

FORMULAIRE MATHÉMATIQUES

• addition des arcs

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \sin b \cdot \cos a$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan(a-b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$$

devoir apprendre par
cœur les combinaisons
sinisme rapidement.

• arc double, arc moitié

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$$

$$t = \tan \frac{x}{2} : \quad \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \sin x = \frac{2t}{1+t^2}$$

(méthode angles de Bisectrice)

• Formule de Moivre

$$(\cos a + i \sin a)^n = \cos na + i \sin na$$

• trigonométrie hyperbolique

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\cosh(a+b) = \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b$$

$$\cosh(a-b) = \cosh a \cosh b - \sinh a \sinh b$$

$$\sinh(a+b) = \sinh a \cosh b + \cosh a \sinh b$$

$$\sinh(a-b) = \sinh a \cosh b - \cosh a \sinh b$$

$$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$$

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$$

$$t = \tanh \frac{x}{2} : \quad \cosh x = \frac{1+t^2}{1-t^2} \quad \sinh x = \frac{2t}{1-t^2}$$

• fonctions nouvelles

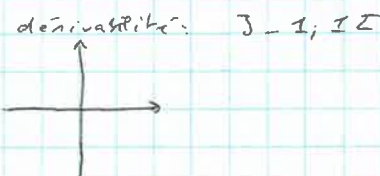
$$-\operatorname{arctan} x = \operatorname{arctan} -x$$

$$\arccos x + \arcsin x = \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{arctan} x + \operatorname{arctan} \frac{1}{x} = \pm \frac{\pi}{2}$$

arcsin x : dérivée : $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Df = [-1; 1]
impair



arccos x : dérivée : $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

Df = [-1; 1]
ni paire, ni impaire



arctan x : dérivée : $\frac{1}{1+x^2}$

Df = R
impair



$$y = \operatorname{arctan} x \Leftrightarrow x = \tan y$$

Développements en série entière

$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\sin x = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\cos x = \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\sinh x = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\cosh x = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n} \quad x \in]-1; 1[$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)}{n!} x^n$$

Formules de Taylor

$$\begin{aligned} \text{Taylor-Lagrange: } f(b) &= f(a) + (b-a)f'(a) + \frac{(b-a)^2}{2!}f''(a) + \dots + \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) \\ &\quad + \frac{(b-a)^{n+1}}{(n+1)!}f^{(n+1)}(\xi) \end{aligned}$$

$$\text{Taylor-Maclaurin: } b=x \quad a=0$$

$$\text{Taylor-Young: } f(a+h) = f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2!}f''(a) + \dots + \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(a) + h^n \varepsilon(h)$$

- inégalité de Taylor-Lagrange:

$$\left| f(b) - f(a) - (b-a)f'(a) - \dots - \frac{(b-a)^n}{n!}f^{(n)}(a) \right| \leq \frac{|b-a|^{n+1}}{(n+1)!} \sup_{x \in]a, b[} |f^{(n+1)}(x)|$$

Développements limités

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots + x^n + x^{n+1} \varepsilon(x)$$