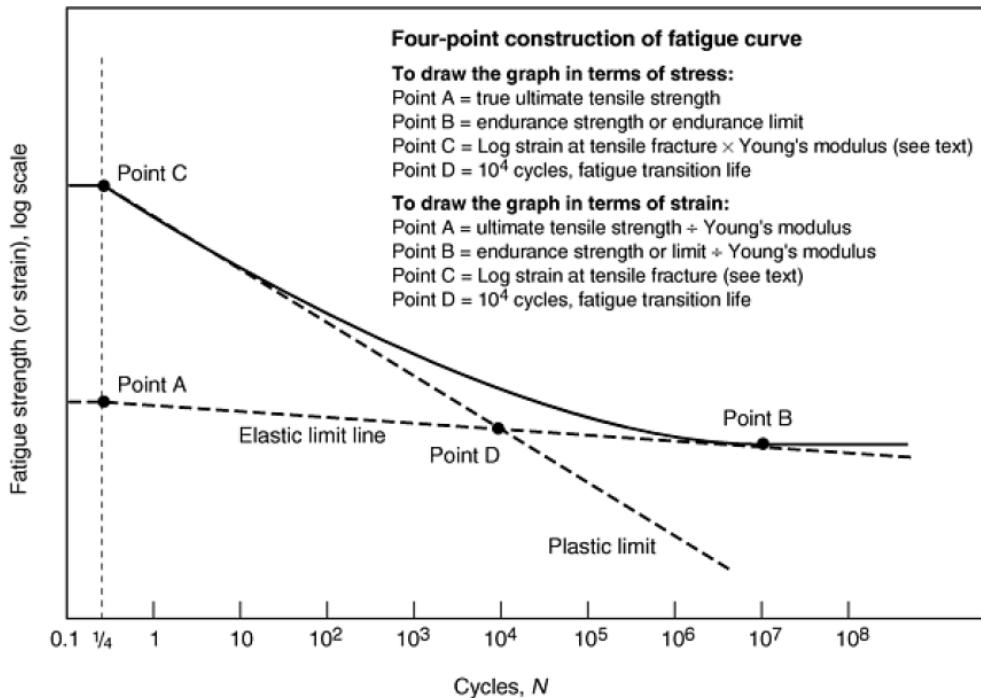


FIG. 4 SCHEMATIC SUMMARY OF FOUR-POINT METHOD FOR ESTIMATING FATIGUE STRENGTH OR STRAIN LIFE. SOURCE: REF 6

Figure 27. [17]

5 Endurance

5.1 Introduction

Dans ce domaine de la courbe S-N, la déformation reste dans le domaine élastique. Or la plupart des structures et composants mécaniques sont conçus pour que les efforts extrêmes n'induisent pas de contraintes dépassant la limite d'élasticité R_e . Par conséquent, les niveaux de chargement de fatigue les plus courants, et les durées de vie associées, sont ceux correspondant à ce domaine de la courbe S-N. L'endurance limitée est donc un domaine historiquement très étudié.

5.2 Endurance limitée

Le modèle le plus ancien pour la courbe de Wöhler dans le domaine de l'endurance a été proposé par Wöhler :

$$\ln(N) = a - b \cdot \sigma_a$$

où a et b sont des paramètres matériau.

On trouve également :

Loi de Weibull :

$$N \cdot (\sigma_a - \sigma_d)^n = C$$

C : paramètre matériau ; $n = 1$ à 2 ; σ_d : limite de fatigue

Loi de Basquin :

$$\sigma_a = \sigma'_f \cdot (N)^b$$

Loi de Bastenaire :

$$N + B = \frac{A \cdot e^{-C \cdot (\sigma_a - \sigma_d)}}{(\sigma_a - \sigma_d)}$$

5.3 Influence de la contrainte moyenne

Pour une même contrainte alternée, la durée de vie diminue lorsque la contrainte moyenne augmente.

- influence **néfaste** de contraintes résiduelles de **traction**
- influence **bénéfique** de contraintes résiduelles de **compression**

L'influence de la contrainte moyenne est une des clés pour comprendre l'influence des procédés et traitements de surface sur la tenue en fatigue (Figure 28 et Figure 29).

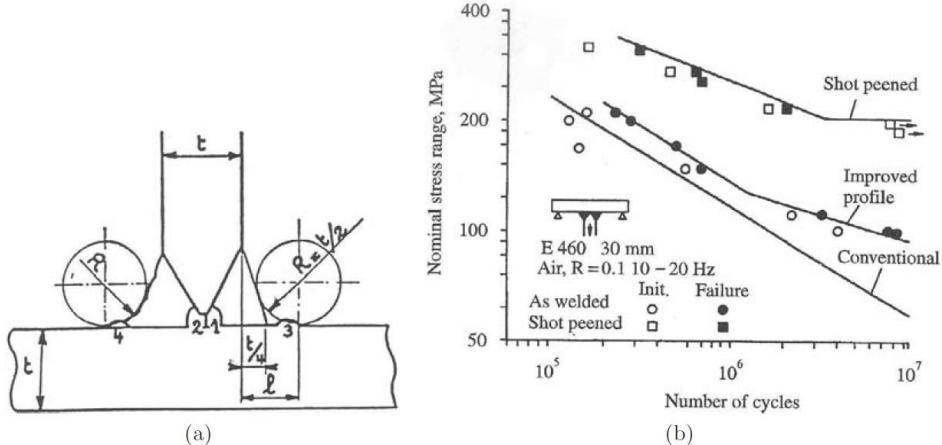


Fig. 14. (a) Procédure améliorée de soudage : géométrie globale et séquence des passes. (b) Amélioration de la résistance à la fatigue par un profil amélioré et un grenailage de précontrainte (d'après [11]).

Figure 28. [18]

Etat de surface final	Paramètres d'usinage		Contraintes résiduelles de surface max. (MPa)	Rugosité superficielle (μm)	Limite d'endurance (MPa)	
	Après recuit à 650°C	Avance (mm/tr)			Sans recuit	Recuit
Polí	0.1		-200	0.6	270	250
Tourné	0.5	0.16	+100	17	215	240
Tourné	0.5	0.32	+200	27	190	220
Tourné	0.5	0.50	+600	46	175	205

Tableau III-3: Influence des conditions d'usinage sur l'endurance d'un acier XC48 à l'état recuit.

Figure 29. Influence de la contrainte moyenne.[7]. Données du CETIM

On quantifie et représente l'influence de la contrainte moyenne dans de nombreux diagrammes (le diagramme de Moore-Kommers-Jasper qui donne la contrainte maximale en fonction du rapport R , le diagramme de Goodman-Smith qui donne les contraintes max et min en fonction de la contrainte moyenne, le diagramme de Haigh qui trace, pour une durée de vie donnée, la contrainte alternée admissible en fonction de la contrainte moyenne, le diagramme de Ros qui donne la contrainte max en fonction de la contrainte min.....)

Le diagramme Figure 30 montre que la contrainte alternée admissible diminue quand la contrainte moyenne augmente.

- GOODMAN :

$$\sigma_a = \sigma_D \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right)$$

- SODERBERG :

$$\sigma_a = \sigma_D \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_e} \right)$$

- GERBER :

$$\sigma_a = \sigma_D \left(1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 \right)$$

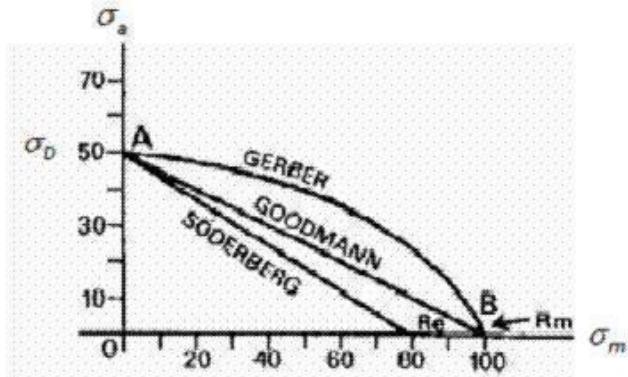


Figure 30. Diagramme de Haigh

Un exemple de diagramme de Haigh est donné ci-dessous.

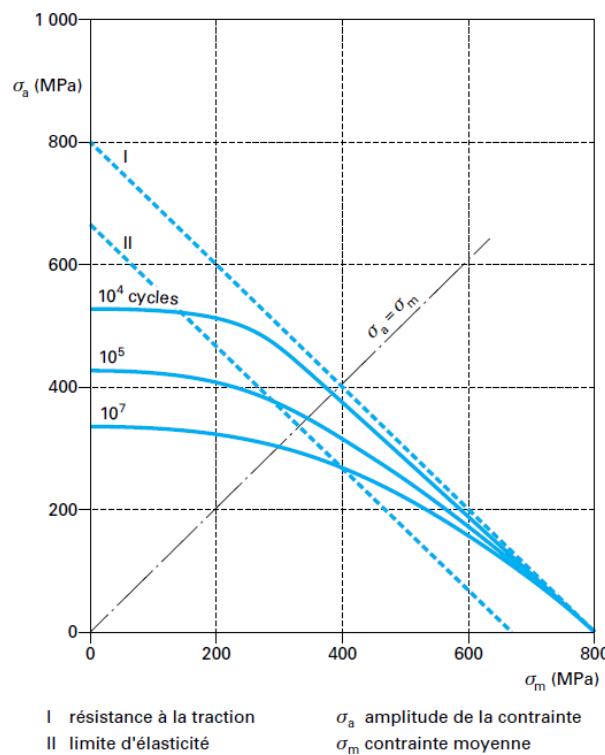


Figure 31. Diagramme de Haigh correspondant à des nombres de cycles variables pour un acier traité ($R_m = 800 \text{ MPa}$) [19]

Remarque : cas particulier du cisaillement. Il semble démontré expérimentalement qu'une contrainte moyenne de cisaillement n'a pas d'influence sur la durée de vie, pour une même contrainte alternée.

Citons aussi :

- Diagramme de Moore Kommers Jasper. Contrainte max en fonction de R=contrainte min/contrainte max.

- Diagramme de Ros. Contrainte max en fonction de la contrainte min

5.4 Limite d'endurance

5.4.1 Cas des aciers

Le comportement en fatigue des aciers, caractérisé par la courbe de Wohler peut être classé selon 3 catégories. Certains auteurs [9] relient la forme des courbes avec la dureté du matériau considéré (figure 3). Pour des aciers dont la résistance maximale à rupture n'atteint pas 1100 MPa, on observe un comportement conventionnel avec la présence d'une asymptote pour les grandes durées de vie et des amorçages en surface. Pour les matériaux à très haute résistance, la courbe SN est assimilable à une droite diminuant continument sans atteindre de limite d'endurance avec présence de fissures internes. Les aciers à dureté intermédiaire ont un comportement qui peut être représenté par la superposition de 2 modes de rupture.

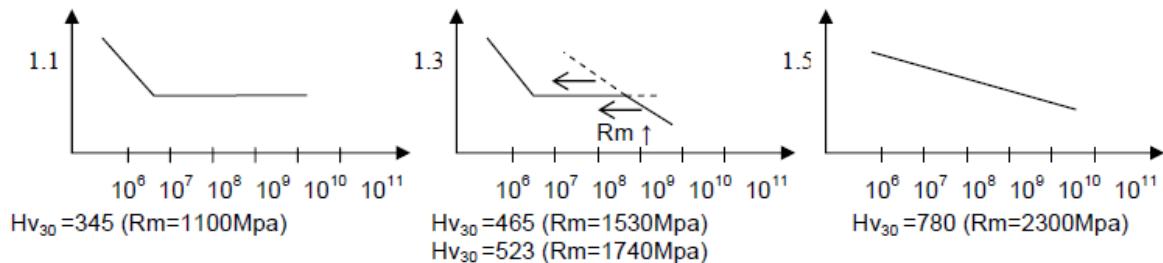


Figure 3. Les différentes formes de la courbe de Wohler

Figure 32. Comportement des aciers aux très longues durées de vie [20]

5.5 Chargement à amplitude variable

5.5.1 Cumul de dommage

Dans le cas d'un chargement à amplitude variable, on ne peut plus directement lire la durée de vie de la structure sur la courbe de Wöhler.

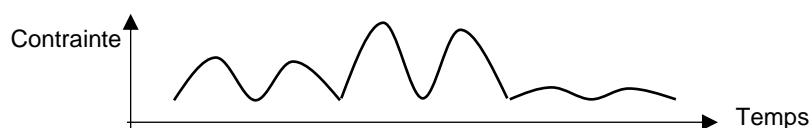


Figure 33. Chargement de fatigue à amplitude variable

On raisonne alors en cumul de dommage.

On définira une variable d'endommagement D ($0 \leq D \leq 1$).

- Pour $D=0$, la structure est « saine », elle n'a jamais été sollicitée en fatigue.
- Pour $D=1$, la durée de vie de la structure est atteinte (rupture totale de la structure, perte de rigidité inacceptable, fuite dans le cas d'un réservoir, fissure visible par le client...).

Plusieurs lois de cumul de dommage existent (Figure 34).

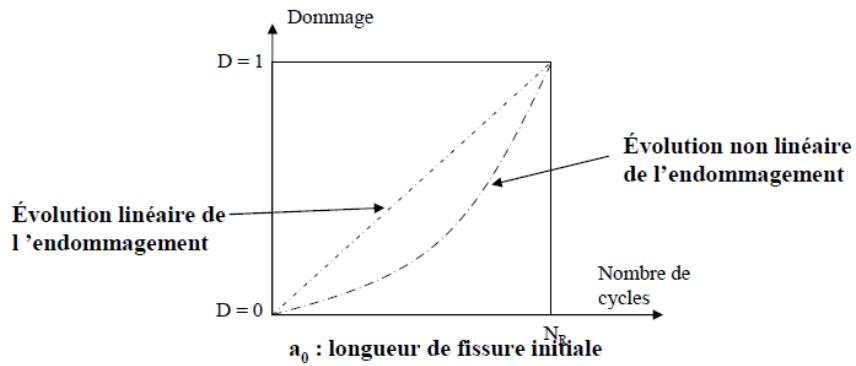


Figure 34. Cumul de dommage

La loi la plus courante est la loi de Miner. Elle suppose une évolution cumulative linéaire de l'endommagement. Dans la loi de Miner, la variable D est définie de la sorte : pour un chargement à k amplitudes de contraintes différentes, le dommage total s'exprime par :

$$D = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i}$$

avec n_i nombre de cycles réalisés au niveau de contrainte S_i , et N_i nombre de cycles à rupture au niveau de contrainte S_i

La loi de Miner, simple à mettre en œuvre, a été adoptée dans de nombreux domaines. Pourtant on sait aujourd'hui que la précision des résultats obtenus est très incertaine. La loi de Miner comporte en effet certains inconvénients :

- elle néglige l'endommagement induit par des cycles de fatigue dont l'amplitude est inférieure à la limite d'endurance (cet inconvénient est surmontable en prolongeant la droite S-N de l'endurance limitée à droite vers les très longues durées de vie, càd en supposant que le matériau n'a pas de limite d'endurance)
- la loi de Miner suppose que chaque cycle introduit un dommage élémentaire qui ne dépend pas de son positionnement dans le chargement. Des résultats de fatigue sous chargements à 2 niveaux obtenus sur un acier 4340 montrent que ce n'est pas le cas (voir ci-dessous)

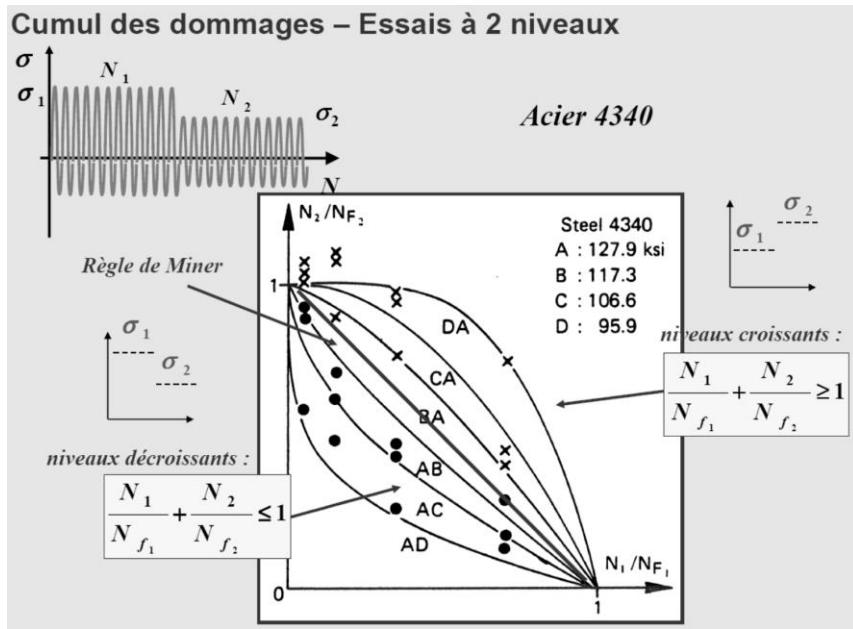


Figure 35. Cumul de dommage avec essai à 2 niveaux sur un acier 4340 (D. Retraint UTT)

Plusieurs méthodes existent pour prendre en compte l'influence de l'ordre des cycles dans l'évolution du cumul.

- Cumul non linéaire avec évolution dépendant de l'amplitude de contrainte et de la contrainte moyenne
- Cumul avec séparation de la phase amorçage - propagation

5.5.2 La problématique du comptage de cycles dans le cas d'un chargement « réel »

Comment appliquer cette loi pour un chargement réel tel qu'illustré ci-dessous ? En effet, avant d'appliquer la loi de cumul de dommage de Miner, la question est d'identifier sur ce chargement des cycles de fatigue et de déterminer pour chacun la contrainte maximale et la contrainte minimale.

Plusieurs méthodes existent, la plus courante est la méthode Rainflow (voir [21]).

On voit (Tableau 1) que les rapports de charge R sont très variés et il n'existera pas de courbe de fatigue pour chacun (des essais de fatigue sont plusieurs ordres de grandeur plus chers qu'un essai de traction, et plusieurs dizaines d'essais doivent être réalisés pour obtenir une courbe, soit un seul rapport R).

On obtient un tableau comme celui présenté ci-dessous :

Cycle	Smax	Smin	R
1	230	195	0.85
2	140	115	0.82
3	125	80	0.64
4	200	175	0.88
5	230	185	0.80
6	100	40	0.40

7	280	75	0.27
8	300	0	0.00

Tableau 1. Résultat d'un comptage de cycles par la méthode rainflow.

5.5.3 Approche utilisée dans l'aéronautique

Pour une certaine gamme de durées de vie, les courbes de fatigue à différents rapports R forment un réseau de droites parallèles.

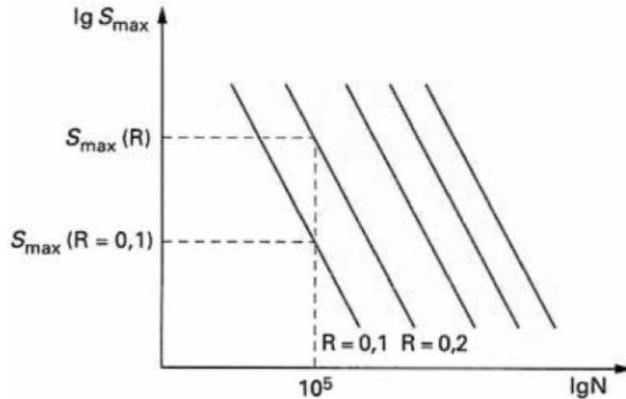


Figure 36. Courbes S-N simplifiées dans le domaine de l'endurance limitée [19]

La relation ci-dessous permet alors, connaissant la contrainte max $S_{max}(R)$ d'un cycle au rapport R quelconque, de déterminer la contrainte $S_{max}(R=0.1)$ à R=0.1 qui donnerait le même endommagement :

$$S_{max}(R = 0.1) = S_{max}(R) \cdot f(R)$$

$$\text{avec } f(R) = \left(\frac{1-R}{0.9}\right)^q$$

q : paramètre matériau (q = 0.6 pour les alliages d'aluminium)

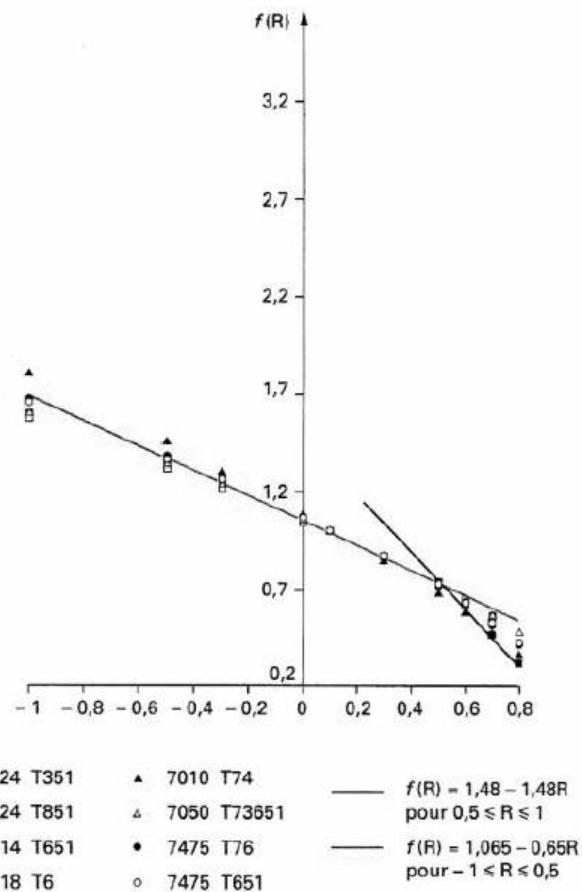


Figure 37. $f(R)$ pour les alliages d'aluminium [19]

On connaît maintenant, pour chaque cycle, la contrainte $S_{max}(R=0.1)$ qui donne le même endommagement que le cycle réel à S_{max} et R .

On peut donc déterminer, par cycle, la durée de vie correspondante :

$$N_{init} = 10^5 \cdot \left(\frac{IQF}{S_{max}(R = 0.1)} \right)^p$$

Alliages d'aluminium: $p = 4.5$ ($N_{init} = N$ à l'initiation, amorçage de fissure)

IQF : contrainte maximale d'un cycle à $R=0.1$ correspondant à une durée de vie de 10^5

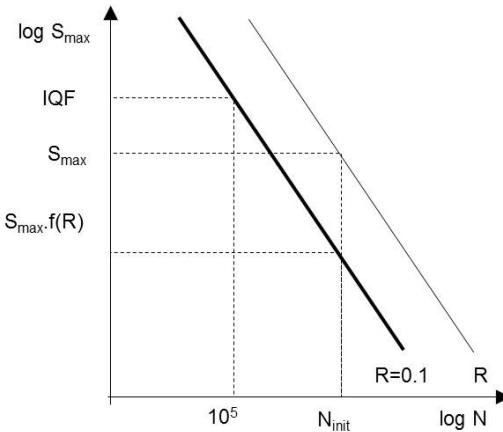


Figure 38. Notion d'IQF

On calcule ensuite l'endommagement du à chaque cycle : $D = \frac{1}{N_{init}}$

Finalement l'endommagement total est la somme des endommagements dus à chaque cycle (loi de Miner).

Dans notre exemple il y a 8 cycles :

$$D_{total} = \sum_{i=1}^8 D_i$$

Cycle	Smax	Smin	R	f(r)	Smax(R=0.1)	Ninit(Smax(R=0.1))	D
1	230	195	0.85	0.23	52	198484785	5,0E-09
2	140	115	0.82	0.26	37	902201163	1,1E-09
3	125	80	0.64	0.53	67	64058551	1,6E-08
4	200	175	0.88	0.19	37	902201163	1,1E-09
5	230	185	0.80	0.29	67	64058551	1,6E-08
6	100	40	0.40	0.81	81	27297928	3,7E-08
7	280	75	0.27	0.89	249	168184	5,9E-06
8	300	0	0.00	1.07	320	55219	1,8E-05

Figure 39. Dommage de chaque cycle

Le dommage total du à ces 8 cycles est $D_{total} = 2,41 \cdot 10^{-5}$.

Dans la pratique, ce calcul est laborieux et on peut définir une contrainte équivalente $S_{éq}$, définie de la sorte : un cycle à $R=0.1$ et $S_{max}=S_{éq}$ endommage autant la pièce que les 8 cycles précédents, donc elle crée un dommage $D_{Séq} = D_{total}$. Or on a vu que :

$$D_{total} = \sum_{i=1}^8 10^{-5} \cdot \left(\frac{S_{max,i}(R=0.1)}{IQF} \right)^p$$

Et par définition de $S_{éq}$, on a :

$$D_{S_{\text{éq}}} = 10^{-5} \cdot \left(\frac{S_{\text{éq}}}{IQF} \right)^p$$

Or on a défini $S_{\text{éq}}$ telle que $D_{\text{total}}=D_{S_{\text{éq}}}$ donc

$$S_{\text{éq}} = \left(\sum_{i=1}^8 S_{\text{max}i} (R = 0.1)^p \right)^{1/p}$$

Cette contrainte équivalente n'est plus dépendante de l'IQF, donnée dépendant du matériau, de la géométrie de la pièce, ou encore des procédés utilisés pour réaliser la pièce.

Les deux études peuvent donc être menées indépendamment : IQF d'un côté, $S_{\text{éq}}$ de l'autre.

La comparaison peut s'opérer en toute fin à l'aide de la formule :

$$D_{S_{\text{éq}}} = 10^{-5} \cdot \left(\frac{S_{\text{éq}}}{IQF} \right)^p$$

Supposons que les 8 cycles du Tableau 1 représentent un vol (la courbe contrainte=f(temps) est appelée *spectre de vol*), alors chaque vol endommage la pièce étudiée d'un dommage $D=2,41 \cdot 10^{-5}$. On pourra donc réaliser $1/D = 41440$ vols avant amorçage d'une fissure de fatigue ([7]).

5.5.4 Spectres de fatigue

Pour représenter des chargements typiques, les spectres de fatigue ont été proposés (voir [17]).

- 1973 TWIST TRANSPORT AIRCRAFT LOWER WING SKIN
- 1976 FALSTAFF FIGHTER AIRCRAFT LOWER WING SKIN
- 1977 GAUSSIAN RANDOM LOADING
- 1979 MINITWIST SHORTENED TWIST
- 1983 HELIX/FELIX HELICOPTER MAIN ROTOR BLADES (Helix : hinged blades. Felix : Fixed)
- 1987 ENSTAFF TACTICAL AIRCRAFT COMPOSITE WING SKIN
- 1987 COLD TURBISTAN FIGHTER AIRCRAFT ENGINE, COLD ENGINE DISKS
- 1990 HOT TURBISTAN FIGHTER AIRCRAFT ENGINE, HOT ENGINE DISKS
- 1990 WASH OFFSHORE STRUCTURES
- 1990 CARLOS CAR COMPONENTS
- 19XX WALZ STEEL MILL DRIVE
- 1991 WISPER/WISPERX HORIZONTAL AXISWIND TURBINE BLADES

6 Mécanique de la Rupture

6.1 Introduction

Au droit d'un accident de forme (trou, entaille, variation de section), des concentrations de contraintes apparaissent : il y a localement augmentation de la contrainte.

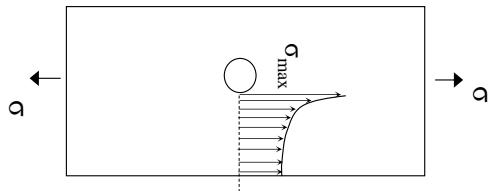


Figure 40. Concentration de contrainte au droit d'un trou

On définit alors le coefficient de concentration de contrainte K_t tel que :

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$$

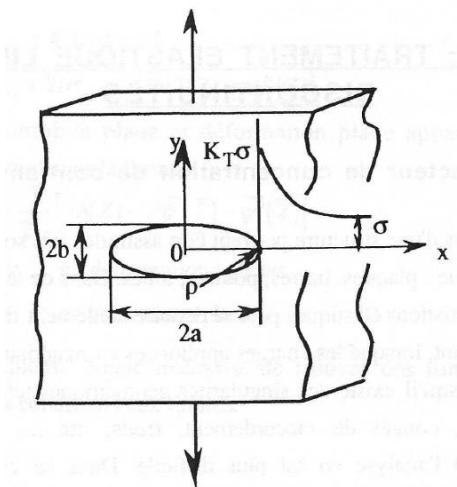


Figure 41. Plaque contenant un trou elliptique

Dans une pièce comportant une entaille de rayon de courbure ρ , on peut montrer que

$$K_t = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

Avec $\rho = b^2/a$ rayon de courbure en fond d'entaille. Quand $a \gg b$, on a donc $\rho \rightarrow 0$ et $K_t \rightarrow \infty$

Une fissure pouvant être modélisée comme une entaille de rayon de courbure $\rho \rightarrow 0$, l'approche avec facteur de concentration de contrainte prédit ainsi une contrainte σ_{max} qui tend vers l'infini en pointe de fissure. Ceci est physiquement incohérent. Par conséquent l'approche mathématique utilisant K_t pour quantifier un niveau de sollicitation en pointe d'une fissure n'est plus adaptée.

On utilise une nouvelle approche mathématique, permettant de traiter le comportement des pièces fissurées. Une nouvelle discipline de la mécanique des matériaux a ainsi vu le jour au XXe siècle : la mécanique de la rupture, qui étudie le comportement des pièces fissurées.

6.2 Modélisation et hypothèses

6.2.1 Géométrie de la fissure et modes de fissuration

En pointe de fissure, on peut distinguer trois zones (Figure 42).

Zone I : zone d'élaboration. Les contraintes sont élevées et le matériau fortement endommagé. On considérera cette zone comme ponctuelle. La Mécanique de la Rupture ne traite pas cette zone.

Zone II : zone de singularité. Les champs de contraintes et déformations sont continus. Le composantes du champ de contraintes sont infinies au voisinage de la fissure. On verra qu'en pointe de fissure il faudrait, en toute rigueur, considérer la présence d'une zone plastifiée (pour les matériaux ductiles).

Zone III : cette zone fait la transition entre la zone de singularité (zone II) et le champ lointain des contraintes et déformations (conditions limites).

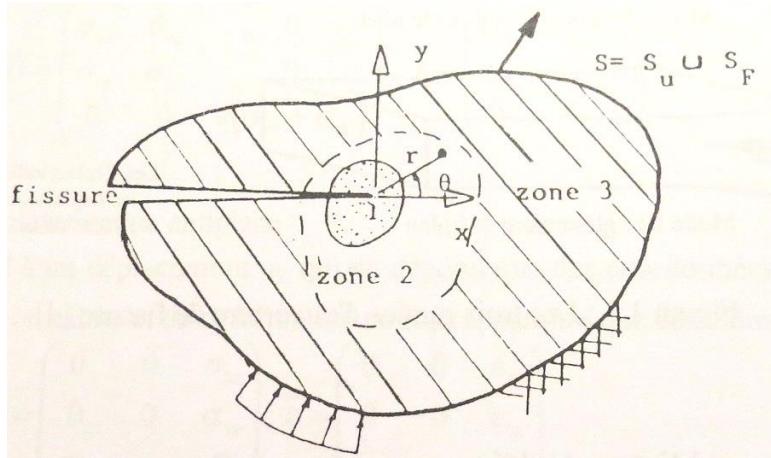


Figure 42. Le voisinage d'une pointe de fissure. Repris de [22]

Par ailleurs on peut distinguer 3 modes d'ouverture de la fissure (Figure 43). Le mode I est le plus critique et donc le plus étudié car il nécessite le moins d'énergie pour faire propager la fissure.

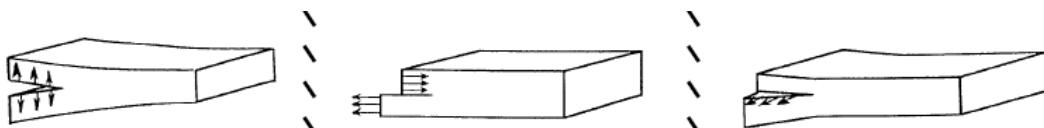


Figure 43. Les 3 modes de chargement d'une fissure. Gauche : mode I. Milieu : mode II. Droite : mode III

6.2.2 Hypothèses

- Matériau homogène, isotrope, linéaire élastique. Ainsi la loi de comportement du matériau ne demande que la connaissance d'un module d'Young E et un coefficient de Poisson ν .
- Le problème est statique (on ne traite pas la rupture dynamique).
- Les forces de volume sont négligées.
- Le problème sera traité en 2D.

6.3 Mécanique linéaire élastique de la rupture

6.3.1 Champ de contraintes et déformations en pointe de fissure

6.3.1.1 Approche de l'élasticité par les fonctions d'Airy

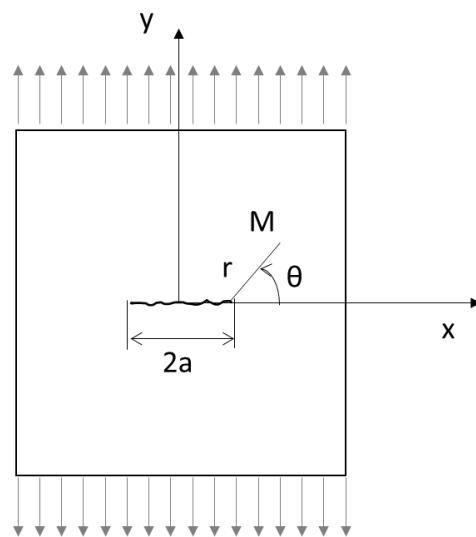


Figure 44. Géométrie de la fissure schématisée (chargement en mode I).

On a vu que le facteur de concentration de contrainte est pris en défaut pour une fissure. On doit donc utiliser une approche différente pour déterminer le champ de contraintes et déformations en pointe de fissure.

Reprendons le problème « à la base » : par la Mécanique des Milieux Continus.

Si la pièce est en équilibre, on a

$$\vec{\operatorname{div}} \bar{\sigma} = \vec{0}$$

Or en coordonnées cartésiennes

$$\vec{\operatorname{div}} \bar{\sigma} = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) \vec{x} + \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) \vec{y} + \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \vec{z}$$

Remarque : $\bar{\sigma} = \bar{T}$: tenseur des contraintes

donc pour un problème 2D, les conditions d'équilibre sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

Une approche de la théorie de l'élasticité est de partir du constat que ces conditions sont satisfaites si il existe une fonction d'Airy $U(x,y)$ telle que

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \\ \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \end{cases}$$

On suppose un problème d'élasticité linéaire (homogène et isotrope), donc la loi de Hooke donne

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})}{E} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz})}{E} \quad \sigma_{zz} = -\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{(1+\nu)\sigma_{xy}}{E} \end{aligned}$$

Avec la fonction d'Airy U la loi de Hooke devient

$$\begin{cases} \varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}}{E} = \frac{1}{E} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right] \\ \varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}}{E} = \frac{1}{E} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] \\ \varepsilon_{xy} = \frac{(1+\nu)\sigma_{xy}}{E} = -\frac{(1+\nu)}{E} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \right] \end{cases}$$

Par ailleurs, les déformations doivent satisfaire l'équation de compatibilité ci-dessous

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = 0$$

Or, par la loi de Hooke

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{1}{E} \left[\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^4} \right) + \left(\frac{\partial^4 U}{\partial y^4} \right) + 2 \left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \right]$$

donc la fonction U choisie doit être biharmonique, c'est-à-dire qu'elle doit vérifier $\Delta(\Delta U) = 0$ (Δ : laplacien).

Rappel :

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

L'expression de U sera ensuite choisie en fonction du mode d'ouverture de la fissure.

6.3.1.2 Mode I d'ouverture

Westergaard (années 1930) a proposé une fonction d'Airy de la forme

$$U = \operatorname{Re} \bar{\Phi}(Z) + y \cdot \operatorname{Im} \bar{\Phi}(Z)$$

Où Φ est une fonction harmonique complexe de la variable $Z = x + i.y$

Notations :

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial Z} = \bar{\Phi} & \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = \Phi' \\ \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{Z}} = \Phi & \frac{\partial \Phi'}{\partial Z} = \Phi'' \end{cases}$$

En mode I, on prendra

$$\Phi(Z) = \frac{\sigma_{y\infty} \cdot Z}{\sqrt{Z^2 - a^2}}$$

$\sigma_{y\infty}$: contrainte imposée « loin » de la fissure

Conditions aux limites :

- $\sigma_{yy} = 0$ sur les lèvres de la fissure ($y=0$ et $-a < x < a$)
- $\sigma_{yy} = \sigma_{y\infty}$ sur les bords de la pièce ($x \rightarrow \infty$ et y quelconque)

On peut alors montrer que :

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = \operatorname{Re} \Phi - y \cdot \operatorname{Im} \Phi' \\ \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \operatorname{Re} \Phi + y \cdot \operatorname{Im} \Phi' \\ \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = -y \cdot \operatorname{Re} \Phi' \end{cases}$$

Posons maintenant le changement de variable $Z = a + \alpha = a + r.e^{i\theta}$ (on translate les axes du repère pour que la pointe de fissure soit à l'origine, avec $\alpha \rightarrow 0$ au voisinage de la fissure)

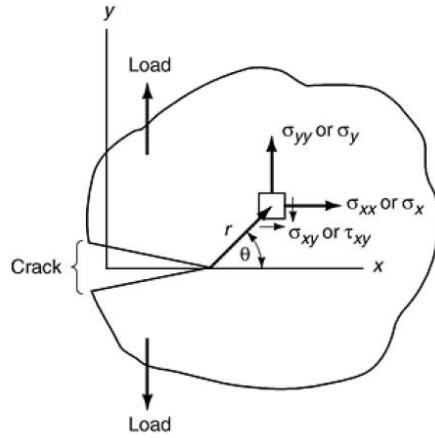


Figure 45. COORDINATE SYSTEMS UNDER MODE I LOADING (ASM HANDBOOK p2516)
[17]

$$\Phi = \frac{\sigma_{y\infty} \cdot (a + \alpha)}{\sqrt{\alpha^2 + 2a\alpha}}$$

$$\Phi' = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_{y\infty} \cdot (a + \alpha)}{\sqrt{2a}} \cdot \frac{1}{r\sqrt{r}} \cdot \left(\cos \frac{3\theta}{2} - i \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

En pointe de fissure, $\alpha \rightarrow 0$, donc

$$\Phi = \frac{\sigma_{y\infty} \cdot a}{\sqrt{2a\alpha}}$$

On définit le facteur d'intensité de contrainte K_I tel que

$$K_I = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \sqrt{2\pi} \cdot \Phi \cdot \sqrt{\alpha}$$

Dans ce cas,

$$K_I = \sigma_{y\infty} \cdot \sqrt{\pi a}$$

et on a

$$\Phi = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\alpha}}$$

On a également

$$\Phi = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r e^{i\theta}}} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r e^{i\theta}}} \cdot \frac{\sqrt{e^{-i\theta}}}{\sqrt{e^{-i\theta}}} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot e^{-\frac{i\theta}{2}}$$

et on obtient les contraintes ci-contre

mode I

$$K_I = \sigma_{y\infty} \cdot \sqrt{\pi a}$$

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{cases}$$

6.3.1.3 Mode II et mode III

On définit les fonctions U et ϕ telles que

mode II	$\phi_{II}(Z) = \frac{\sigma_{xy\infty} Z}{\sqrt{Z^2 - a^2}}$	$U_{II}(Z) = -y \operatorname{Re} \overline{\phi_{II}}(Z)$
mode III	$\phi_{III}(Z) = \frac{\sigma_{xz\infty} Z}{\sqrt{Z^2 - a^2}}$	$u_z = \frac{1}{\mu} \operatorname{Im} \phi_{III}(Z)$

en mode II

$$K_{II} = \sigma_{xy\infty} \cdot \sqrt{\pi a}$$

en mode III

$$K_{III} = \sigma_{xz\infty} \cdot \sqrt{\pi a}$$

mode II	mode III
$K_{II} = \sigma_{xy\infty} \cdot \sqrt{\pi a}$	$K_{III} = \sigma_{xz\infty} \cdot \sqrt{\pi a}$
$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(-\sin \frac{\theta}{2} \right) \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sigma_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \end{cases}$	$\begin{cases} \sigma_{xz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \left(-\sin \frac{\theta}{2} \right) \\ \sigma_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \end{cases}$

6.3.1.4 Généralisation

On peut définir les facteurs d'intensité de contrainte K_I , K_{II} , K_{III} tels que

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

On retiendra une formule essentielle de la Mécanique de la Rupture :

$$K = Y \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi a}$$

- K : facteur d'intensité de contrainte (MPa \sqrt{m} ou ksi \sqrt{in} pour les anglosaxons)
- Y : facteur de forme (dépend de la géométrie de la structure et de la fissure)

- a : longueur de fissure
- σ : contrainte « loin » de la fissure estimée par résistance des matériaux ($\sigma = F/S$ par exemple en traction)

Remarque : K facteur d'intensité de contrainte $\neq K_t$ facteur de concentration de contrainte.

6.4 Mécanique de la Rupture Elastoplastique

6.4.1 Introduction

Les résultats donnés par la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture ne prennent pas en compte la plasticité. Or la plasticité limite la hausse des contraintes en pointe de fissure (Figure 46).

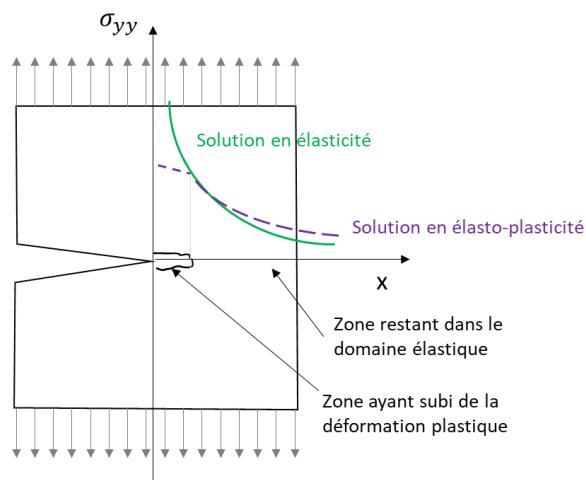


Figure 46. Schéma illustrant l'abaissement des contraintes en pointe de fissure en présence de plasticité

6.4.2 Analyse de la plasticité en pointe de fissure

En contraintes planes, on a par définition : $\sigma_{zz} = 0$. Par ailleurs, la contrainte principale 1 est σ_{yy} . Par conséquent, le cisaillement maximal s'exerce sur des plans à $\pm\pi/4$ des directions Ox et Oy. On observe bien expérimentalement, sur tôles minces, que la déformation plastique se produit par glissement le long de ces directions.

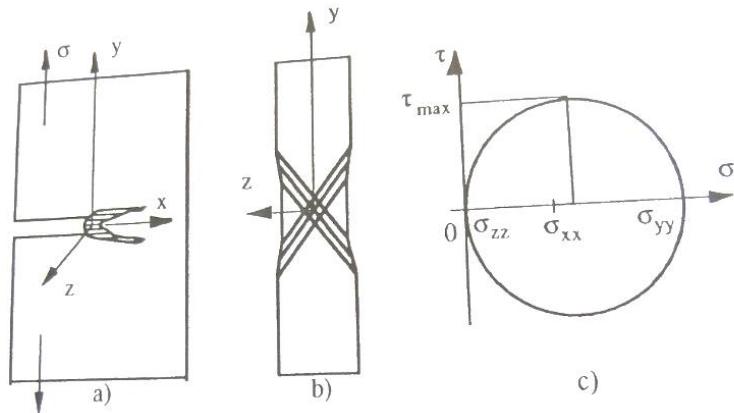


Figure 4.2. : Déformation plastique en contraintes planes : a. vue dans le plan de la plaque, b. vue sur la face arrière, c. cercle de Mohr

Figure 47. [23] repris de [22]

En déformations planes, les directions principales restent les axes Ox, Oy, Oz. Ici $\sigma_{zz} \neq 0$. De plus, $\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 0)$. Le cercle de Mohr se trouve décalé vers la droite, on parle de fort taux de triaxialité des contraintes. Ce taux est quantifié par $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$. Les plans de glissement contiennent l'axe Oz et sont orientés à $\pm \pi/4$ des axes Ox et Oy.

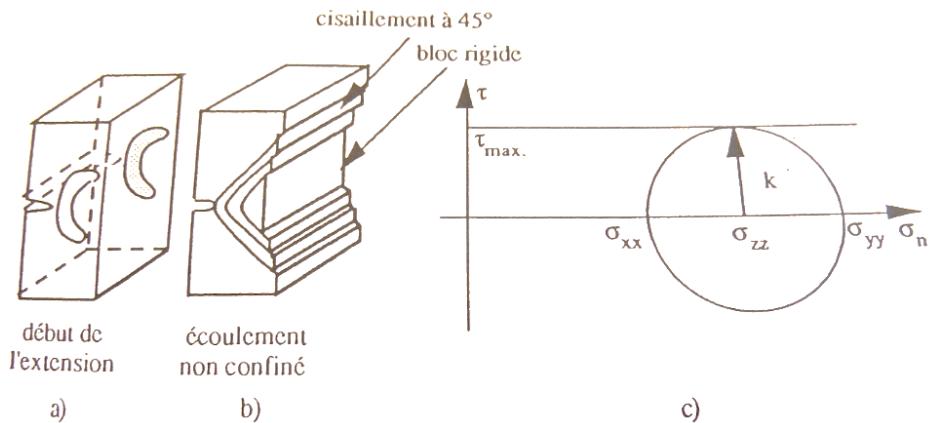


Figure 4.3. : Déformation plastique en déformations planes

Figure 48. [23] repris de [22]

6.4.3 Plasticité confinée (modèle d'Irwin)

En élasticité, pour $\theta = 0$, on a vu que

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

Par conséquent, la contrainte σ_{yy} atteint la limite d'élasticité Re à une distance r_y telle que

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{K_I}{Re} \right)^2$$

Remarque : en réalité, la zone déformée plastiquement est plus étendue pour respecter l'équilibre des contraintes. Elle s'étend jusqu'à la valeur R de la Figure 49.

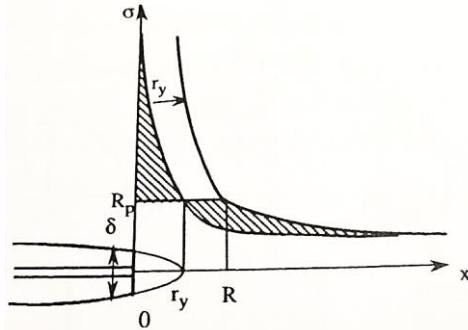


Figure 49. Etendue de la zone plastifiée en pointe de fissure. [23] Repris de l'ouvrage [22]

On peut voir que du point de vue du champ de contraintes, la fissure se comporte comme une fissure fictive de longueur $a + r_y$. On parle de correction plastique d'Irwin et on utilise cette longueur de fissure lorsque la plasticité devient non négligeable.

Par ailleurs, en déformation plane, la zone plastique est environ 3 fois plus petite (Figure 50).

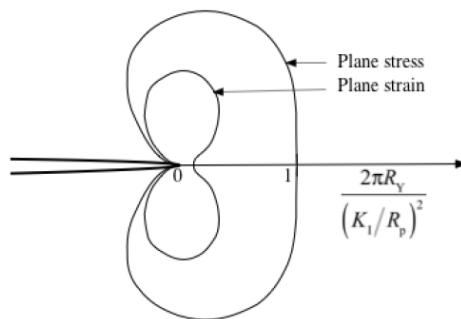


Fig. 9.5.1. Contours of the plastic zone in mode I in plane stress and plane strain according to the von Mises criterion ($\nu = 1/3$).

Figure 50. Taille des zones plastiques en contrainte et déformation planes

6.5 Critères de rupture

6.5.1 Facteur d'intensité de contrainte critique

Il existe une valeur limite de ce facteur d'intensité de contrainte K , spécifique à chaque matériau, au-delà de laquelle il y a propagation de la fissure.

On a vu l'importance de la plasticité en pointe de fissure et on a vu que la taille de la zone plastique dépend fortement de l'état de contraintes et déformations. On doit donc traiter différemment le cas des contraintes planes et des déformations planes.

6.5.2 Déformation plane

C'est le cas des pièces de forte épaisseur.

En déformation plane et en mode I d'ouverture, la valeur limite du facteur d'intensité de contrainte K est une propriété matériau appelée ténacité du matériau.

6.5.2.1 Propagation en mode pur (1 seul des 3 modes est présent), avec propagation dans le plan

Rupture lorsque

$$K = K_c$$

On parle de propagation stable si $K < K_c$: si on « fige » le chargement, la fissure ne se propage pas. Quand K atteint K_c , on observe une propagation instable : même si le chargement reste constant, la fissure continue à se propager jusqu'à rupture totale de la pièce.

6.5.2.2 Propagation en mode mixte

Plusieurs critères ont été proposés. On peut citer le critère empirique de Palaniswamy et Knauss

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} + 3 \left(\frac{K_{II}}{K_{Ic}} \right)^2 < 2, \text{ no failure}$$

$$\frac{K_I}{K_{Ic}} + 3 \left(\frac{K_{II}}{K_{Ic}} \right)^2 = 2, \text{ failure}$$

6.5.3 Contrainte plane : cas des éprouvettes de faible épaisseur.

Deux concepts sont utilisés : correction du facteur d'intensité de contrainte critique, et courbes R.

Lors d'un chargement statique croissant, la fissure initiale se propage pour une valeur de K proche de K_{Ic} , mais s'arrête très vite. Il faut alors augmenter le chargement pour obtenir un nouvel incrément de propagation de fissure. Il se produit ainsi une fissuration dite stable jusqu'à ce que le niveau de contrainte appliquée soit tel qu'il y ait rupture instable du ligament restant (K atteint alors une valeur K_c qui dépend de l'épaisseur de la plaque).

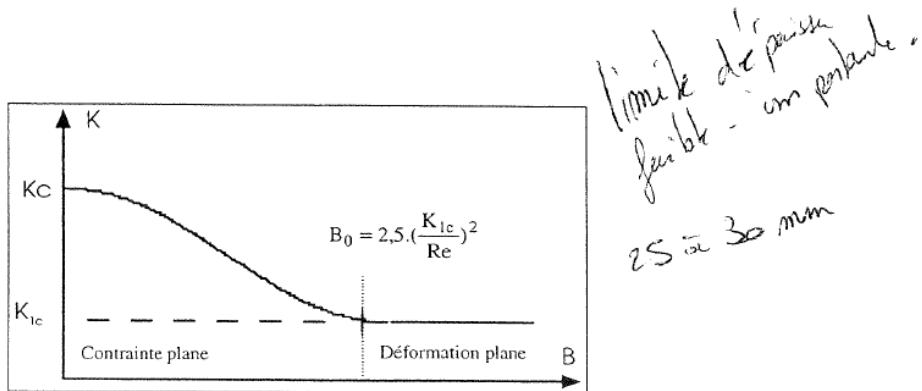


Figure 51. Source : D. Duprat

6.6 Annexe. Calcul du champ de contraintes à partir de la fonction U

Exemple de σ_{yy} en mode I

Soit une fonction analytique $\Phi(Z)$. Une fonction analytique $\Phi(Z)$ est telle que ses dérivées ne dépendent que de Z .

Si $\Phi(Z)$ est de la forme $\Phi(Z) = P + i.Q$, alors on a les formules générales suivantes (relations de Cauchy-Riemann) :

$$\Phi' = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial Z} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -i \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x} + i \cdot \frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y} - i \cdot \frac{\partial P}{\partial y}$$

Par la définition de la fonction de Airy, on a vu que

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

En mode I, Westergaard propose

$$U = \operatorname{Re} \bar{\Phi}(Z) + y \cdot \operatorname{Im} \bar{\Phi}(Z)$$

Or

$$\frac{\partial \operatorname{Re} \Phi}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} = \operatorname{Re} \Phi'$$

$$\frac{\partial \operatorname{Re} \Phi}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial y} = -\operatorname{Im} \Phi'$$

$$\frac{\partial \operatorname{Im} \Phi}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial x} = \operatorname{Im} \Phi'$$

$$\frac{\partial \operatorname{Im} \Phi}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial y} = \operatorname{Re} \Phi'$$

Donc

$$\sigma_{yy} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \operatorname{Re} \bar{\Phi}}{\partial x} + y \frac{\partial \operatorname{Im} \bar{\Phi}}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (\operatorname{Re} \bar{\Phi} + y \operatorname{Im} \bar{\Phi}) = \operatorname{Re} \Phi + y \cdot \operatorname{Im} \Phi'$$

□

7 Fatigue de composants entaillés

Les notations adoptées dans ce chapitre peuvent changer des notations du reste du polycopié. Le but étant de se conformer aux notations usitées dans la littérature afin de permettre au lecteur un accès facile vers d'autres lectures.

Soit une pièce comportant une entaille, soumise à une contrainte loin de l'entaille S . La déformation loin de l'entaille est e . La contrainte et la déformation locales sont respectivement σ et ϵ .

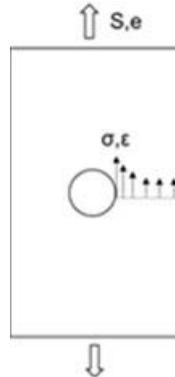


Figure 52. Géométrie étudiée, fatigue d'un composant entaillé

On s'intéresse ici à la fatigue de pièces présentant des accidents de forme (trous, congés...) induisant une concentration de contraintes. En règle générale le comportement en fatigue de ces pièces sera gouverné par l'état local des contraintes dans la zone de concentration de contraintes.

On a vu, dans le chapitre précédent, la notion de facteur de concentration de contrainte K_t .

Soit le facteur effectif de concentration de contraintes K_f défini comme le rapport de la limite d'endurance σ_d d'une éprouvette lisse à la limite d'endurance σ'_d de l'échantillon possédant des foyers de concentration de contraintes, à même section de travail :

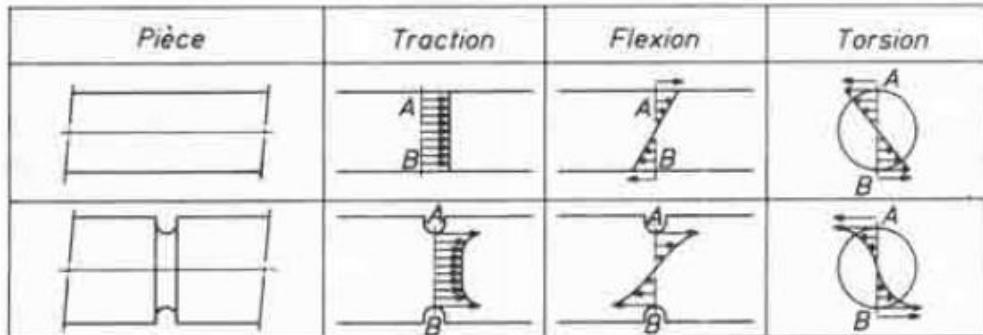
$$K_f = \frac{\sigma_d(Kt = 1)}{\sigma'_d(Kt)}$$

σ_d et σ'_d sont les contraintes nominales, appliquées loin de l'entaille.

On constate expérimentalement que K_f est différent de K_t et peut être très inférieur à K_t . Ainsi, la diminution de la tenue en fatigue due à l'entaille est plus faible que ce que prédit le coefficient K_t . Cette observation est due à deux phénomènes :

- La différence de gradient de contraintes entre une éprouvette lisse et la zone de concentration de contraintes de l'éprouvette entaillée (Figure 53)
- L'influence de la plasticité : si la contrainte locale dépasse la limite d'élasticité, la zone plastique en fond d'entaille modifie les champs de contraintes et déformations locaux. Ceci induit une baisse de la concentration de contraintes (on parle de relaxation). Un matériau ductile est ainsi capable de s'adapter à l'entaille (Nota : un matériau au comportement fragile ne montrera pas cet effet d'adaptation). Par ailleurs, cette zone

plastique confinée, entourée d'une grande zone élastique, se trouve en amplitude de déformation imposée par la zone élastique et voit donc son mode de chargement modifié (Figure 54).



© arbre lisse et arbre entaillé soumis à divers efforts

Figure 53. Allure du champ de contraintes pour une pièce lisse et la même pièce entaillée (Techniques de l'Ingénieur B5050 [24])

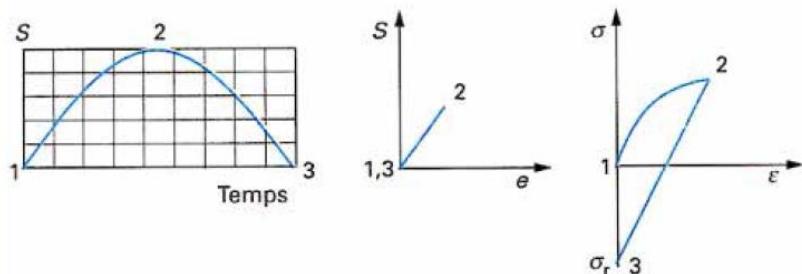


Figure 54. Confinement de la zone plastifiée au niveau de l'entaille (Techniques de l'Ingénieur BM5052 [19])

Pour le dimensionnement en fatigue d'un composant entaillé, la meilleure solution reste d'effectuer un essai de fatigue sur un « détail structural » de ce composant, reproduisant la concentration de contraintes étudiée, afin d'observer au mieux l'influence des entailles (Figure 55).

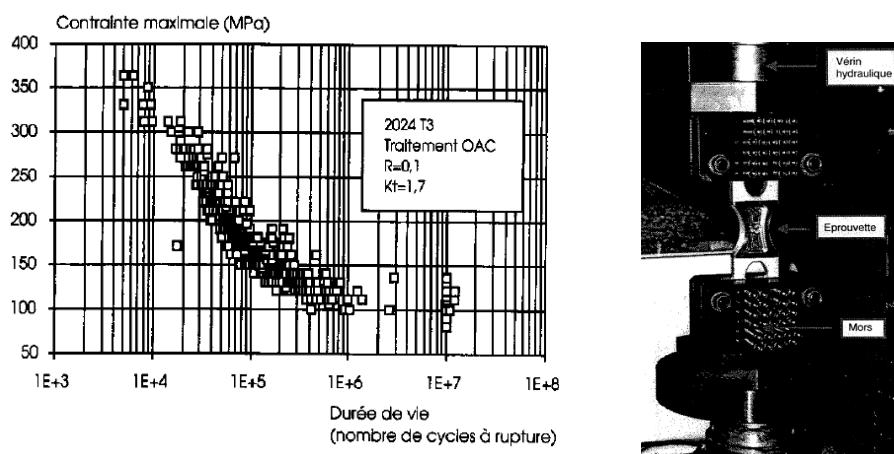


Figure 55. Essai de fatigue sur éprouvette à $K_t=1.7$ (D. Duprat)

Si l'on ne dispose que de données d'essais matériaux sur éprouvettes lisses, des corrélations sont possibles entre les valeurs données de K_t et R_m et le coefficient K_f (Figure 56).

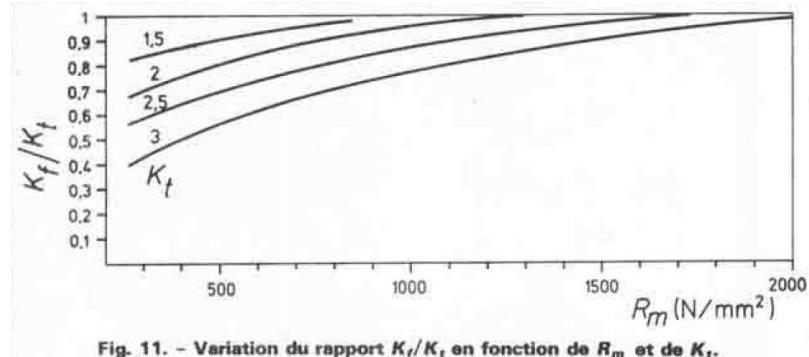


Fig. 11. – Variation du rapport K_f/K_t en fonction de R_m et de K_t .

Figure 56. Référence : Techniques de l'Ingénieur B5050 [24]

7.1 Approche locale élastoplastique

7.1.1 Contraintes et déformations en pointe de fissure : approche de Neuber

Lorsque la contrainte nominale S appliquée entraîne une plastification du fond d'entaille, l'estimation de la contrainte locale par la formule $K_t \cdot S$ n'est plus adaptée.

Dans ce cas, Neuber définit deux nouveaux deux nouveaux coefficients K_σ et K_ε

$$\begin{cases} K_\sigma = \frac{\Delta\sigma}{\Delta S} \\ K_\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta e} \end{cases}$$

Si l'ensemble de la pièce y compris l'entaille restent dans le domaine élastique, on a

$$\begin{cases} K_\sigma = \frac{\frac{\Delta\sigma}{E}}{\frac{\Delta S}{E}} = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta e} = K_\varepsilon \\ K_\sigma = \frac{\Delta\sigma}{\Delta S} = K_t \end{cases}$$

On peut donc écrire

$$K_t^2 = K_\sigma \cdot K_\varepsilon$$

Neuber a démontré que cette relation reste valable dans le domaine plastique. Ceci est cohérent car si le coefficient K_σ est amené à diminuer du fait de la plasticité du fond d'entaille, K_ε , lui, est amené à augmenter (Figure 57). Le produit des deux reste donc globalement constant.

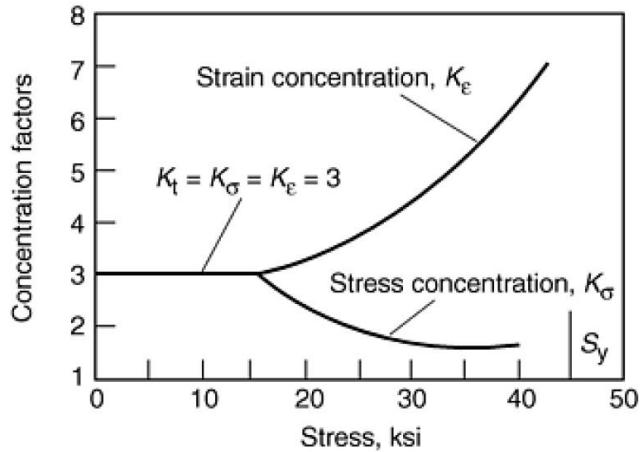


Figure 57. SCHEMATIC OF CHANGE IN STRESS-CONCENTRATION AND STRAIN-CONCENTRATION FACTORS AS YIELDING OCCURS AT NOTCH ROOT (ASM HANDBOOK [17])

D'après la valeur du coefficient K_t , la relation précédente devient

$$\frac{K_t^2 \cdot \Delta S^2}{E} = \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon$$

Par ailleurs, la loi de Ramberg Osgood apporte une relation de plus :

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} + \left(\frac{\Delta \sigma}{k'} \right)^{1/n'}$$

n' et k' : paramètres matériau correspondant à la pente et à l'ordonnée à l'origine de la courbe d'écrouissage cyclique stabilisée.

Finalement, le système ci-dessous fournit l'état local des contraintes et déformations.

$$\begin{cases} \frac{K_t^2 \cdot \Delta S^2}{E} = \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon \\ \Delta \varepsilon = \frac{\Delta \sigma}{E} + \left(\frac{\Delta \sigma}{k'} \right)^{1/n'} \end{cases}$$

Résolution : on a $\frac{K_t^2 \cdot \Delta S^2}{E} = \text{constante}$. Or de nombreux couples $(\Delta \sigma ; \Delta \varepsilon)$ peuvent satisfaire l'équation $\frac{K_t^2 \cdot \Delta S^2}{E} = \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon = \text{cste}$. Cependant, $\Delta \sigma$ et $\Delta \varepsilon$ sont liés par le comportement élastoplastique du matériau. Ainsi la solution se doit d'être un point de la courbe de consolidation cyclique du matériau. La méthode de résolution est alors la suivante ; sur un graphe σ - ε , on trace la courbe

$$\sigma \cdot \varepsilon = \frac{K_t^2 \cdot \Delta S_{\max}^2}{E} = \text{constante}$$

et on repère le point d'intersection avec la boucle d'hystérésis stabilisée du matériau (point A).

On place ensuite l'origine du graphe au point A et on trace la courbe $\Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon = \frac{K_t^2 \cdot \Delta S^2}{E}$. En plaçant l'origine au point A, et en rappelant que $\Delta S = S_{\max} - S_{\min}$, alors dans ce nouveau repère, les

amplitudes $\Delta\sigma$ et $\Delta\varepsilon$ sont l'intersection entre la boucle d'hystérésis stabilisée du matériau et la courbe $\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon = \frac{K_t^2 \Delta S^2}{E}$.

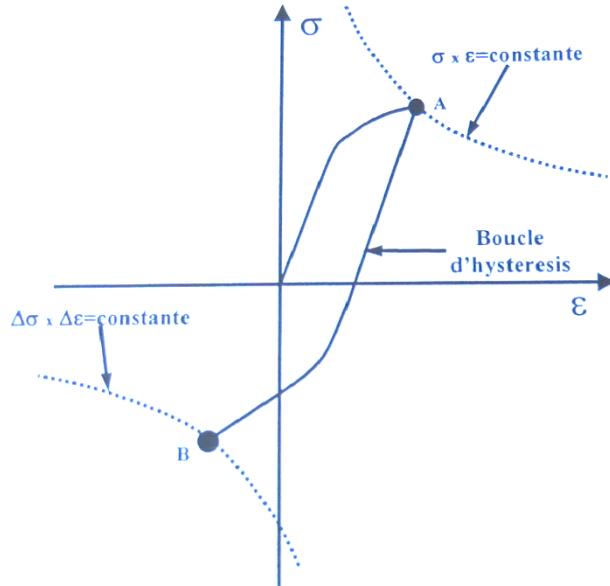


Figure 58. Détermination des contraintes et déformations locales par l'approche élastoplastique ([7])

7.1.2 Estimation de la durée de vie

On a vu que la zone plastique en fond d'entaille est soumise à une amplitude de déformation imposée. L'approche mathématique développée dans le chapitre « fatigue oligocyclique » est donc pertinente pour traiter ce problème. Ainsi on pourra écrire :

$$\frac{\Delta\varepsilon_t}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c$$

Remarque : cette relation est valable pour $R = \frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}} = -1$ (soit encore $\sigma_{moy}=0$). Elle nécessite une correction de contrainte moyenne si $\sigma_{moy} \neq 0$.

On peut citer la correction de Morrow :

$$\frac{\Delta\varepsilon_t}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_{moy}}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^c$$

On peut également citer la relation proposée par Smith, Watson et Topper :

$$\sigma_{max} \cdot \varepsilon_{alt} = \frac{\sigma'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'^f \cdot \varepsilon'_f \cdot (2N_f)^{b+c}$$

8 Propagation de fissures

8.1 Introduction

Parfois on ne peut éviter l'apparition de fissures (défauts assimilables à des fissures type défauts de fabrication présents sur la structure avant même la mise en service ou défauts de corrosion apparaissant en service...). Par ailleurs, en inspection-maintenance, quand le contrôle non destructif décèle des fissures (ponts, structures...), réparer la structure ou la remplacer par une neuve peut être couteux et n'est pas forcément nécessaire. Ainsi une nouvelle approche de la fatigue a été proposée : on parle de tolérance aux dommages dans l'aéronautique, nocivité de défauts dans d'autres secteurs.

Dans cette approche de dimensionnement on prédit la vitesse de propagation des fissures et on met en place une procédure d'inspection et de maintenance éventuelle (réparation, remplacement de composant).

L'approche mathématique est celle de la mécanique de la rupture (K , K_{IC} ...). En particulier on ne raisonne plus en amplitude de contrainte ($\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$) mais en amplitude de facteur d'intensité de contrainte ($\Delta K = K_{max} - K_{min}$). Au cours de la propagation de la fissure, ΔK augmente même si $\Delta\sigma$ reste constant, car la longueur de fissure augmente (Figure 59).

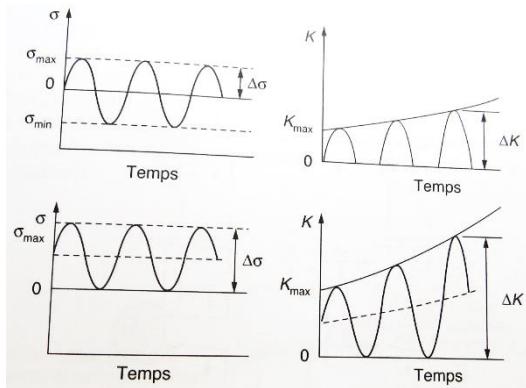


Figure 59. Propagation de fissures de fatigue. Evolution de ΔK

Remarque : on peut distinguer les fissures dites « courtes » des fissures dites « longues » (Figure 60). La suite du cours traite de la problématique des fissures dites longues, dont le comportement obéit à la courbe de propagation donnée en Figure 61.

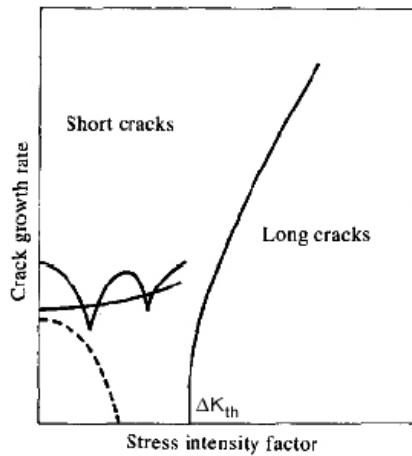


Figure 60. Courbe de propagation de fissure de fatigue dites courtes ou longues (Obertlik, 1997)

8.2 La courbe de propagation de fissure

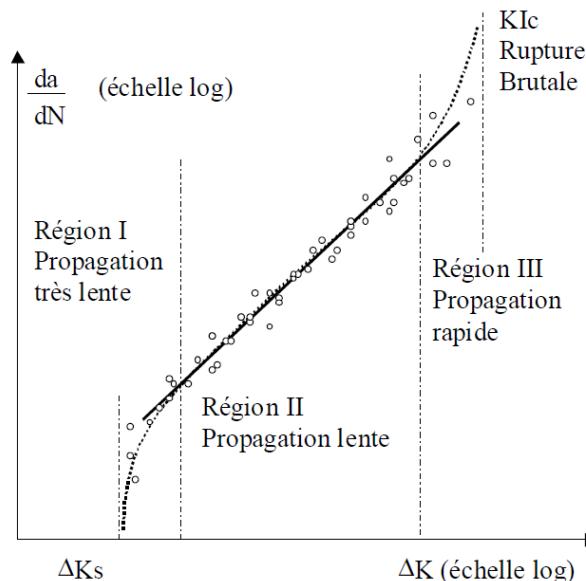


Figure 61. Courbe de propagation de fissure de fatigue

Région I. $\Delta K < \Delta K_{\text{seuil}}$

- Propagation très lente voire nulle.
- Notion de seuil discutable pour les fissures « courtes ».

Région II. $\Delta K > \Delta K_{\text{seuil}}$

- Domaine le plus étudié car domaine de propagation lente et stable
- Relation linéaire entre le logarithme de la vitesse de propagation et le logarithme de ΔK
- Domaine dit « de Paris », modélisé par de nombreuses lois. La plus simple : loi de Paris :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m$$

C et n sont des coefficients matériaux.

- Pour certains matériaux et certaines conditions de chargement (vitesse, rapport R), propagation cycle par cycle donnant naissance à des stries sur le faciès de propagation [25].

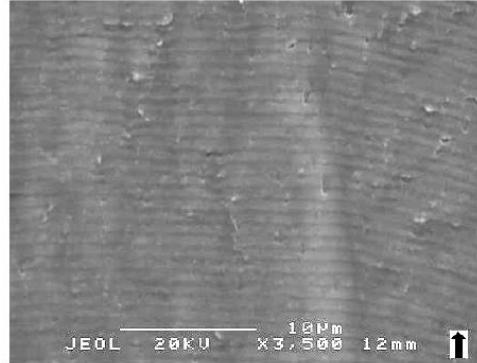


Figure 62. Stries de fatigue. Alu 2024-T351 [3]

Région III.

- K se rapproche d'une valeur critique K_c (fonction de géométrie et matériau)
- Propagation instable : la fissure continue à se propager même quand on arrête d'augmenter la charge. Rupture finale.
- Une étude de dimensionnement consiste avant tout à éviter de charger la structure dans ce domaine de chargement

8.3 Paramètres influents

Les paramètres influents proviennent de la microstructure du matériau, du chargement mécanique, de l'environnement. Quelques exemples sont donnés ci-dessous.

8.3.1 Rapport de charge

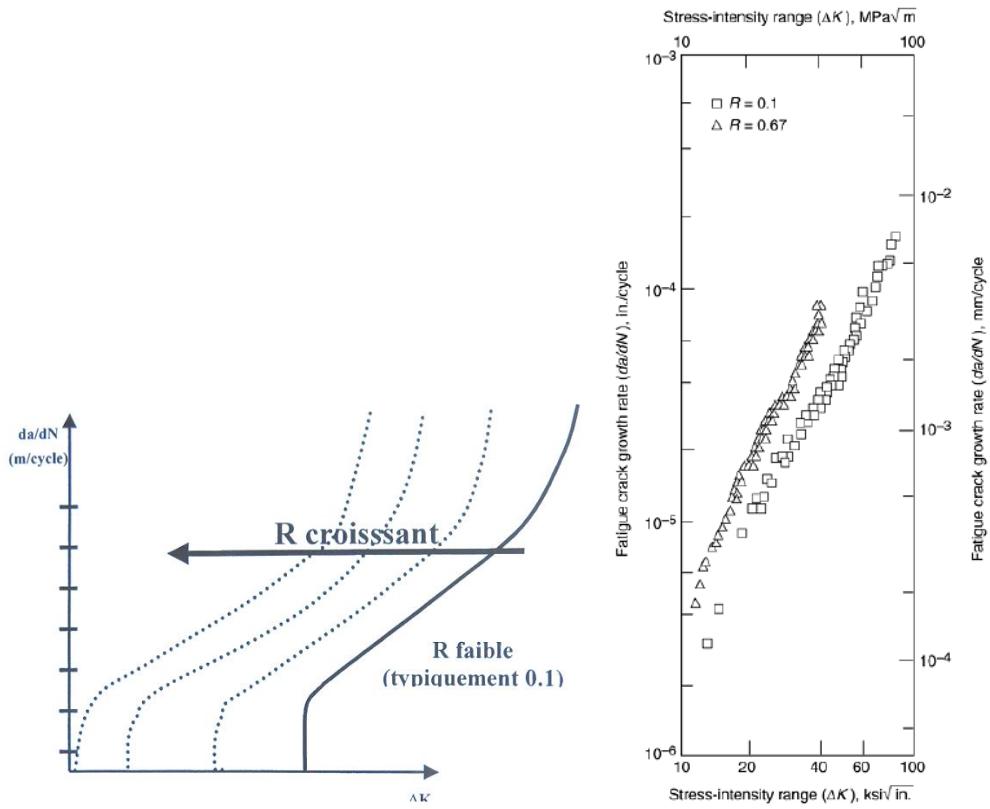


Figure 63. Gauche. Influence schématique du rapport de charge en propagation de fissures (HENAFF – ENSMA) . Droite. Influence du rapport de charge en propagation de fissures de fatigue en milieu corrosif 3.5%NaCl, acier MF-80 HSLA (ASM Handbook S.J. GILL AND T.W. CROOKER)

8.3.2 Température

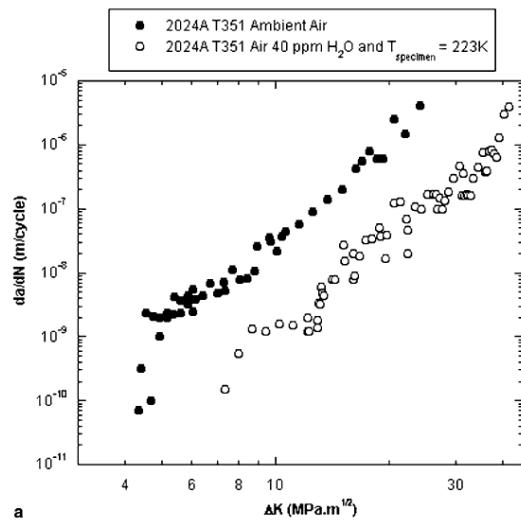


Figure 64. Influence de la température sur les vitesses de propagation d'un alliage 2024 ([26])

8.3.3 Environnement

L'influence de la corrosion aqueuse se traduit généralement par deux effets. Le premier est l'action des espèces agressives contenues dans la solution sur l'endommagement généré par la déformation cyclique en pointe de fissure, menant à une translation de la courbe $da/dN-\Delta K$ vers des vitesses plus élevées (Figure 65a). Le deuxième effet est la superposition d'un dommage de type corrosion sous contrainte au dommage de fatigue, qui se traduit par un plateau de la courbe $da/dN-\Delta K$ lorsque K_{max} atteint une certaine valeur caractéristique du couple matériau-environnement (Figure 65b). Il est courant que les deux effets agissent simultanément pour donner naissance au comportement de la Figure 65c.

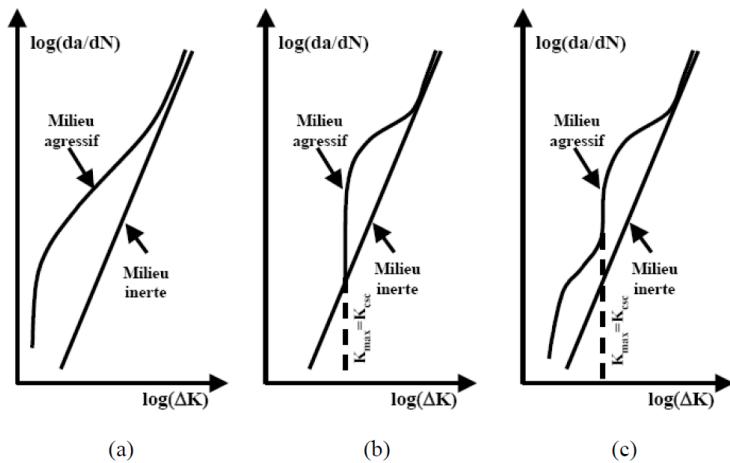


Figure 65. Schématisation de l'influence de l'environnement sur la propagation de fissures de fatigue

8.3.4 Fréquence de chargement

La Figure ci-dessous montre l'influence de la fréquence sur la fissuration d'un alliage 2618.

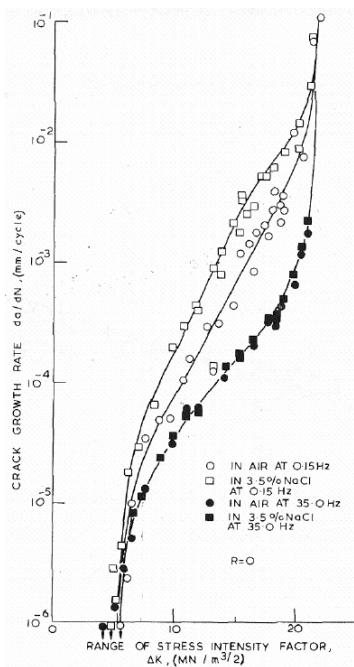


Figure 66. Influence de la fréquence sur l'effet de la solution saline en fatigue corrosion pour l'alliage 2618-T651 [27]

8.4 Essais

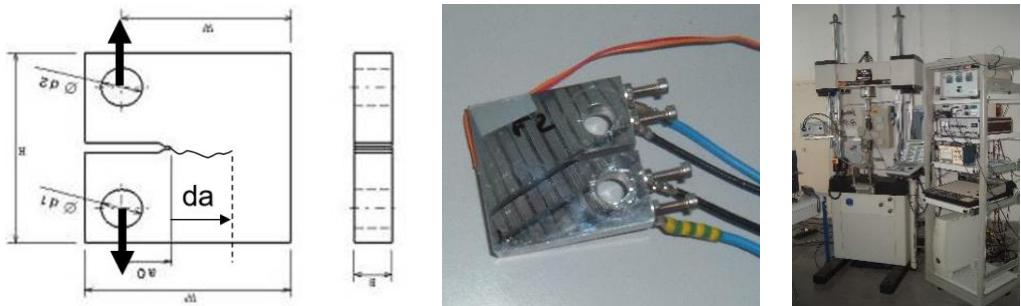


Figure 67. Eprouvette et machine d'essai de propagation de fissure de fatigue [3]

8.5 Dimensionnement des structures par l'approche tolérance aux dommages

Etape 1 : estimation de a_0

Longueur initiale de fissure ? 2 hypothèses en général : défauts d'usinage / défaut de corrosion

Etape 2 : estimation de $a_{critique}$

La longueur de fissure critique est donnée par $K_{max} = K_{IC}$, ténacité du matériau (éventuellement corrigée des effets d'épaisseur car en aéronautique on travaille sur de faibles épaisseurs).

Etape 3 : intégration de la loi de Paris entre a_0 et a_{crit}

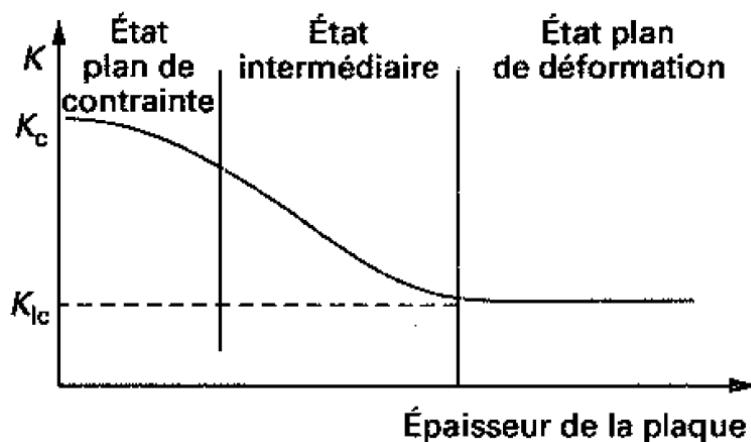
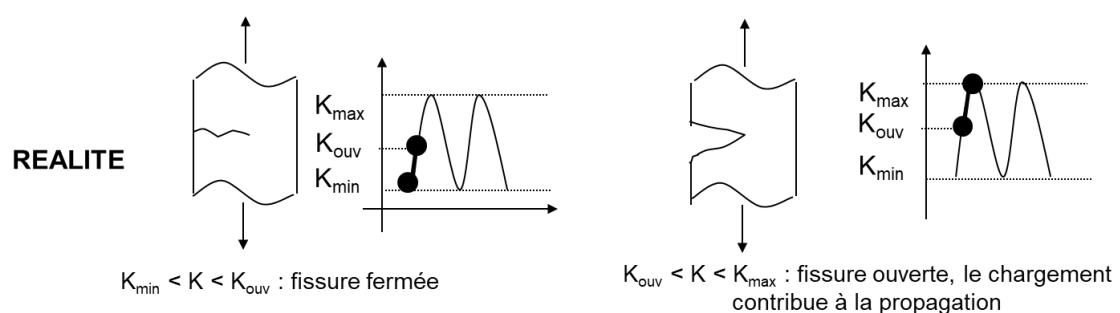
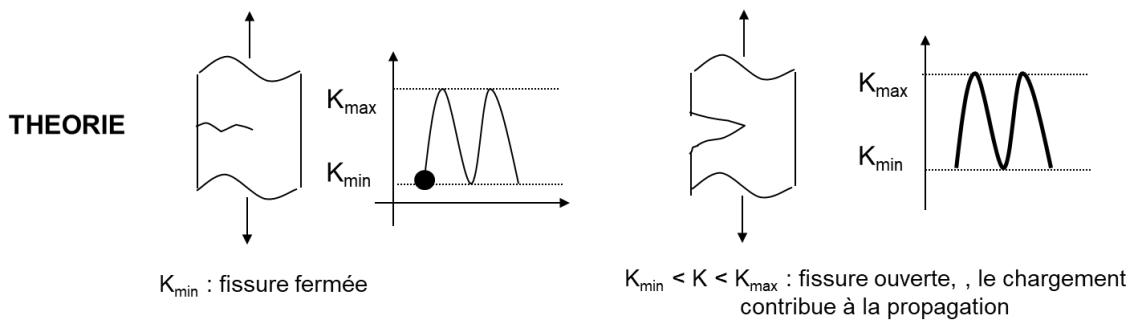
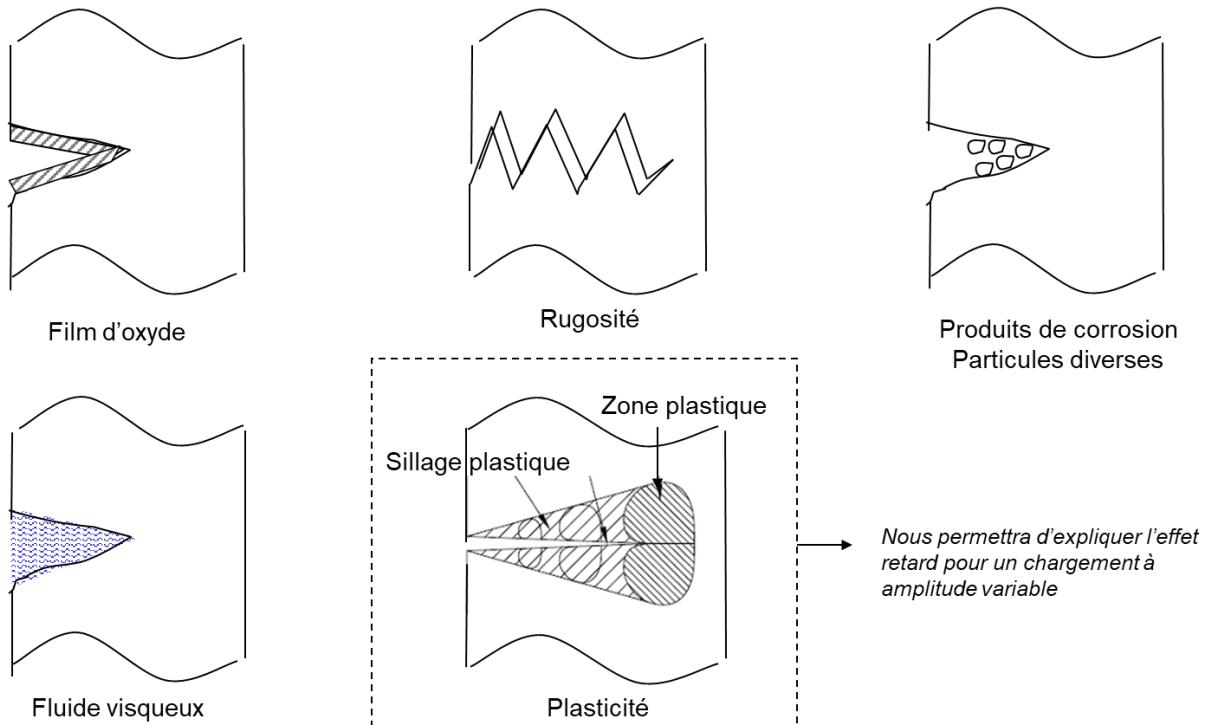


Figure 68. Influence de l'épaisseur sur le facteur d'intensité de contrainte critique

8.6 Notion de fermeture de fissure



Les phénomènes à l'origine de la fermeture de fissure sont nombreux :



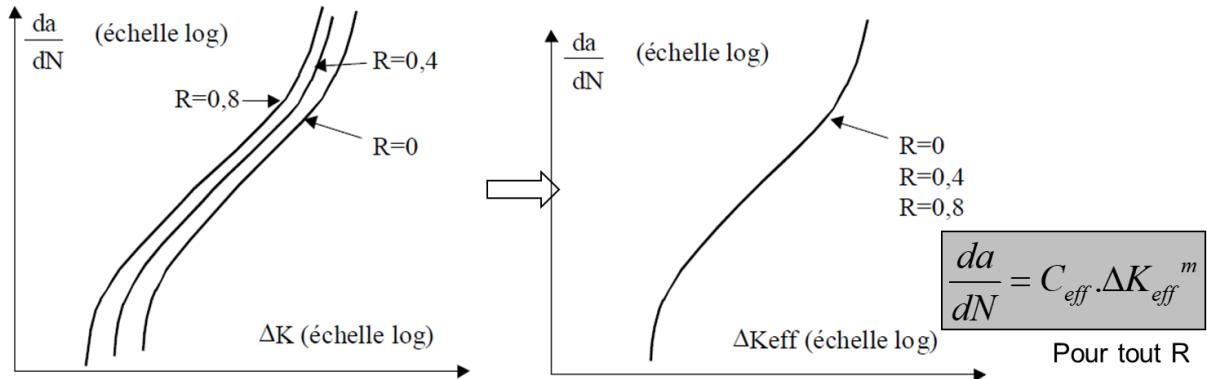
On introduit alors la notion d'amplitude **efficace** du facteur d'intensité de contrainte, $\Delta K_{\text{eff}} = K_{\max} - K_{\text{ouv}}$.

La **courbe da/dN - ΔK_{eff}** ne dépend plus de R : elle est **intrinsèque** au matériau.

Modèle d'ELBER : $\Delta K_{\text{eff}} = U \cdot \Delta K$ avec $U = A + B \cdot R$

A et B : paramètres matériau

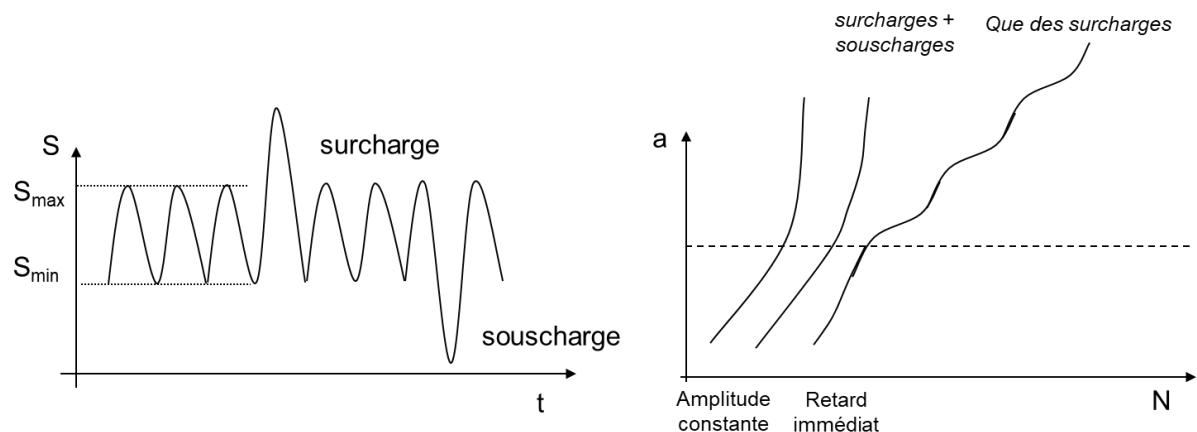
Alu : $A \approx 0.6$ $B \approx 0.4$



8.7 Chargement à amplitude variable

Principal fait marquant d'un chargement à amplitude variable : l'effet retard.

Grossissement de la zone plastique → Augmentation des effets de fermeture → augmentation de K_{ouv} → diminution de ΔK_{eff} → diminution des vitesses de propagation (effet retard)



9 Fatigue des matériaux composites

On se bornera ici à citer les principales différences avec la fatigue des matériaux métalliques

- Multifissuration et même multi-endommagement au sein d'une même structure : critère de rupture ?
- Potentiellement très peu sensibles à la fatigue (courbe S-N très plate, limite d'endurance élevée par-rapport à R_m) dans le cas des composites à fibres longues et matrice polymère
- Comportement fortement influencé par le signe du chargement (traction, compression) : apparition de mécanismes différents >>> flambage des fibres en compression
- La valeur de la contrainte locale en fond d'entaille ne suffit pas, il faut considérer la contrainte moyenne sur un petit volume autour de l'entaille >>> sensibilité à l'entaille plus faible que pour les métaux
- Matrice polymère : influence de l'humidité

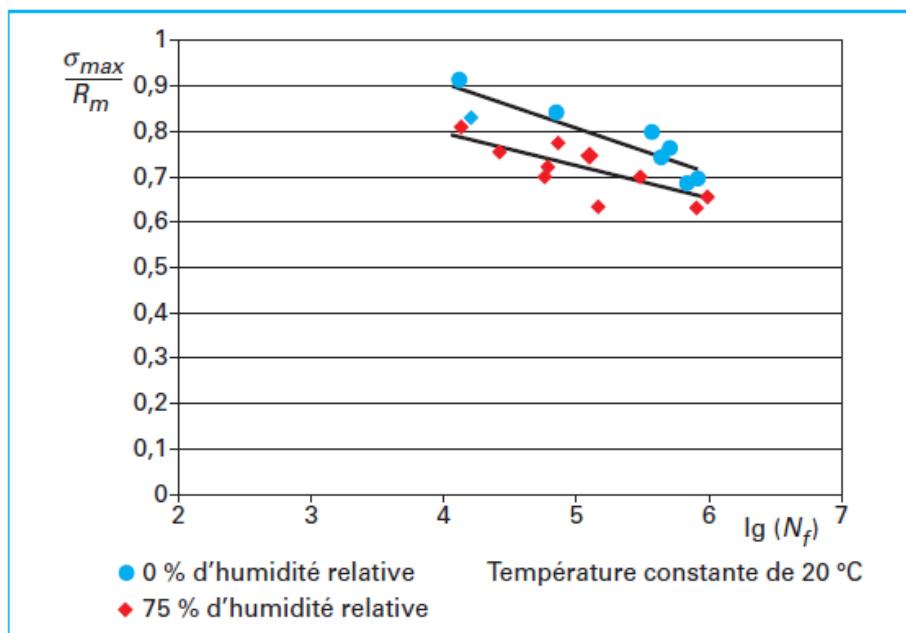


Figure 31 – Courbes d'endurance : influence des conditions d'humidité

Figure 69. Techniques de l'ingénieur AM5410 [28]

10 Exercices

10.1 Exercice : dimensionnement en fatigue d'un arbre : facteurs d'influence

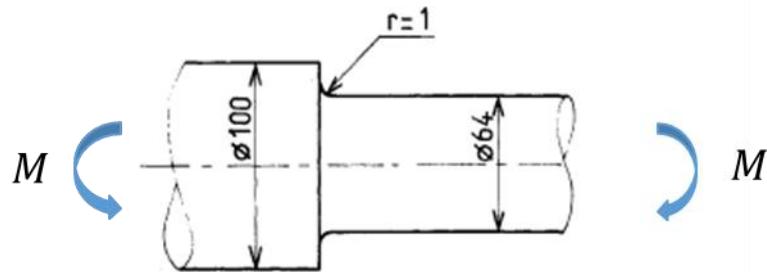
Exercice inspiré de

- Norme E22-060 1984 [29]
- Techniques de l'ingénieur TI BM5044 [30]

Soit l'arbre épaulé représenté ci-dessous et travaillant en flexion rotative. Le matériau est un acier 35 CD 4 trempé revenu pour obtenir une résistance à la traction $R_m = 1200$ MPa. L'usinage est réalisé par tournage fin. La rugosité R_t obtenue est égale à $15 \mu\text{m}$. Le moment de flexion de travail est égal à $M = +/- 2000$ Nm. La contrainte de flexion à la surface de l'arbre est donnée par :

$$\sigma = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3}$$

On propose ici de déterminer le coefficient de sécurité en fatigue de cet arbre, pour une durée de vie "illimitée".



1. Pourquoi a-t-on de la fatigue sur cet arbre ? Quelle zone est la plus susceptible d'amorcer une fissure de fatigue ?
2. Sans prendre en compte la concentration de contraintes, estimer dans cette zone σ_{min} , σ_{max} , σ_{moy} , σ_a et le rapport de charge R
3. En déduire le coefficient de sécurité en fatigue

On prendra, pour limite d'endurance du composant dans la zone étudiée :

$$\sigma_{admissible} = \sigma_d \cdot \frac{K_e \cdot K_s}{K_f}$$

- σ_d : limite d'endurance du matériau estimée sur éprouvette
- K_e : coefficient d'effet d'échelle
- K_s : facteur d'état de surface

- K_f : facteur de concentration de contrainte

Coefficient de sécurité s

$$s = \frac{\sigma_{admissible}}{\sigma_a}$$

- $\sigma_{admissible}$: contrainte alternée admissible par le matériau dans la zone étudiée pour une durée de vie "illimitée"
- σ_a : contrainte alternée du chargement de fatigue

Annexe 2. Estimation de K_e , K_s , K_f

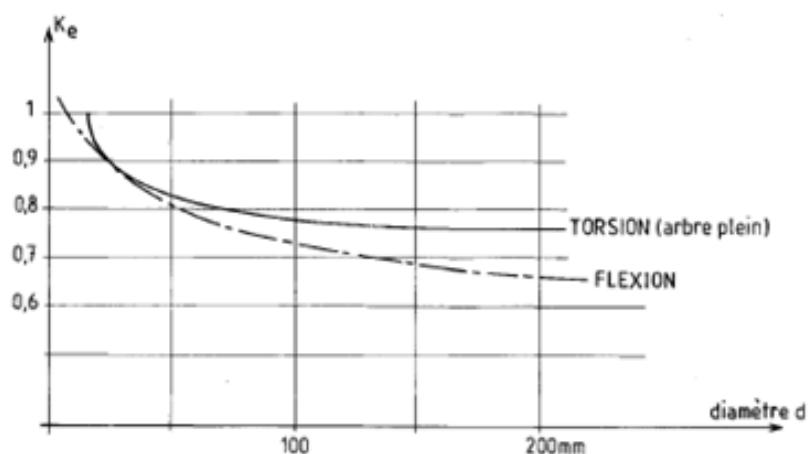
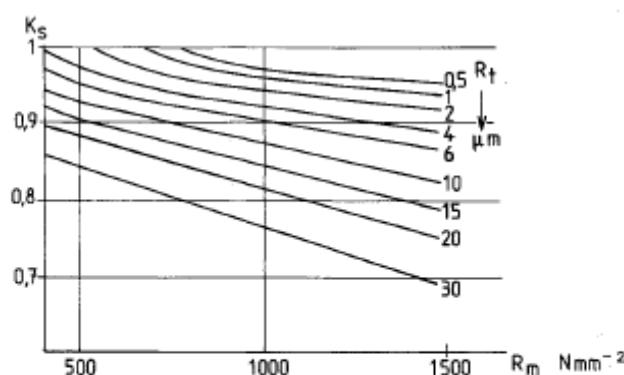


Figure 13 – Abaque permettant d'obtenir K_e en fonction du diamètre



Valeurs moyennes du facteur d'état de surface K_s en fonction de la résistance à la traction R_m et de la rugosité totale R_t

Annexe 3. Estimation de σ_d

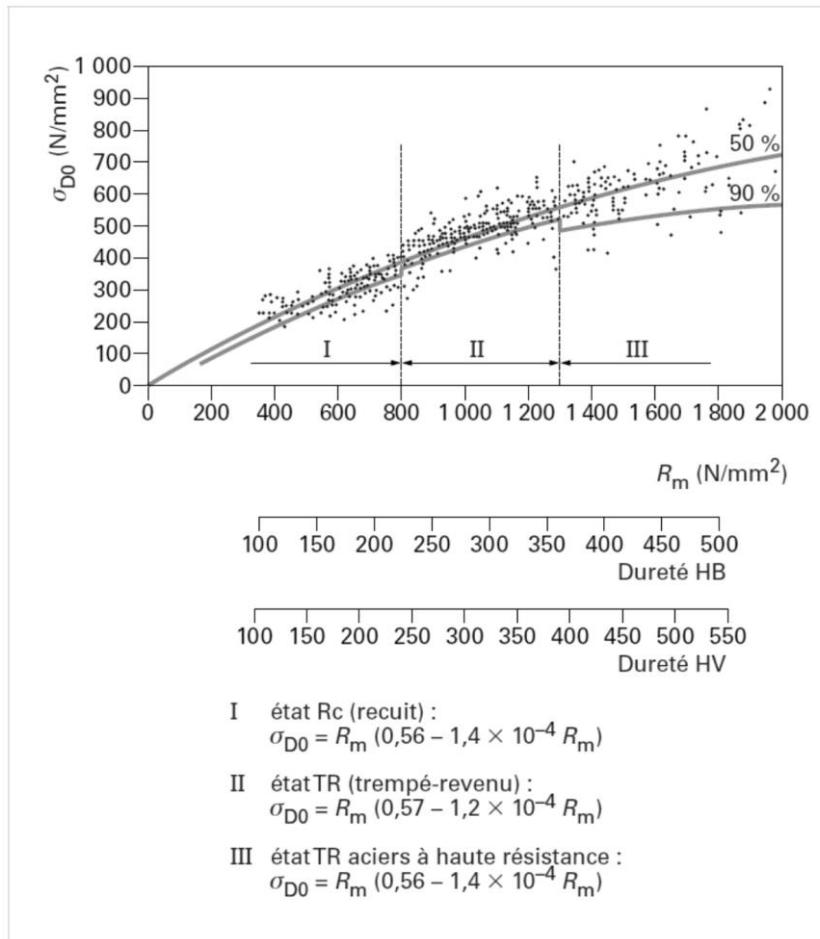


Figure 2 – Abaque permettant d'estimer la limite d'endurance σ_{D0} en flexion rotative à partir de la résistance à la traction R_m

Annexe 4. Estimation de K_f : facteur de concentration de contrainte

2.2.2 Facteurs caractéristiques de l'effet d'entaille

La géométrie de la pièce permet d'évaluer un coefficient théorique de concentration de contraintes K_t , donné par les abaques (ou calculé par les formules) du paragraphe 3.2.

En pratique, l'abaissement de l'endurance est plus faible que ce qu'on pourrait déduire de K_t . Pour obtenir le facteur effectif de concentration de contraintes K_f , il faut corriger K_t par un facteur δ , coefficient d'adaptation dynamique :

$$\delta = \frac{K_t}{K_f}$$

Ce facteur δ dépend de la forme de la pièce, de l'importance relative des entailles et du matériau (voir paragraphe 3.3).

3.3 Facteur effectif de concentration de contraintes K_f

Pour tenir compte de la forme et des dimensions de la pièce, on définit un gradient de contrainte χ à partir du tableau 1 ci-dessous.

Tableau 1 – Formules simples permettant le calcul du gradient de contrainte à partir de la géométrie et du type de sollicitations appliquées à la pièce

FLEXION	
	$\chi = \frac{2}{r} + \frac{2}{d}$
	$\chi = \frac{2}{r} + \frac{4}{d + D}$

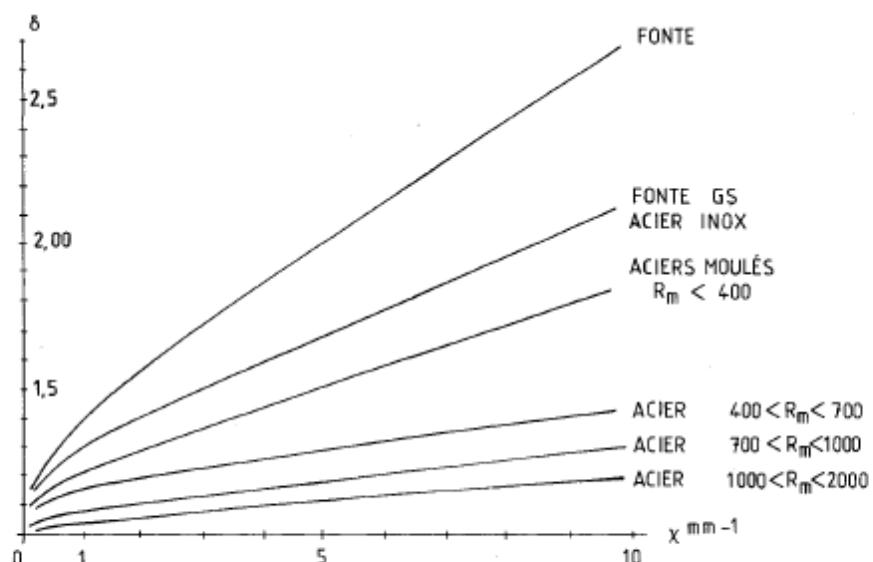


Figure 12 – Abaque moyen donnant le coefficient d'adaptation dynamique δ en fonction du gradient de contrainte χ pour tout mode de sollicitation

$$K_t = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{0,541 K_p}\right)^2 + \left(\frac{1}{0,843 K_q}\right)^2}} + 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_p = \sqrt{\frac{t}{r} \times \frac{d/D}{1 - d/D} + 1} - 1 \\ K_q = \frac{1}{\sqrt{r/t}} \end{array} \right.$$

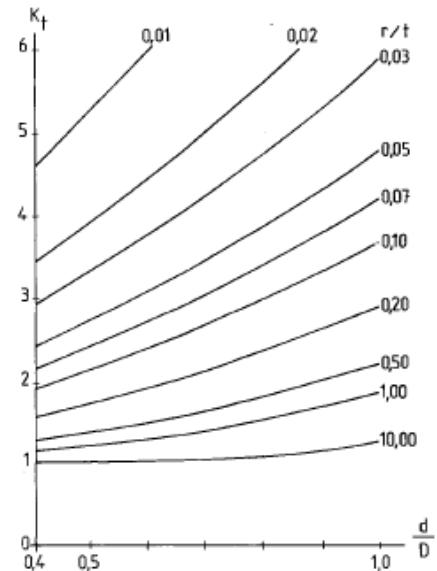


Figure 3 Abaque permettant de déterminer K_t en flexion dans le cas d'un arbre épaule

Correction

$S_{max}=78 \text{ MPa}$; $S_{adm}=110 \text{ MPa}$ donc $s = 110/78 = 1,4$

$$K_t = 3.1$$

$$\chi = \frac{2}{r} + \frac{4}{d+D} = 2 + \frac{4}{164} = 2.024$$

Donc

$$\frac{K_t}{K_f} = 1.04$$

$$K_f = 3$$

Pour $d=64 \text{ mm}$

$$K_e = 0.79$$

$$K_s = 0.825$$

Exercice : dimensionnement en fatigue d'un câble de grue

Soit un câble utilisé par une grue pour soulever des charges.

A l'arrêt, le câble est soumis à son propre poids et au poids de la nacelle, que l'on négligera.

Le câble est dimensionnée pour des charges de 22000N.



1. Pour un diamètre de 10mm, estimer la contrainte minimale σ_{\min} , la contrainte maximale σ_{\max} , la contrainte moyenne σ_{moy} , la contrainte alternée σ_a , le rapport de charge R
2. En déduire la durée de vie théorique du câble en nombre de cycles en expliquant votre démarche
3. Il est malheureusement observé que « sur le terrain », la grue est régulièrement utilisée pour soulever des charges de 25000N. En déduire la durée de vie théorique du câble en nombre de cycles avec cette nouvelle information.
4. On souhaite une durée de vie « illimitée » pour ce câble. Quelle section devons-nous lui donner, toujours pour des charges maximales de 22000N et avec un coefficient de sécurité de 2 sur la contrainte maximale dans le câble ? On considère que 2 millions de cycles correspond à une durée de vie « illimitée »
5. On souhaite affiner notre calcul en prenant en compte le propre poids du câble et de la nacelle. Sans calcul, expliquer ce qui changerait dans les paramètres du chargement de fatigue et prédire l'influence attendue sur la durée de vie théorique ?

1 MPa = 0.145 ksi

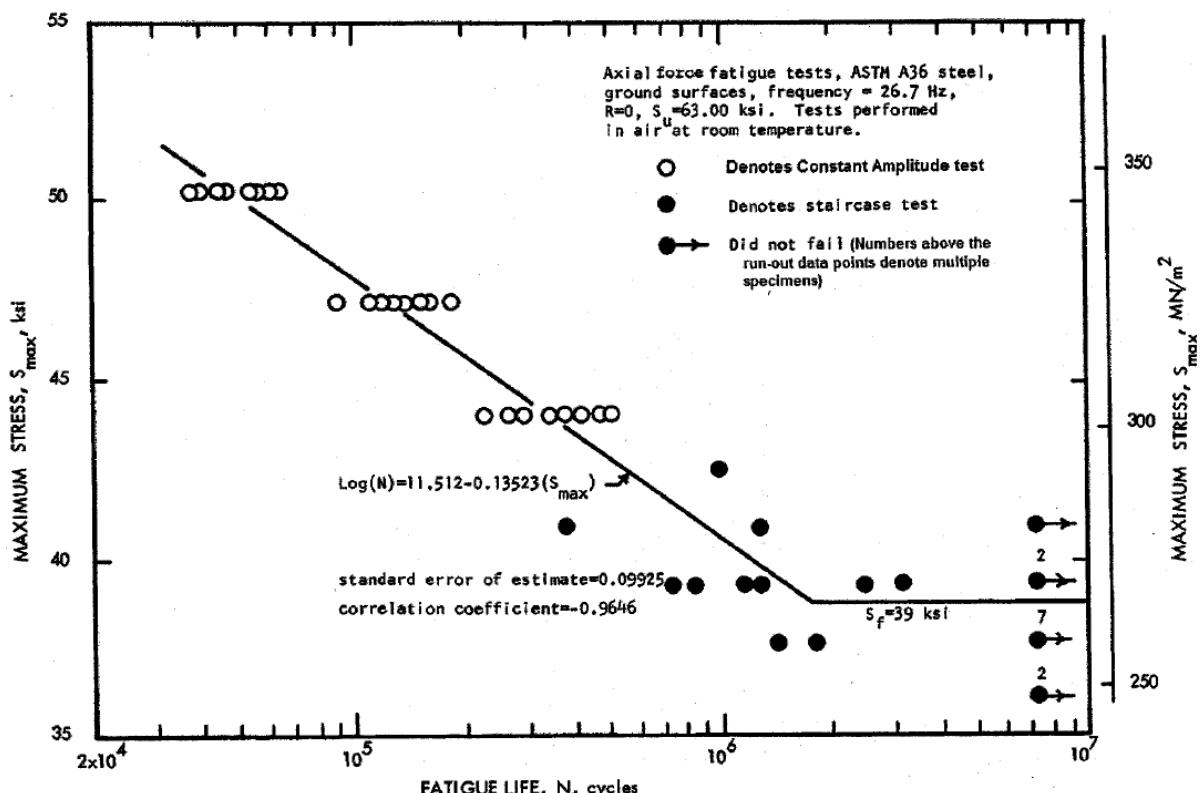
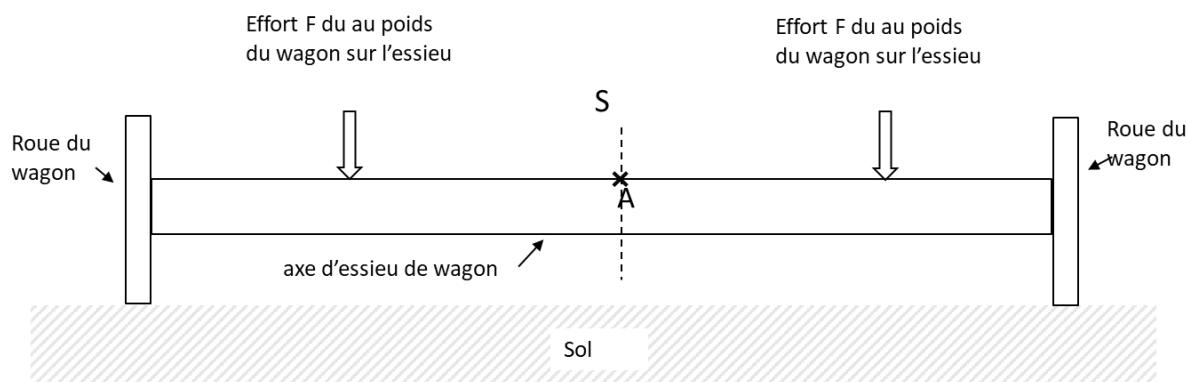


FIG. 1 S-N Diagram

10.2 Exercice : essieu de wagon

Un axe d'essieu de wagon de train est soumis, à l'instant t , à un moment de flexion selon la figure ci-dessous.

1. Quel est le profil des contraintes dans la section S ?
2. A l'instant $t+dt$, l'axe a effectué une rotation de 180° . Quel est le profil des contraintes dans la section S à l'instant $t+dt$?
3. En déduire l'évolution des contraintes au point A, au cours du temps.
4. Il y a alors un endommagement progressif du matériau et risque de rupture, même si la contrainte ne dépasse jamais la limite d'élasticité. Quel phénomène est à l'origine de cette dégradation ?

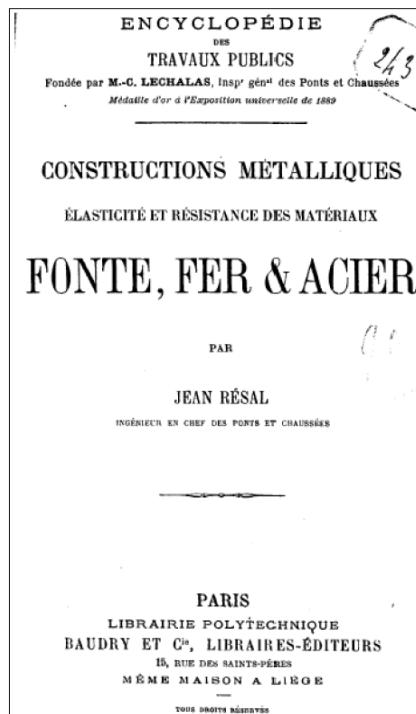


10.3 Exercice : quand la fatigue des matériaux faisait encore débat

Dans un ouvrage de 1892 de Jean Résal (Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées et Professeur de Mécanique à l'École des Ponts et Chaussées) on peut lire le texte suivant :

«Le métal, soumis d'une façon intermittente à des efforts dépassant un peu la limite d'élasticité, finit par perdre sa cohésion, par se désagréger ou se rompre. [...] Si l'on plie un certain nombre de fois une tôle mince, celle-ci finit par se fissurer et se casser, quoi qu'ayant résisté sans dommage apparent aux premières épreuves », cependant dans la suite de l'ouvrage on peut lire « Le travail élastique ne saurait en aucune circonstance offrir de danger, tant qu'il ne dépasse pas une limite fixe qui est la limite d'élasticité ».

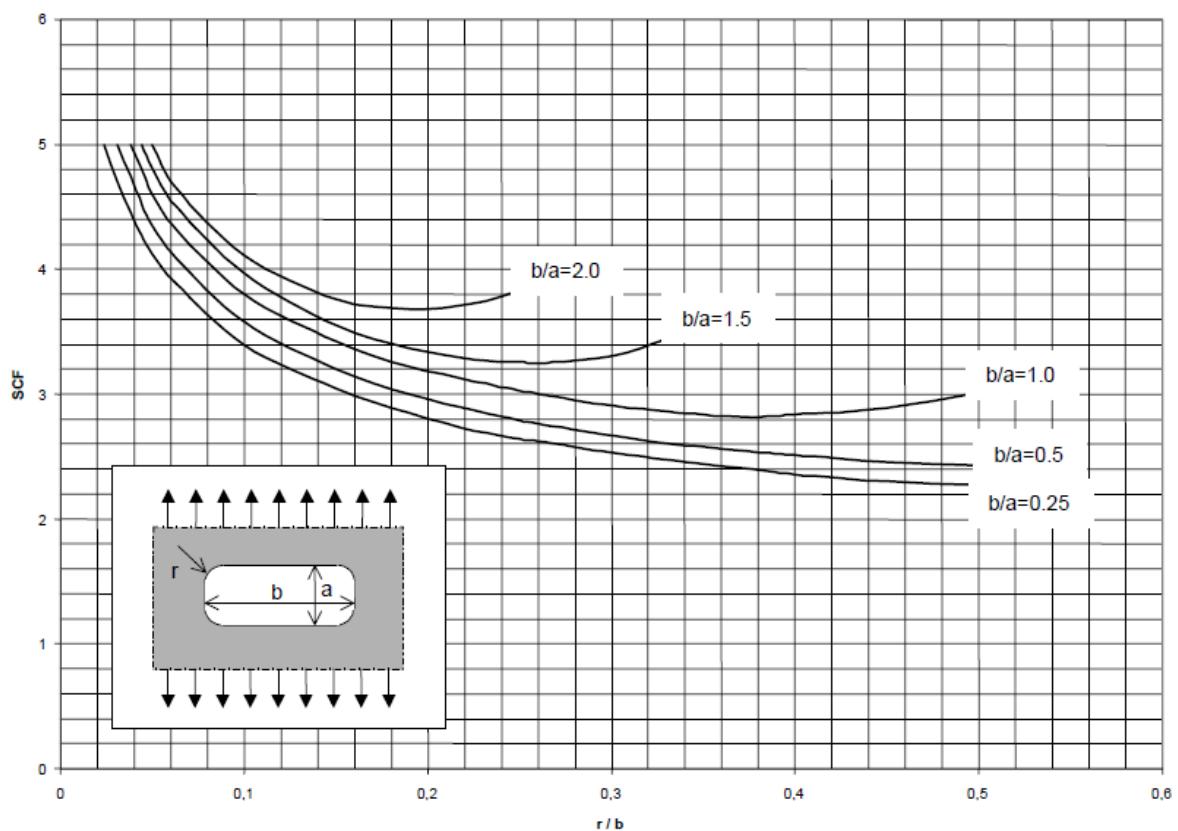
Etes-vous d'accord avec de cette affirmation ? Autrement dit, pour des niveaux de contraintes cycliques inférieurs à la limite d'élasticité, peut-on avoir endommagement de fatigue ? Illustrez vos propos et détailliez les mécanismes physiques qui guident votre réponse



10.4 Exercice : Concentration de contraintes dans des structures offshore

Dans le document « FATIGUE DESIGN OF OFFSHORE STEEL STRUCTURES » d'avril 2008, édité par la société DNV, relatif au dimensionnement en fatigue des structures offshore en acier, on trouve l'abaque ci-dessous. SCF est la facteur de concentration de contraintes, Kt.

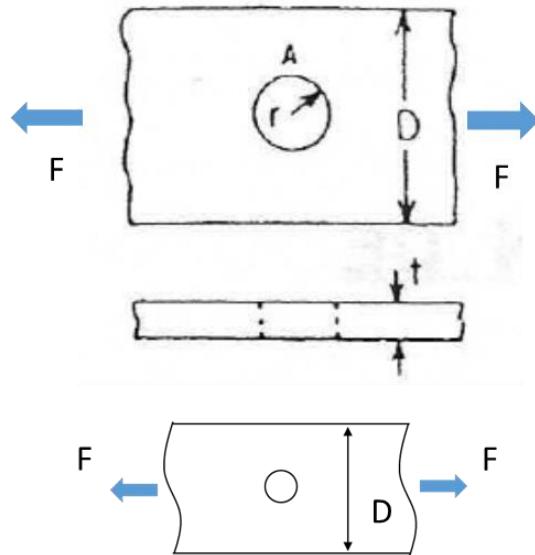
Expliquer, en vous appuyant sur d'autres variables géométriques de votre choix et/ou avec des schémas de votre choix, l'allure des courbes de cet abaque



10.5 Exercice : concentration de contraintes

Partie 1

Une plaque plane, épaisseur t , largeur D , comporte un trou circulaire en son centre. Une force F est appliquée aux deux extrémités de la plaque.



1/ Estimer la contrainte nominale σ_{nominale} « loin du trou » en fonction de F , t et D .

Le facteur de concentration de contrainte K_t est donné par :

$$K_t = 3,00 - 3,13 \left(\frac{2r}{D} \right) + 3,66 \left(\frac{2r}{D} \right)^2 - 1,53 \left(\frac{2r}{D} \right)^3$$

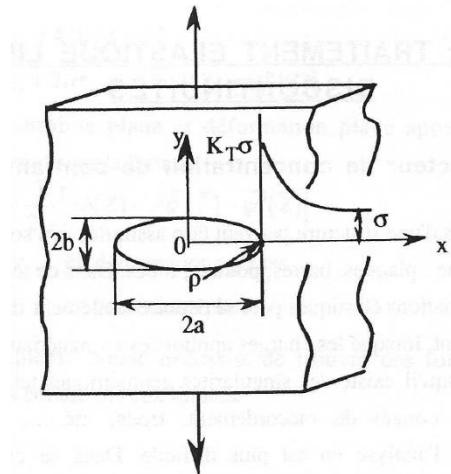
2/ Estimer K_t dans le cas où D est très grand devant r

3/ En déduire la contrainte maximale σ_{max} , due à la concentration de contrainte, en fonction de σ_{nominale}

Partie 2

Une plaque plane de section S « infinie » comporte un trou elliptique.

Un effort F induit une contrainte σ_{nominale} « loin du trou ».



Le facteur de concentration de contraintes est donné par :

$$K_t = 1 + \frac{2a}{b} = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}}$$

Avec ρ rayon de courbure en pointe d'entaille :

$$\rho = \frac{b^2}{a}$$

1/ Si $a=b$ (trou circulaire), que vaut K_t ?

Cette plaque contient maintenant une fissure, assimilable à une entaille elliptique aigüe telle que $a>>b$.

2/ Que vaut alors le rayon de courbure ρ ?

3/ Vers quoi tend K_t au bord du trou ?

4/ En déduire la contrainte maximale due à la concentration de contrainte. Le résultat obtenu vous paraît-il cohérent ?

11 Références

- [1] « [XIII-2315-10/XV-1350-10] », présenté à International Institute of Welding,
- [2] J. Mesplède, *Thermodynamique, matériaux, PC: nouveau programme*. in Les nouveaux précis Bréal. Rosny-sous-Bois: Bréal éd, 2004.
- [3] F. Menan, « Influence de la corrosion saline sur la tolérance aux dommages d'un alliage d'aluminium aéronautique 2XXX », 2008. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.theses.fr/2008POIT2301/document>
- [4] G. Hénaff, « Cours de propriétés mécaniques des matériaux ». ISAE-ENSMA, 2003.
- [5] M. Dupeux, *Aide-mémoire de science des matériaux*, 3^e éd. DUNOD, 2013.
- [6] J. P. Mercier, G. Zambelli, et W. Kurz, *Introduction à la science des matériaux*, 3. éd., Entièrement revue et Augmentée. in *Traité de matériaux* / [Hrsg.] Jean Pierre Mercier, no. 1. Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2002.
- [7] G. Hénaff et F. Morel, *Fatigue des structures: endurance, critères de dimensionnement, propagation des fissures, rupture*. Paris: Ellipses, 2005.
- [8] P. J. E. Forsyth, « Some metallographic observations on the fatigue of metals », *Journal of the Institute of Metals 80*, p. 181, 1951.
- [9] N. Haddar, « Fatigue thermique d'un acier inoxydable austénitique 304L : simulation de l'amorçage et de la croissance des fissures courtes en fatigue isotherme et anisotherme », Theses, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2003. [En ligne]. Disponible sur: <https://pastel.hal.science/tel-00005750>
- [10] G. Odemer, « Tolérance au dommage avec prise en compte des interactions fatigue-flUAGE de l'alliage d'aluminium 2650 T6 », PhD Thesis, 2005. [En ligne]. Disponible sur: <http://www.theses.fr/2005POIT2340>
- [11] M. O. Speidel, « Stress corrosion cracking of aluminum alloys », *Metall Trans A*, vol. 6, n° 4, p. 631-651, avr. 1975, doi: 10.1007/BF02672284.
- [12] M. O. Speidel, Éd., *Corrosion in power generating equipment: Proceedings of the eighth International Brown Boveri Symposium on Corrosion in Power Generating Equipment, held at the Brown Boveri Research Center, September 19-20, 1983, in Baden, Switzerland*. in Brown Boveri symposia. New York: Plenum, 1984.
- [13] M. V. Hyatt, « Use of Precracked Specimens in Stress Corrosion Testing of High Strength Aluminum Alloys », *Corrosion*, vol. 26, p. 487-503, 1970, [En ligne]. Disponible sur: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:135861473>
- [14] Steuer, « F-15 : reprise partielle des vols », *Air & Cosmos*, n° 2108, 18 janvier 2008.
- [15] S. Barter, P. K. Sharp, et G. Clark, « The failure of an F/A-18 trailing edge flap hinge », *Engineering Failure Analysis*, vol. 1, n° 4, p. 255-266, déc. 1994, doi: 10.1016/1350-6307(94)90001-9.
- [16] M. Ashby et D. Jones, *Matériaux. 1. Propriétés, applications et conception*. DUNOD, 2013.
- [17] *ASM handbook. Volume 19: Fatigue and fracture*, 4. print. Materials Park, Ohio: ASM International, 2005.
- [18] H. P. Lieurade, I. Huther, et D. Lebaillif, « Évaluation de la qualité des soudures vis-à-vis de la résistance à la fatigue », *Mécanique & Industries*, vol. 6, n° 2, p. 133-143, mars 2005, doi: 10.1051/meca:2005014.
- [19] D. Duprat, « Fatigue et mécanique de la rupture des pièces en alliage léger », *Systèmes aéronautiques et spatiaux*, juill. 1997, doi: 10.51257/a-v1-bm5052.
- [20] A. Galtier et Cugy, « LA FATIGUE GIGA-CYCLIQUE : FAUT-IL ALLER PLUS LOIN ET PEUT-ON ALLER PLUS VITE ? » Ecole thématique Aussois, 2007.
- [21] AFNOR, « A03-406 Produits métalliques - Fatigue sous sollicitations d'amplitude variable - Méthode Rainflow de comptage des cycles ». AFNOR, novembre 1993.
- [22] C. Gardin, « Mécanique de la Rupture ». ISAE-ENSMA, 2004.
- [23] D. François, A. Pineau, et A. Zaoui, *Elasticité et plasticité*, 2. éd. in Comportement mécanique des matériaux. Paris: Hermès, 1992.
- [24] A. Brand, « Fatigue des alliages ferreux Approche classique », *Fonctions et composants mécaniques*, févr. 1984, doi: 10.51257/a-v1-b5050.
- [25] R. Pelloux, « Mechanism of formation of ductile fatigue striations », *Trans ASM*, vol. 62, p. 281-285, 1969.
- [26] C. Gasquères, « Fissuration par fatigue et ténacité d'alliages d'aluminium 2xxx à 223K », 2006.
- [27] D. Rhodes, J. K. Musuva, et J. C. Radon, « The significance of stress corrosion cracking in corrosion fatigue crack growth studies », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 15, n° 3-4, p. 407-419, janv. 1981, doi: 10.1016/0013-7944(81)90067-9.
- [28] J. Renard, « Fatigue des matériaux composites renforcés de fibres continues », *Plastiques et composites*, juill. 2010, doi: 10.51257/a-v1-am5410.
- [29] AFNOR, « E22-060 Arbre de transmission - Concentration de contraintes ». AFNOR, juin 1984.
- [30] J. Lu, « Fatigue des alliages ferreux - Exemples de calcul », *Fonctions et composants mécaniques*, avr. 2003, doi: 10.51257/a-v1-bm5044.

- [31] W. Schütz, « A history of fatigue », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 54, n° 2, p. 263-300, mai 1996, doi: 10.1016/0013-7944(95)00178-6.
- [32] M. Ashby et D. Jones, *Matériaux. 2. Microstructure et procédés de mise en oeuvre*, 4^e éd. DUNOD, 2014.
- [33] G. Marnier, « Etude des effets de mémoire de pré-écrouissage affectant le comportement mécanique cyclique de matériaux métalliques présentant différents modes de glissement des dislocations », Theses, INSA de Rouen, 2016. [En ligne]. Disponible sur: <https://theses.hal.science/tel-01480227>
- [34] P. Rabbe, H.-P. Lieurade, et A. Galtier, « Essais de fatigue - Partie II », *Étude et propriétés des métaux*, mars 2000, doi: 10.51257/a-v1-m4171.
- [35] P. Rabbe, H.-P. Lieurade, et A. Galtier, « Essais de fatigue - Partie I », *Étude et propriétés des métaux*, mars 2000, doi: 10.51257/a-v1-m4170.
- [36] C. R. Gagg et P. R. Lewis, « In-service fatigue failure of engineered products and structures – Case study review », *Engineering Failure Analysis*, vol. 16, n° 6, p. 1775-1793, sept. 2009, doi: 10.1016/j.engfailanal.2008.08.008.
- [37] P. Chomel, « Comportement thermomécanique des alliages métalliques », *Fonctions et composants mécaniques*, oct. 2000, doi: 10.51257/a-v1-bm5012.
- [38] F. Menan, P.-A. Adragna, et M. François, « The Stress-Strength Interference Method Applied to Fatigue Design: The Independence of the Random Variables », *Procedia Engineering*, vol. 133, p. 746-757, 2015, doi: 10.1016/j.proeng.2015.12.656.
- [39] G. Hénaff, F. Menan, et G. Odemer, « Influence of corrosion and creep on intergranular fatigue crack path in 2XXX aluminium alloys », *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 77, n° 11, p. 1975-1988, juill. 2010, doi: 10.1016/j.engfracmech.2010.03.039.
- [40] F. Menan et G. Hénaff, « Synergistic action of fatigue and corrosion during crack growth in the 2024 aluminium alloy », *Procedia Engineering*, vol. 2, n° 1, p. 1441-1450, avr. 2010, doi: 10.1016/j.proeng.2010.03.156.
- [41] F. Menan et G. Henaff, « Influence of frequency and waveform on corrosion fatigue crack propagation in the 2024-T351 aluminium alloy in the S-L orientation », *Materials Science and Engineering: A*, vol. 519, n° 1-2, p. 70-76, août 2009, doi: 10.1016/j.msea.2009.04.058.
- [42] F. Menan et G. Henaff, « Influence of frequency and exposure to a saline solution on the corrosion fatigue crack growth behavior of the aluminum alloy 2024 », *International Journal of Fatigue*, vol. 31, n° 11-12, p. 1684-1695, nov. 2009, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2009.02.033.
- [43] J. Schijve, « Fatigue of structures and materials in the 20th century and the state of the art », *International Journal of Fatigue*, vol. 25, n° 8, p. 679-702, août 2003, doi: 10.1016/S0142-1123(03)00051-3.
- [44] L. Flamand, « Fatigue des surfaces », *Frottement, usure et lubrification*, févr. 1993, doi: 10.51257/a-v1-b5055.

11.1 Sites internet

<http://nte.mines-albi.fr/SciMat/co/SM3uc2-3.html>

https://campus.mines-douai.fr/pluginfile.php/9812/mod_resource/content/0/fatigue20101001/co/Module_Fatigue_5.html

11.2 Normes et codes

11.2.1 Charpente métallique

- Eurocode 3 calcul des structures en acier Partie 1-9 : fatigue

11.2.2 ASTM

- E466 Conducting Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Tests of Metallic Materials
- E468 Presentation of Constant Amplitude Fatigue Test Results for Metallic Materials

- E739 Statistical Analysis of Fatigue Data
- E606 Courbe de consolidation cyclique

11.2.3 AFNOR

- NF A 03-400 Essais de fatigue principes généraux
- NF A 03-401 Essais de fatigue par charge axiale
- NF A 03-402 Essais de fatigue par flexion rotative
- NF A 03-403 Essais de fatigue oligocyclique
- NF A 03-404
- NF A 03-405 Essais de fatigue traitement statistique des données
- NF A 03-406 Fatigue amplitude variable, Rainflow

11.2.4 ISO

- ISO 1099 Avril 2006 Metallic materials — Fatigue testing — Axial force-controlled method
- ISO 12107 Mars 2003 Matériaux métalliques — Essais de fatigue — Programmation et analyse statistique de données

11.2.5 Assemblages soudés

- ISO 18592 Décembre 2009 Soudage par résistance — Essais destructifs des soudures — Méthode d'essai de fatigue des échantillons soudés par points multiples
- NF EN ISO 14324 Fatigue soudage par points

11.2.6 BS

- BS7910 Guide to methods for assessing the acceptability of flaws in metallic structures

11.3 Vidéos

[VT-0862A 340 440 Wing Fatigue Testing \(10min\)](#)

[Aeronautical Structures Testing \(14min\)](#)

[Failure investigation \(1 min\)](#)

[Essais de fatigue \(7min\)](#)

[Fatigue test \(12 min\)](#)

12 Annexe : nombre d'éprouvettes à tester ?

Reference	Objectif	Méthode d'analyse	Nb d'éprouvettes recommandé	Remarques
ISO 12107:2003 Matériaux métalliques — Essais de fatigue — Programmation et analyse statistique de données	Estimation statistique de la durée de vie en fatigue pour une contrainte donnée : recherche exploratoire	Droite de Henry	7	1 niveau de contrainte
ISO 12107:2003 Matériaux métalliques — Essais de fatigue — Programmation et analyse statistique de données	Estimation statistique de la durée de vie en fatigue pour une contrainte donnée : objectifs de fiabilité	Droite de Henry	Au moins 28	1 niveau de contrainte
ISO 12107:2003 Matériaux métalliques — Essais de fatigue — Programmation et analyse statistique de données	Estimation statistique de la résistance à la fatigue pour une durée de vie donnée : recherche exploratoire	Escalier	Au moins 15	pour estimer moyenne et écart-type
ISO 12107:2003 Matériaux métalliques — Essais de fatigue — Programmation et analyse statistique de données	Estimation statistique de la résistance à la fatigue pour une durée de vie donnée : objectifs de fiabilité	Escalier	Au moins 30	pour estimer moyenne et écart-type
ISO 12107:2003 Matériaux métalliques — Essais de fatigue — Programmation et analyse statistique de données	Courbe S-N domaine endurance limitée : exploratoire	Régression linéaire	Au moins 8	2 éprouvettes à 4 niveaux de contraintes, moyenne sur 3 décades en nombre de cycles
ISO 12107:2003 Matériaux métalliques — Essais de fatigue — Programmation et analyse statistique de données	Courbe S-N domaine endurance limitée : fiabilité	Régression linéaire	Au moins 30	6 éprouvettes à 5 niveaux de contraintes, moyenne sur 3 décades en nombre de cycles
E 739 – 91 (Reapproved 2004) Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (e-N) Fatigue Data	Courbe S-N domaine endurance limitée : exploratoire	Régression linéaire	6 à 12	voir aussi le % de répliques
E 739 – 91 (Reapproved 2004) Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (e-N) Fatigue Data	Courbe S-N domaine endurance limitée : fiabilité	Régression linéaire	12 à 24	voir aussi le % de répliques
NF A03-405 1991 essais de fatigue traitement statistique	Limite d'endurance et écart type	Escalier	8	pour estimer moyenne
NF A03-405 1991 essais de fatigue traitement statistique	Limite d'endurance et écart type	Escalier	15	pour estimer moyenne et écart-type

Reference	Objectif	Méthode d'analyse	Nb d'éprouvettes recommandé	Remarques
NF A03-405 1991 essais de fatigue traitement statistique	Vérifier que la distribution est log normale, N50%, dispersion	Droite de Henry	10	1 niveau de contrainte
NF A03-405 1991 essais de fatigue traitement statistique	Courbe S-N domaine endurance limitée : exploratoire	Régression linéaire	8	Courbe sur 3 décades en nombre de cycles
NF A03-405 1991 essais de fatigue traitement statistique	Courbe S-N domaine endurance limitée : fiabilité	Régression linéaire	25	par exemple, 5 niveaux x 5 éprouvettes
NF A03-405 1991 essais de fatigue traitement statistique	Courbe S-N entière	ESOPE-BASTENAIRE	nc	Voir IIW Document XIII-WG1-142-10
IIW Document XIII-WG1-142-10 BEST PRACTICE GUIDE ON STATISTICAL ANALYSIS OF FATIGUE Bastenaire S-N Curve	Courbe S-N entière	BASTENAIRE	40 à 80	10 à 20 éprouvettes par niveau de contrainte, au moins 4 niveaux
Recommendation IIW XIII-2140-06 fatigue testing of welded joints	Limite d'endurance à 2E6 ou 1E7 cycles	Escalier	11 à 15	Essais sur assemblages soudés
Recommendation IIW XIII-2140-06 fatigue testing of welded joints	Courbe S-N domaine endurance limitée	/	Au moins 8 à 10	Essais sur assemblages soudés 2 éprouvettes par niveau de contraintes au moins
Recommendation IIW-1823-07 fatigue design of welded joints	Courbe S-N domaine endurance limitée	Régression linéaire	Au moins 10 éprouvettes rompues	Essais sur assemblages soudés Si moins de 10 éprouvettes, la pente doit être fixée a priori avant régression linéaire
NF EN 1993-1-9 Décembre 2005 Eurocode 3 Calcul des structures en acier	Courbe S-N pour conception	/	Au moins 10	Essais sur assemblages soudés. niveau de confiance 75%
Recommended Practice DNV-RP-C203, April 2008 Fatigue Design of Offshore Steel Structures	Courbe S-N pour conception	Ref : IIW Doc IIW-XIII-WG1-114-03	Au moins 15	Essais sur assemblages soudés. Au moins 3 niveaux de contraintes.
NF EN ISO 14324 Janvier 2004 Soudage par résistance Essais destructifs des soudures	Courbe S-N : exploratoire	nc	Au moins 10	Essais sur assemblages soudés par points. Au moins 3 niveaux de contraintes sur 3 décades

Reference	Objectif	Méthode d'analyse	Nb d'éprouvettes recommandé	Remarques
NF EN ISO 14324 Janvier 2004 Soudage par résistance Essais destructifs des soudures	Courbe S-N : fiabilité	nc	Au moins 7 / niveau	Essais sur assemblages soudés par points. Au moins 3 niveaux de contraintes sur 3 décades
ISO 18592 2009 Soudage par résistance — Essais destructifs des soudures — Méthode d'essai de fatigue des échantillons soudés par points multiples	Courbe S-N	Régression linéaire	5 à 7	Essais sur assemblages soudés par points multiples
BS 7608:1993 Code of practice for Fatigue design and assessment of steel structures	Pour classification de détails structuraux soudés	Régression linéaire + pente connue	Au moins 8	Essais sur assemblages soudés.
RABBE, LIEURADE, GALTIER. M 4170 Essais de fatigue Partie I. Techniques de l'ingénieur	Limite d'endurance et écart type	Probits	Au moins 80	Pour des études fondamentales

13 Annexe : quelques repères historiques

Voir notamment [31]

- 1837. Albert. Publication d'un résultat d'essai de fatigue
- 1842 Accident du Train Paris-Versailles à Meudon. 1ère catastrophe officiellement attribuée à la fatigue
- 1842 Rankine. Mention de ruptures inattendues dans le ferroviaire et préconisations de maintenance
- 1843 Rankine. Concentrations de contraintes
- 1854 Braithwite mentionne le terme "fatigue"
- 1853 Morin. Cite une approche durée de vie sûre (ferroviaire) et des pratiques d'inspection des pièces
- 1858-1870. Wöhler : mise en évidence du phénomène et de la relation contrainte alternée – N
- 1874 Gerber. Influence de la contrainte moyenne
- 1899 Goodman. Influence de la contrainte moyenne
- 1903 Ewing and Humfrey. Amorçage en fatigue initié par des microfissures au niveau des bandes de glissement
- 1930's. Orowan et Polanyi. Dislocations dans les métaux
- 1945 Miner. Règle de cumul linéaire de dommage
- 1951 Forsyth. Glissement en surface intrusions/extrusions
- 1954 1er crash du De Havilland Comet (fissures de fatigue au niveau des hublots)
- 1954 Manson et Coffin Déformation plastique cyclique
- 1957 Irwin. Notion de Facteur d'Intensité de Contrainte
- 1960's Développement de l'approche safe-life dans l'aéronautique
- 1961 Paris. Loi de propagation da/dN vs. ΔK
- 1970's Développement de l'approche fail-safe dans l'aéronautique
- 1973 Critère multiaxial de Dang Van
- 1980's Développement de l'approche tolérance aux dommages dans l'aéronautique
- 1988 28 Avril. Aloha Airlines Vol 243 - Boeing 737. Perte d'une section de fuselage, fatigue corrosion
- 1998 Essais échelle 1 et Widespread fatigue damage inclus dans la norme aéronautique FAR 25



August Wöhler (1819 – 1914)